

**MAP 2320 – MÉTODOS NUMÉRICOS EM EQUAÇÕES
DIFERENCIAIS II**

2º Semestre - 2019

Prof. Dr. Luis Carlos de Castro Santos

lsantos@ime.usp.br

Equações Diferenciais Parciais: Uma Introdução (Versão Preliminar)

Reginaldo J. Santos
Departamento de Matemática-ICEx
Universidade Federal de Minas Gerais
<http://www.mat.ufmg.br/~regi>

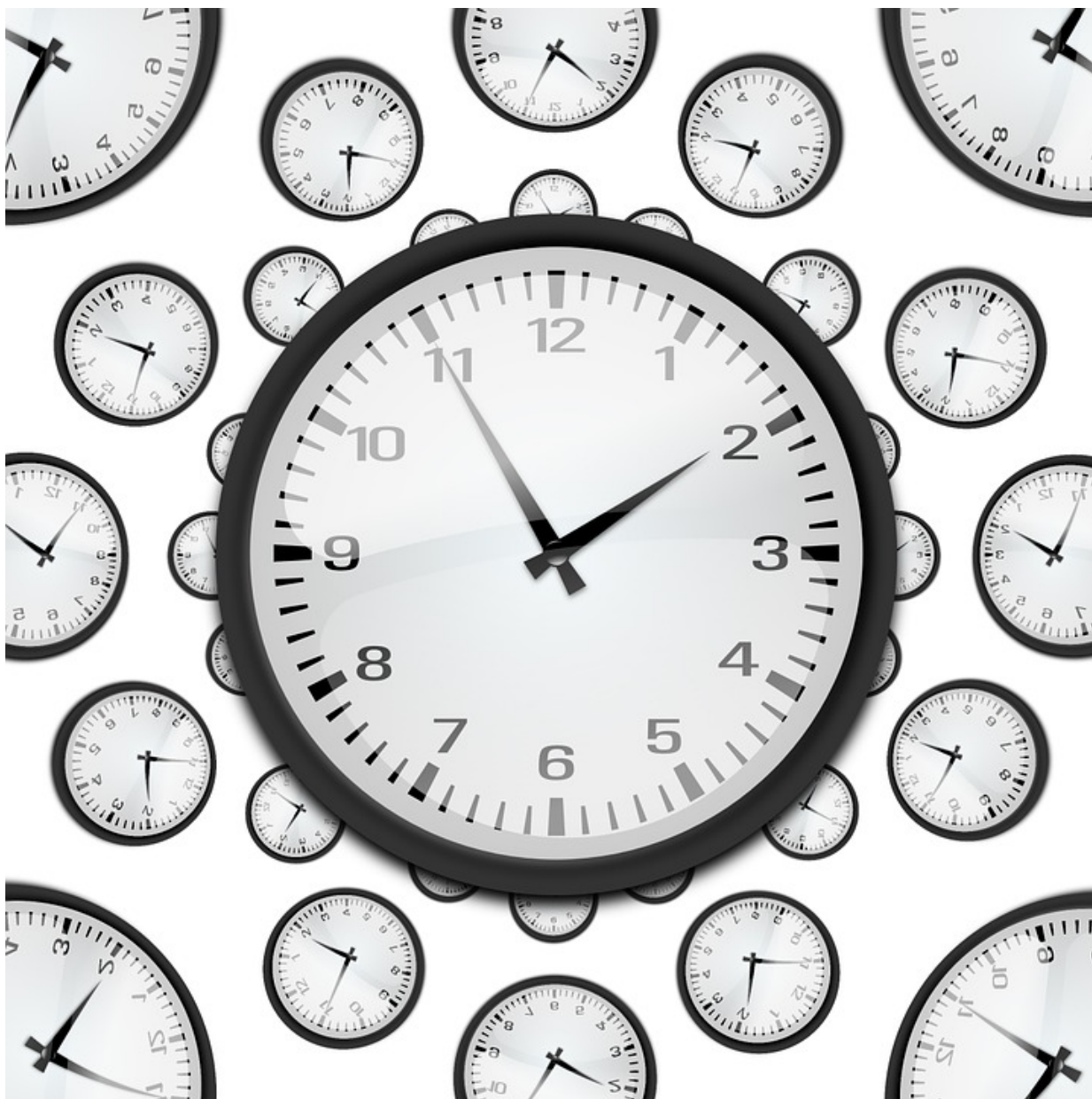
4	Equação da Onda Unidimensional	330
4.1	Corda Elástica Presa nas Extremidades	330
4.1.1	Com Velocidade Inicial Nula	331
4.1.2	Com Deslocamento Inicial Nulo	345
4.1.3	Caso Geral	354
	Exercícios	360
4.2	Corda Elástica Solta em uma Extremidade	363
4.2.1	Com Velocidade Inicial Nula	364
4.2.2	Com Deslocamento Inicial Nulo	374
4.2.3	Caso Geral	382
	Exercícios	386
4.3	Corda Elástica Infinita	389
4.3.1	Solução Geral	389
4.3.2	Problema de Valor Inicial	390
	Exercícios	392
4.4	Respostas dos Exercícios	394

Exercícios (respostas na página 394)

- 1.3. Determine o deslocamento, $u(x, t)$, de uma corda de 40 cm de comprimento, presa nas extremidades, com coeficiente $a = 2$, solta do repouso de forma que o deslocamento inicial seja dado por

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } 0 \leq x < 10 \\ 10, & \text{se } 10 \leq x < 30 \\ 40 - x, & \text{se } 30 \leq x \leq 40 \end{cases}$$





1.3. Temos que resolver o problema

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad 0 < x < 40 \\ u(0, t) = 0, \quad u(40, t) = 0 \end{cases}$$

A solução é então

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} \cos \frac{n\pi t}{20}$$

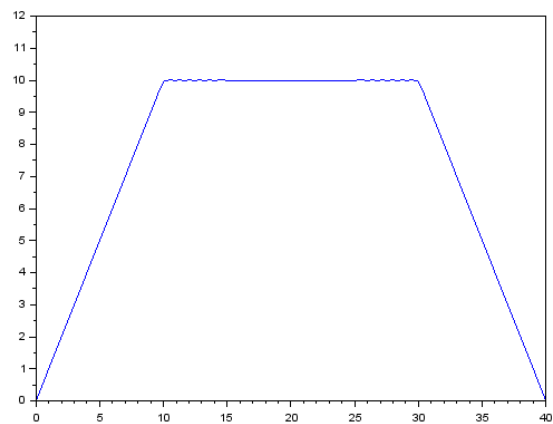
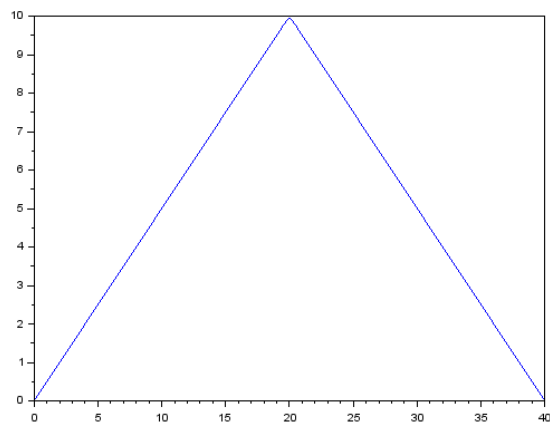
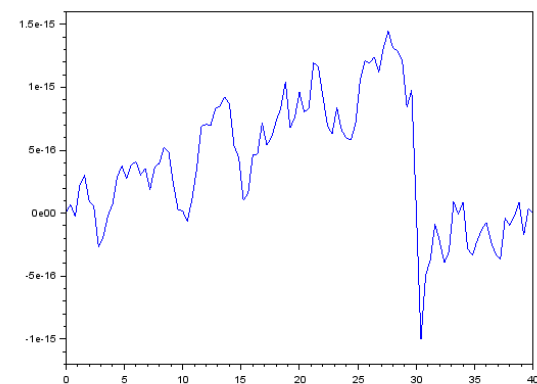
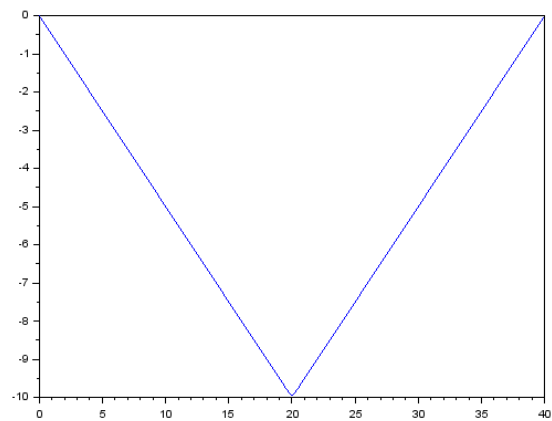
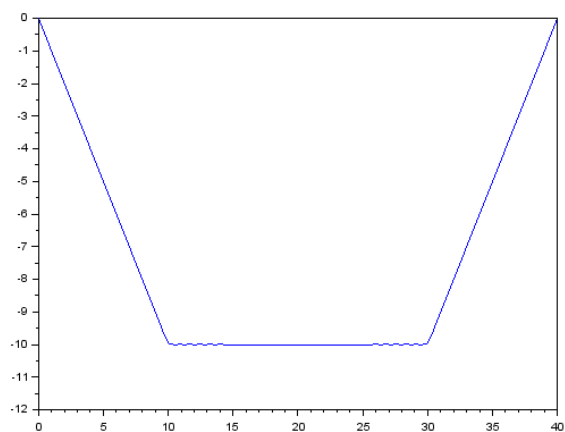
em que c_n são os coeficientes da série de senos de $f(x)$, ou seja,

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{1}{20} \int_0^{40} f(x) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{40}\right) dx \\ &= 2 \left(b_n(f_{0,1/4}^{(1)}, 40) + 10b_n(f_{1/4,3/4}^{(0)}, 40) + 40b_n(f_{3/4,1}^{(0)}, 40) - b_n(f_{3/4,1}^{(1)}, 40) \right) \\ &= \frac{80}{\pi^2} \frac{\operatorname{sen} \frac{n\pi}{4} + \operatorname{sen} \frac{3n\pi}{4}}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

Portanto a solução é dada por

$$u(x, t) = \frac{80}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} \frac{n\pi}{4} + \operatorname{sen} \frac{3n\pi}{4}}{n^2} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} \cos \frac{n\pi t}{20}$$

```
0001 //Exercício 1.3
0002 m=100; L =40;
0003 x=linspace(0,1,m+1)*L
0004 nk=100
0005 t=20
0006 a=2
0007 u = zeros(m+1)
0008 for n = 1:nk
0009     cn= 2*L*(sin(n*pi/4)+sin(3*n*pi/4))/(n^2*pi^2)
0010     u = u + cn*sin(n*pi*x/L)*cos(n*a*pi*t/L)
0011 end
0012 plot(x,u)
```

$t = 0$

 $t = 5$

 $t = 10$

 $t = 15$

 $t = 20$


Equações Diferenciais Parciais: Uma Introdução (Versão Preliminar)

Reginaldo J. Santos
Departamento de Matemática-ICEx
Universidade Federal de Minas Gerais
<http://www.mat.ufmg.br/~regi>

4	Equação da Onda Unidimensional	330
4.1	Corda Elástica Presa nas Extremidades	330
4.1.1	Com Velocidade Inicial Nula	331
4.1.2	Com Deslocamento Inicial Nulo	345
4.1.3	Caso Geral	354
	Exercícios	360
4.2	Corda Elástica Solta em uma Extremidade	363
4.2.1	Com Velocidade Inicial Nula	364
4.2.2	Com Deslocamento Inicial Nulo	374
4.2.3	Caso Geral	382
	Exercícios	386
4.3	Corda Elástica Infinita	389
4.3.1	Solução Geral	389
4.3.2	Problema de Valor Inicial	390
	Exercícios	392
4.4	Respostas dos Exercícios	394

4.1.2 Com Deslocamento Inicial Nulo

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = 0, \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = g(x), \quad 0 < x < L \\ u(0, t) = 0, u(L, t) = 0 \end{array} \right.$$

Vamos procurar uma solução na forma de um produto de uma função de x por uma função de t , ou seja,

$$u(x, t) = X(x)T(t)$$

Derivando e substituindo-se na equação obtemos

$$a^2 X''(x)T(t) = X(x)T''(t).$$

Dividindo-se por $a^2 X(x)T(t)$ obtemos

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{1}{a^2} \frac{T''(t)}{T(t)}$$

O primeiro membro depende apenas de x , enquanto o segundo depende apenas de t . Isto só é possível se eles forem iguais a uma constante

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{1}{a^2} \frac{T''(t)}{T(t)} = \lambda.$$

Obtemos então duas equações diferenciais ordinárias, uma com condições de fronteira e a outra com condição inicial:

$$\begin{cases} X''(x) - \lambda X(x) = 0, & X(0) = 0, X(L) = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\begin{cases} T''(t) - a^2 \lambda T(t) = 0, & T(0) = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

As condições $X(0) = X(L) = 0$ decorrem do fato de que a corda está presa nas extremidades, ou seja,

$$0 = u(0, t) = X(0)T(t) \quad \text{e} \quad 0 = u(L, t) = X(L)T(t).$$

A condição $T(0) = 0$, decorre do fato de que o deslocamento inicial é nulo, ou seja,

$$0 = u(x, 0) = X(x)T(0).$$

A equação (4.7) com as condições de fronteira foi resolvida no problema do calor em uma barra com condições homogêneas - equação (3.1) na página 278 - e tem solução não identicamente nula somente se

$$\lambda = -\frac{n^2\pi^2}{L^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

e tem soluções fundamentais

$$X_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad \text{para } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Substituindo-se $\lambda = -\frac{n^2\pi^2}{L^2}$ na equação (4.8) obtemos

$$T''(t) + \frac{a^2n^2\pi^2}{L^2}T(t) = 0$$

Para resolver esta equação temos que encontrar as raízes da sua equação característica:

$$r^2 + \frac{a^2n^2\pi^2}{L^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad r = \pm \frac{an\pi}{L}i.$$

Logo a solução geral da equação diferencial para $T(t)$ é

$$T(t) = c_1 \cos \frac{an\pi t}{L} + c_2 \sin \frac{an\pi t}{L}.$$

Usando a condição inicial $T(0) = 0$ concluímos que a equação diferencial para $T(t)$ com a condição inicial $T(0) = 0$ tem soluções fundamentais (verifique!)

$$T_n(t) = \sin \frac{an\pi t}{L}, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

Logo o problema

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(0, t) = u(L, t) = 0; \quad u(x, 0) = 0, \quad 0 < x < L \end{cases} \quad (4.9)$$

tem soluções fundamentais

$$u_n(x, t) = X_n(x)T_n(t) = \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{an\pi t}{L} \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.10)$$

chamadas modos normais (ou naturais) de vibração, ondas estacionárias ou harmônicos e o seu período fundamental na variável x é igual a $\frac{2L}{n}$ e é chamado comprimento de onda do modo normal. Os modos normais de vibração podem ser vistos como senos com amplitude variando de forma senoidal $R_n(t) = \sin \frac{an\pi t}{L}$ com frequências $\frac{an\pi}{L}$ chamadas frequências naturais da corda. Portanto, neste caso, os períodos fundamentais da corda são $T_n = \frac{2L}{na}$. Observe, também, que cada modo normal $u_n(x, t)$ tem $n - 1$ pontos fixos no intervalo $0 < x < L$ (quais são?).

Assim vamos supor que a solução do problema de valor inicial e de fronteira seja uma série da forma

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n u_n(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{an\pi t}{L}. \quad (4.11)$$

Para satisfazer a condição inicial $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = g(x)$, devemos ter

$$g(x) = \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{an\pi}{L} c_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L}. \quad (4.12)$$

Esta é a série de Fourier de senos de $g(x)$. Assim, pelo [Corolário 2.5 na página 184](#), se a função $g : [0, L] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua por partes tal que a sua derivada g' também seja contínua por partes, então os coeficientes da série são dados por

$$\frac{an\pi}{L} c_n = \frac{2}{L} \int_0^L g(x) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Observe que a solução do problema de valor inicial e de fronteira

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{L} \operatorname{sen} \frac{an\pi t}{L}$$

para cada x , é periódica com relação a t com período fundamental $T = \frac{2L}{a}$, se $c_1 \neq 0$.

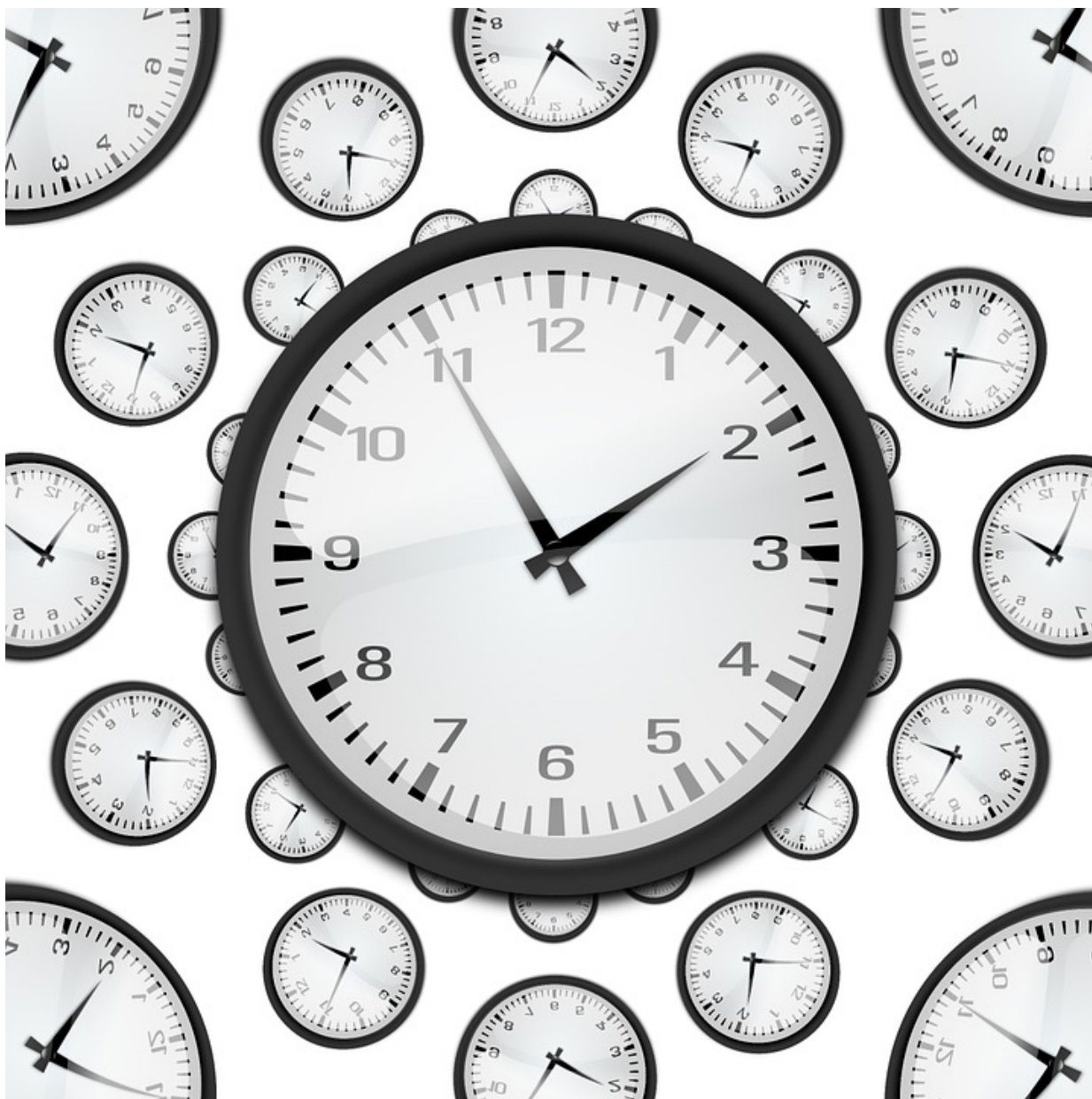
Exemplo 4.2. Vamos considerar uma corda de 40 cm de comprimento, presa nas extremidades, com coeficiente $a = 2$, sem deslocamento inicial mas com uma velocidade inicial dada por

$$g(x) = \begin{cases} x/10, & \text{se } 0 \leq x < 20 \\ 4 - x/10, & \text{se } 20 \leq x \leq 40 \end{cases}$$

Temos que resolver o problema de valor inicial e de fronteira

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = g(x), \quad 0 < x < 40 \\ u(0, t) = 0, \quad u(40, t) = 0 \end{cases}$$





A solução é então

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{20}$$

em que $\frac{n\pi}{20}c_n$ são os coeficientes da série de senos de $g(x)$, que são os coeficientes obtidos para $f(x)$ do Exemplo 4.1 na página 341 divididos por 10, ou seja,

$$\begin{aligned} \frac{n\pi}{20}c_n &= \frac{1}{20} \int_0^{40} g(x) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} dx \\ &= \frac{16 \operatorname{sen} \frac{n\pi}{2}}{n^2 \pi^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

$$c_n = \frac{320 \operatorname{sen} \frac{n\pi}{2}}{n^3 \pi^3}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Portanto a solução é dada por

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \frac{320}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} \frac{n\pi}{2}}{n^3} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{20} \\ &= \frac{320}{\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} \operatorname{sen} \frac{(2n+1)\pi x}{40} \operatorname{sen} \frac{(2n+1)\pi t}{20} \end{aligned}$$

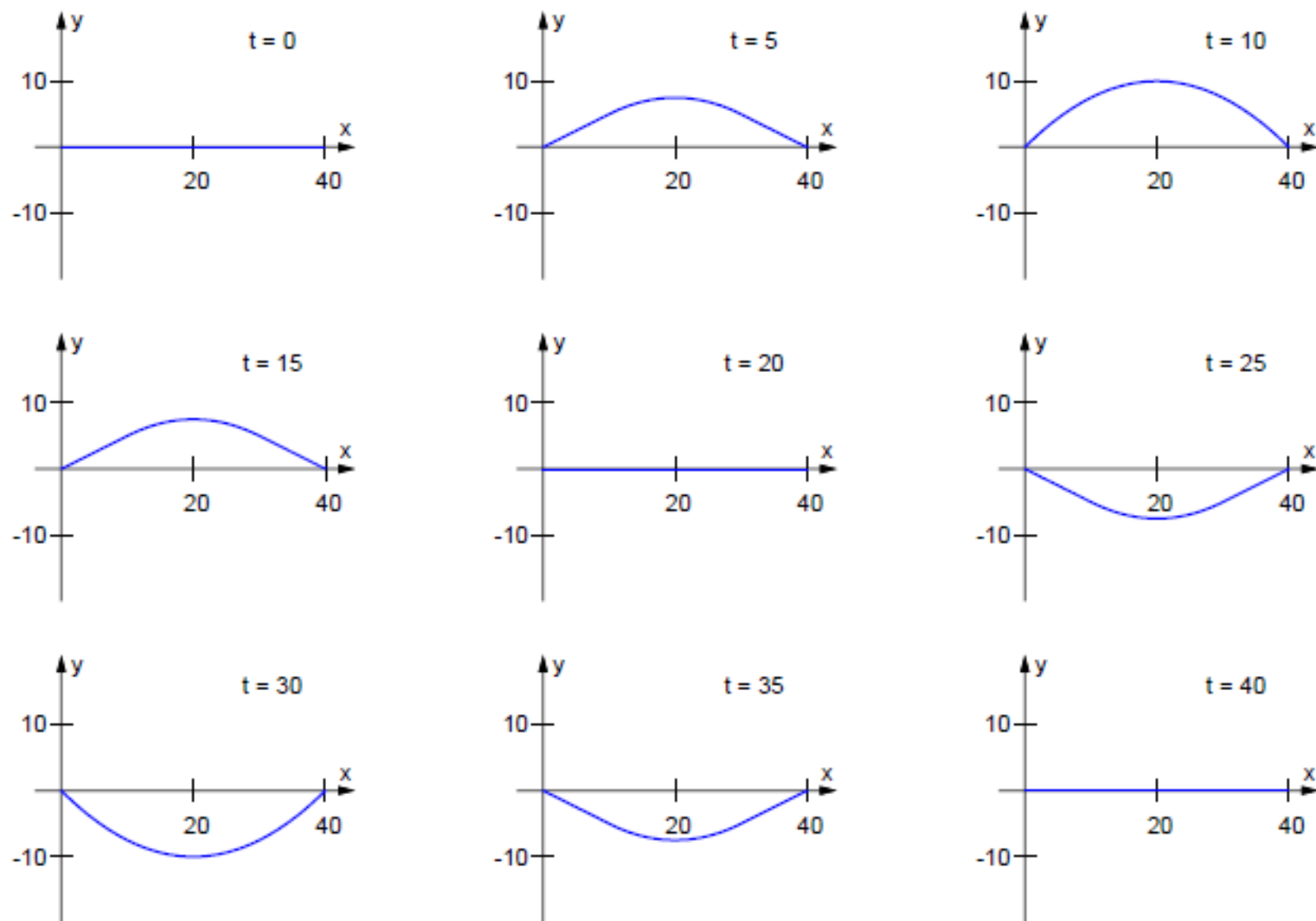
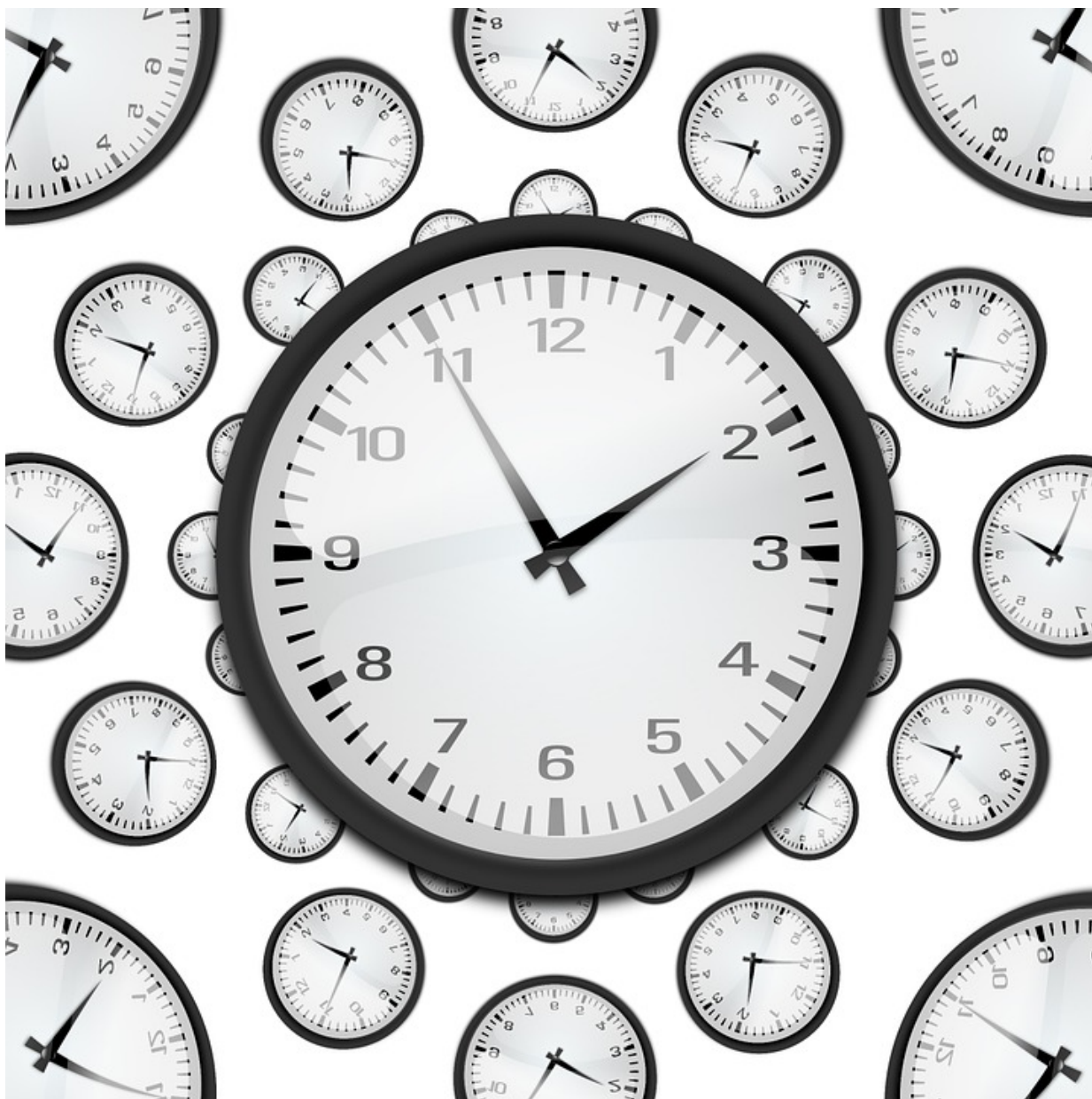


Figura 4.6 – Solução, $u(x, t)$, do PIVF do Exemplo 4.2.



- 1.5. Determine o deslocamento, $u(x, t)$, de uma corda de 40 cm de comprimento, presa nas extremidades, com coeficiente $a = 2$, com deslocamento inicial nulo solta de forma que a velocidade inicial seja dada por

$$g(x) = \begin{cases} x, & \text{se } 0 \leq x < 10 \\ 10, & \text{se } 10 \leq x < 30 \\ 40 - x, & \text{se } 30 \leq x \leq 40 \end{cases}$$



2.1.4 Tabela de Coeficientes de Séries de Fourier

Coeficientes das Séries de Fourier de Funções Elementares		
$f: [-L, L] \rightarrow \mathbb{R}, -1 \leq c < d \leq 1$	$a_n(f, L) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cos \frac{n\pi t}{L} dt$	$b_n(f, L) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \sin \frac{n\pi t}{L} dt$
$f_{c,d}^{(0)}(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \in [cL, dL] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	$\begin{aligned} a_0(f_{c,d}^{(0)}, L) &= d - c \\ a_n(f_{c,d}^{(0)}, L) &= \frac{1}{n\pi} \sin s \Big _{n\pi c}^{n\pi d} \end{aligned}$	$b_n(f_{c,d}^{(0)}, L) = -\frac{1}{n\pi} \cos s \Big _{n\pi c}^{n\pi d}$
$f_{c,d}^{(1)}(t) = \begin{cases} t, & \text{se } t \in [cL, dL] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	$\begin{aligned} a_0(f_{c,d}^{(1)}, L) &= \frac{L}{2}(d^2 - c^2) \\ a_n(f_{c,d}^{(1)}, L) &= \frac{L}{n^2\pi^2} (s \sin s + \cos s) \Big _{n\pi c}^{n\pi d} \end{aligned}$	$\begin{aligned} b_n(f_{c,d}^{(1)}, L) &= \\ \frac{L}{n^2\pi^2} (-s \cos s + \sin s) \Big _{n\pi c}^{n\pi d} \end{aligned}$
$f_{c,d}^{(2)}(t) = \begin{cases} t^2, & \text{se } t \in [cL, dL] \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$	$\begin{aligned} a_0(f_{c,d}^{(2)}, L) &= \frac{L^2}{3}(d^3 - c^3) \\ a_n(f_{c,d}^{(2)}, L) &= \frac{L^2}{n^3\pi^3} ((s^2 - 2) \sin s + 2s \cos s) \Big _{n\pi c}^{n\pi d} \end{aligned}$	$\begin{aligned} b_n(f_{c,d}^{(2)}, L) &= \\ \frac{L^2}{n^3\pi^3} (2s \sin s + (2 - s^2) \cos s) \Big _{n\pi c}^{n\pi d} \end{aligned}$

1.5. Temos que resolver o problema

)

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = 0, \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = g(x), 0 < x < 40 \\ u(0, t) = 0, u(40, t) = 0 \end{cases}$$

A solução é então

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{20}$$

em que $\frac{n\pi}{20} c_n$ são os coeficientes da série de senos de $g(x)$, ou seja,

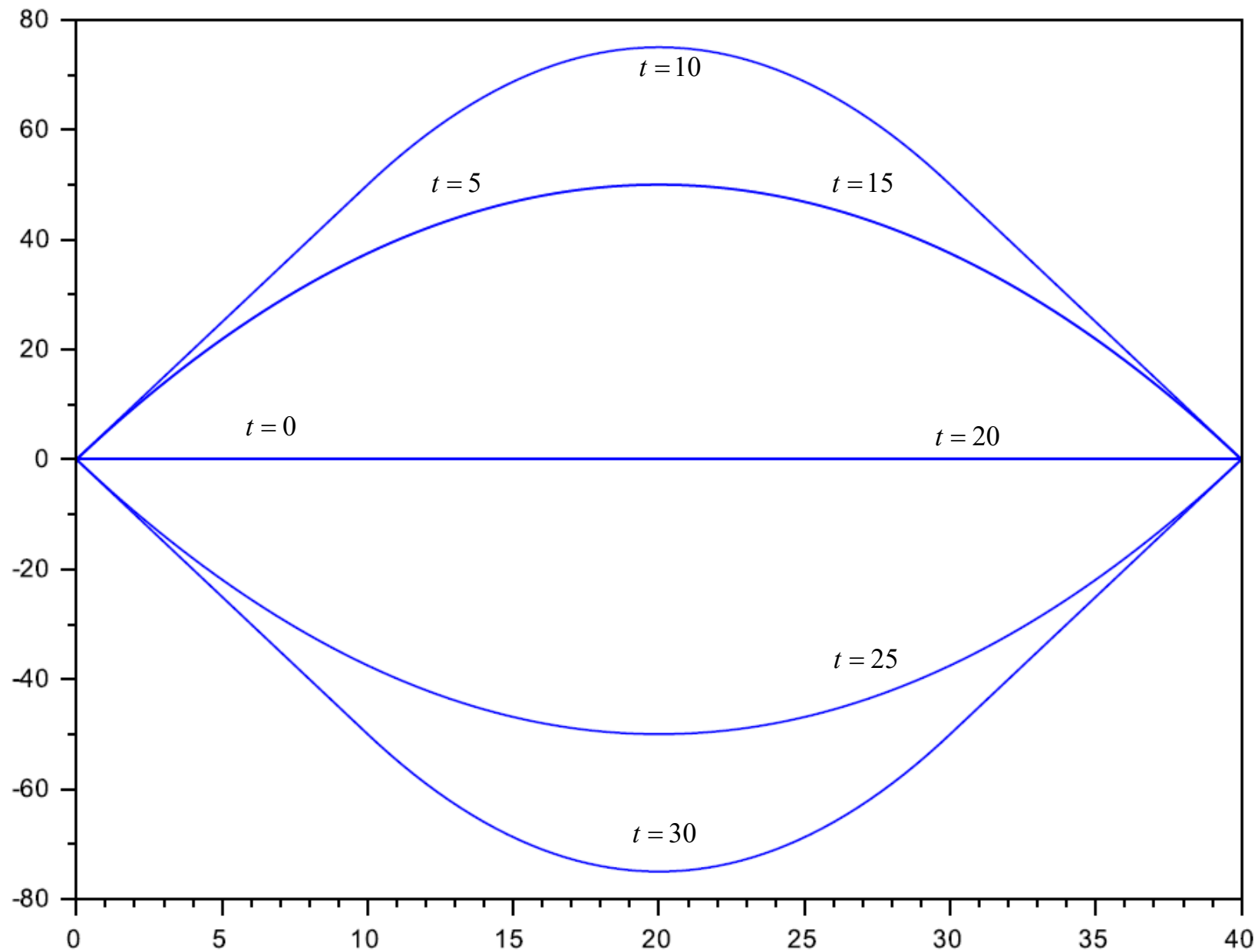
$$\begin{aligned} \frac{n\pi}{20} c_n &= \frac{1}{20} \int_0^{40} g(x) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{40}\right) dx \\ &= \frac{80}{\pi^2} \frac{\operatorname{sen} \frac{n\pi}{4} + \operatorname{sen} \frac{3n\pi}{4}}{n^2} \quad n = 1, 2, 3 \dots \end{aligned}$$

$$c_n = \frac{1600}{\pi^3} \frac{\operatorname{sen} \frac{n\pi}{4} + \operatorname{sen} \frac{3n\pi}{4}}{n^3}, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Portanto a solução é dada por

$$u(x, t) = \frac{1600}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} \frac{n\pi}{4} + \operatorname{sen} \frac{3n\pi}{4}}{n^3} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{20}$$

```
0001 //Exercício 1.5
0002 m=100; L =40;
0003 x=linspace(0,1,m+1)*L
0004 nk=100
0005 t=30
0006 a=2
0007 u = zeros(m+1)
0008 for n = 1:nk
0009     cn= 2*L*L*(sin(n*pi/4)+sin(3*n*pi/4))/(a*n^3*pi^3)
0010     u = u + cn*sin(n*pi*x/L)*sin(n*a*pi*t/L)
0011 end
0012 plot(x,u)
```



4.1.3 Caso Geral

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = g(x), \quad 0 < x < L \\ u(0, t) = 0, \quad u(L, t) = 0 \end{cases}$$

Como observamos anteriormente a solução deste problema é a soma da solução do problema com apenas $f(x)$ não nula, que vamos denotar por $u^{(f)}(x, t)$, com a solução do problema com apenas $g(x)$ não nula, $u^{(g)}(x, t)$, ou seja,

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u^{(f)}(x, t) + u^{(g)}(x, t) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{na\pi t}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{na\pi t}{L} \end{aligned}$$

em que c_n e $\frac{na\pi}{L}d_n$ são os coeficientes da série de senos de $f(x)$ e de $g(x)$, respectivamente, ou seja,

$$c_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

$$\frac{na\pi}{L}d_n = \frac{2}{L} \int_0^L g(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Para cada x , a solução, $u(x, t)$, é periódica com relação a t com período $T = \frac{2L}{a}$.

As funções

$$u_n(x, t) = c_n \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{na\pi t}{L} + d_n \sin \frac{n\pi x}{L} \sin \frac{na\pi t}{L}$$

são chamadas **modos normais (ou naturais) de vibração**, ondas estacionárias ou harmônicos. Substituindo-se $(c_n, d_n) = (R_n \cos \delta_n, R_n \sin \delta_n)$ os harmônicos podem ser escritos como (verifique!)

$$u_n(x, t) = \left[R_n \cos \left(\frac{na\pi t}{L} - \delta_n \right) \right] \sin \frac{n\pi x}{L}.$$

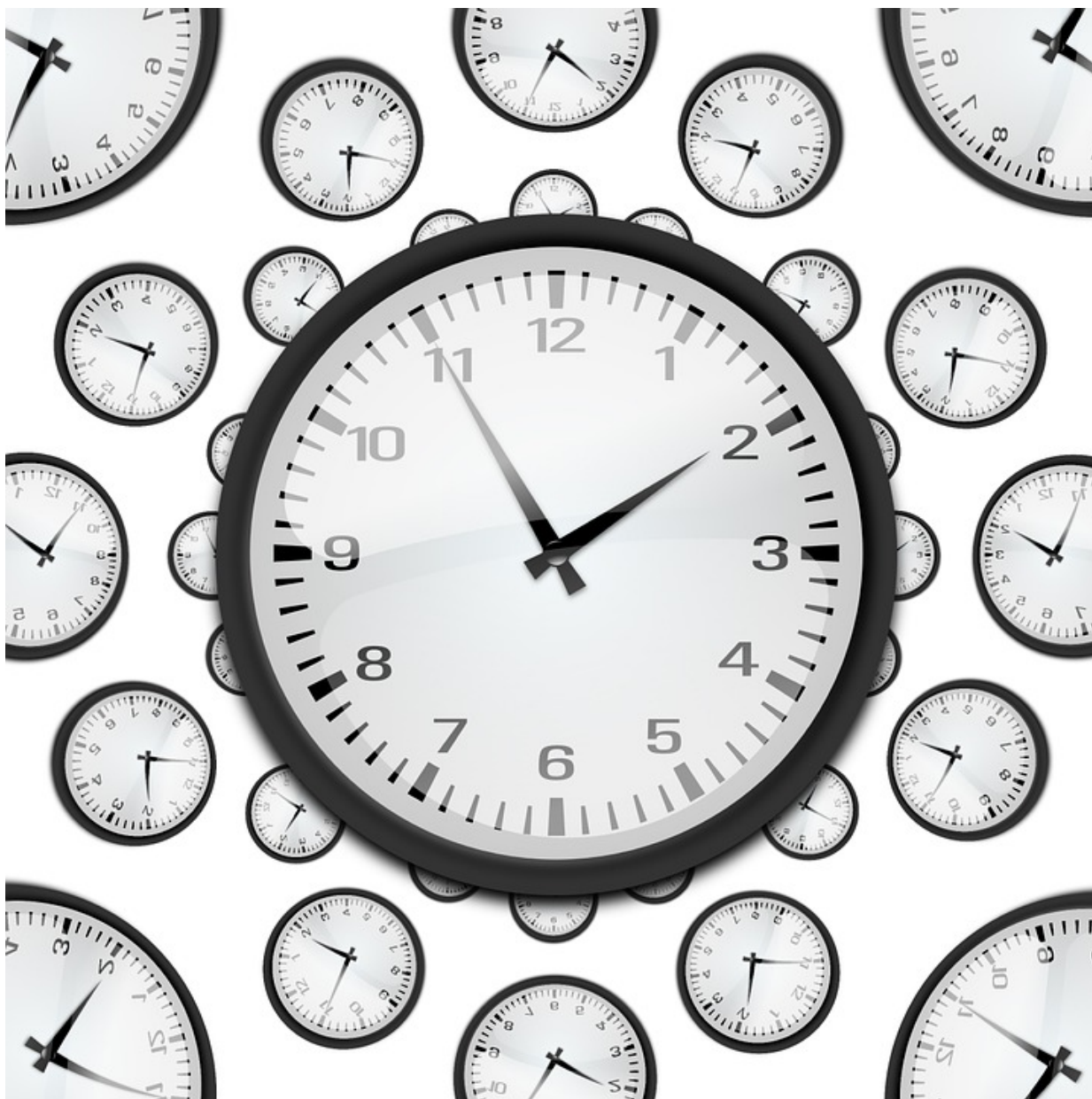
Portanto, os modos normais de vibração podem ser vistos como senos com amplitudes $R_n \cos \left(\frac{na\pi t}{L} - \delta_n \right)$ e frequências $\frac{an\pi}{L}$ chamadas **frequências naturais** da corda. Logo os períodos fundamentais são $T_n = \frac{2L}{na}$. Cada modo normal $u_n(x, t)$ tem $n - 1$ pontos fixos no intervalo $0 < x < L$ (quais são?).

Exemplo 4.3. Vamos considerar uma corda de 40 cm de comprimento, presa nas extremidades, com coeficiente $a = 2$, com deslocamento inicial $f(x)$ e com uma velocidade inicial $g(x)$ dados por

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } 0 \leq x < 20, \\ 40 - x, & \text{se } 20 \leq x \leq 40, \end{cases} \quad g(x) = \frac{f(x)}{10}.$$

Temos que resolver o problema de valor inicial e de fronteira

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(x, 0) = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = g(x), \quad 0 < x < 40 \\ u(0, t) = 0, \quad u(40, t) = 0 \end{cases}$$



A solução é a soma das soluções dos problemas dados nos Exemplos 4.1 e 4.2, ou seja,

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} \cos \frac{n\pi t}{20} + \sum_{n=1}^{\infty} d_n \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{20}$$

em que c_n e $\frac{n\pi}{20}d_n$ são os coeficientes da série de senos de $f(x)$ e de $g(x)$, respectivamente, ou seja,

$$c_n = \frac{1}{20} \int_0^{40} f(x) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} dx = \frac{160 \operatorname{sen} \frac{n\pi}{2}}{n^2 \pi^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{n\pi}{20} d_n = \frac{1}{20} \int_0^{40} g(x) \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} dx = \frac{16 \operatorname{sen} \frac{n\pi}{2}}{n^2 \pi^2} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$d_n = \frac{320 \operatorname{sen} \frac{n\pi}{2}}{n^3 \pi^3}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Portanto a solução é dada por

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \frac{160}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} \frac{n\pi}{2}}{n^2} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} \cos \frac{n\pi t}{20} + \frac{320}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen} \frac{n\pi}{2}}{n^3} \operatorname{sen} \frac{n\pi x}{40} \operatorname{sen} \frac{n\pi t}{20} \\ &= \frac{160}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \operatorname{sen} \frac{(2n+1)\pi x}{40} \cos \frac{(2n+1)\pi t}{20} \\ &\quad + \frac{320}{\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} \operatorname{sen} \frac{(2n+1)\pi x}{40} \operatorname{sen} \frac{(2n+1)\pi t}{20} \end{aligned}$$

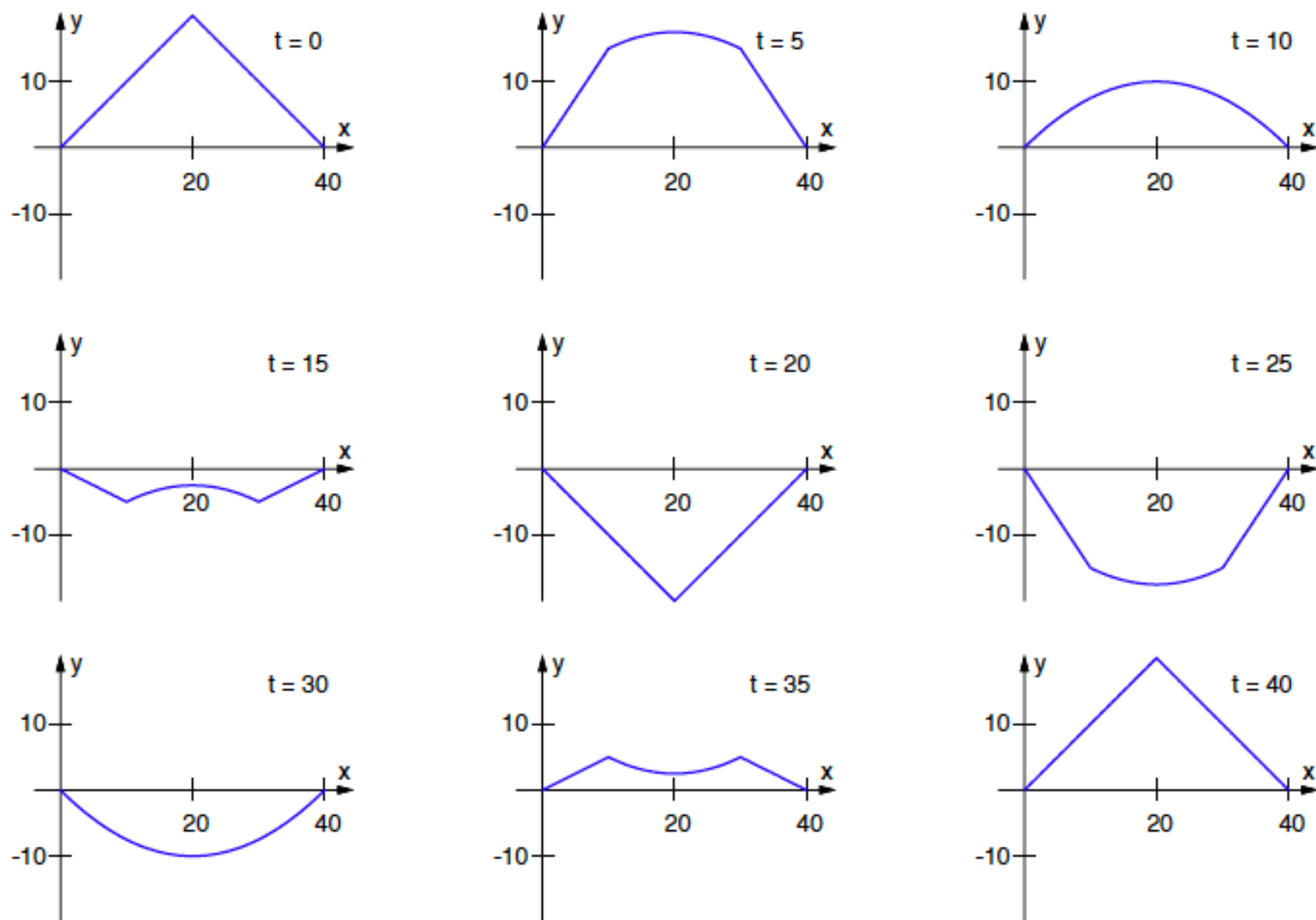


Figura 4.7 – Solução, $u(x, t)$, do PVIF do Exemplo 4.3.

MAP 2320 – MÉTODOS NUMÉRICOS EM EQUAÇÕES DIFERENCIAIS II

2º Semestre - 2019

Roteiro do curso

- Introdução
- Séries de Fourier
- Método de Diferenças Finitas
- Equação do calor transiente (parabólica)
- Equação de Poisson (elíptica)
- **Equação da onda (hiperbólica)**