Sistemas de equações lineares

Alexandre Suaide

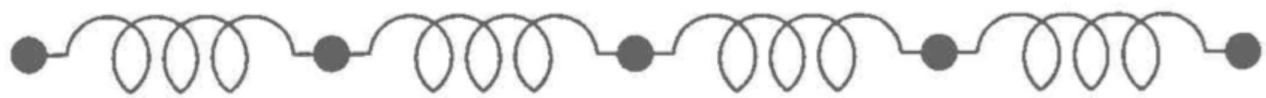
Resolução de sistemas de equações lineares

- Métodos
  - Eliminação gaussiana
  - Substituição reversa
  - Reordenamento
- Em Python
  - A x = y

```
from numpy.linalg import solve
x = solve(A,y)
```

Exercício

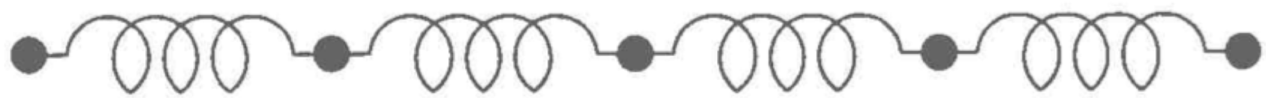
- Suponha um sistema de *N* corpos idênticos, com massa *m*, conectadas por molas de constante elástica *k*. O corpo mais à esquerda recebe a ação de uma força externa *F*, na horizontal



- Parte 1
  - Encontre as equações diferenciais do movimento de cada corpo
  - Suponha que a força *F* é dada por: $F = Ce^{i\omega t}$

Exercício

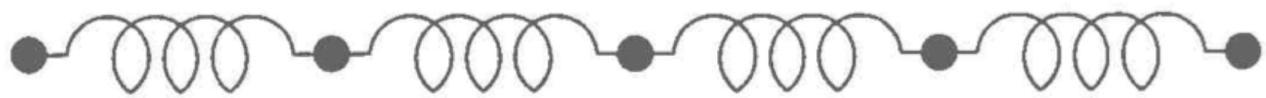
- Suponha um sistema de *N* corpos idênticos, com massa *m*, conectadas por molas de constante elástica *k*. O corpo mais à esquerda recebe a ação de uma força externa *F*, na horizontal



- Parte 2
  - Use como solução para a posição de cada corpo, com índice *j*, uma expressão do tipo $\xi_j = x_j e^{i\omega t}$, onde x_j é a amplitude de oscilação do *j*-ésimo corpo
  - Subsititua nas equações obtidas e encontre novas equações para as amplitudes de oscilação, x_j, de cada corpo.

Exercício

- Suponha um sistema de *N* corpos idênticos, com massa *m*, conectadas por molas de constante elástica *k*. O corpo mais à esquerda recebe a ação de uma força externa *F*, na horizontal



- Parte 3
  - Escreva as equações obtidas em forma matricial
  - Use $N = 26, C = 1, m = 1, k = 6, \omega = 2$
    - Escreva um programa em Python para resolver este Sistema de equações
    - Faça um gráfico da amplitude de oscilação x_j em função de *j*, após resolvido o problema
  - Mude as variáveis acima a seu gosto e explore diferentes resultados

Solução

- Equações para cada massa $$m\frac{d^2\xi_i}{dt^2} = k(\xi_{i+1} - \xi_i) + k(\xi_{i-1} - \xi_i) + F_i$$
  - Exceções para os dois extremos $$m\frac{d^2\xi_1}{dt^2} = k(\xi_2 - \xi_1) + F_1,$$ $$m\frac{d^2\xi_N}{dt^2} = k(\xi_{N-1} - \xi_N) + F_N$$
- Substituindo F e ξ_j $$-m\omega^2 x_1 = k(x_2 - x_1) + C,$$ $$-m\omega^2 x_i = k(x_{i+1} - x_i) + k(x_{i-1} - x_i),$$ $$-m\omega^2 x_N = k(x_{N-1} - x_N),$$
- Resulta em

$$\begin{pmatrix} (\alpha - k) & -k & & & & \\ -k & \alpha & -k & & & \\ & -k & \alpha & -k & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & -k & \alpha & -k \\ & & & & -k & (\alpha - k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{N-1} \\ x_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\alpha = 2k - m\omega^2$$