

TÓPICOS

Proteção digital das linhas de transmissão.
Base matemática para a proteção digital.

- Introdução
- A detecção da falta.
- Uso de técnicas dos mínimos quadrados, *Fourier*, *Walsh* e *Kalman*.
- A classificação da falta.
- Sistema completo de proteção de distância para linhas de transmissão.
- A proteção baseada em ondas viajantes.
- A proteção diferencial de linhas com três terminais.

3.1 Introdução

Algoritmo completo de proteção de distância

Rotinas de um algoritmo completo de proteção de linhas- Passos Fundamentais.



3.3 Técnica baseada nos mínimos quadrados

Admite-se uma forma de onda com os componentes descritos anteriormente:

$$k_1 e^{-\lambda t} + \sum_{m=1}^N [k_{2m} \text{sen}(m\omega t) + k_{2m+1} \text{cos}(m\omega t)] (*)$$

$$E = \int_0^T \{I - k_1 e^{-\lambda t} + \sum_{m=1}^N [k_{2m} \text{sen}(m\omega t) + K_{2m+1} \text{cos}(m\omega t)]\}^2$$

Onde:

I = forma de onda a ser considerada

T = período amostral

Onde:

k_1, k_2, \dots, k_{n+1} são os parâmetros incógnitos

N = número de componentes de harmônicos

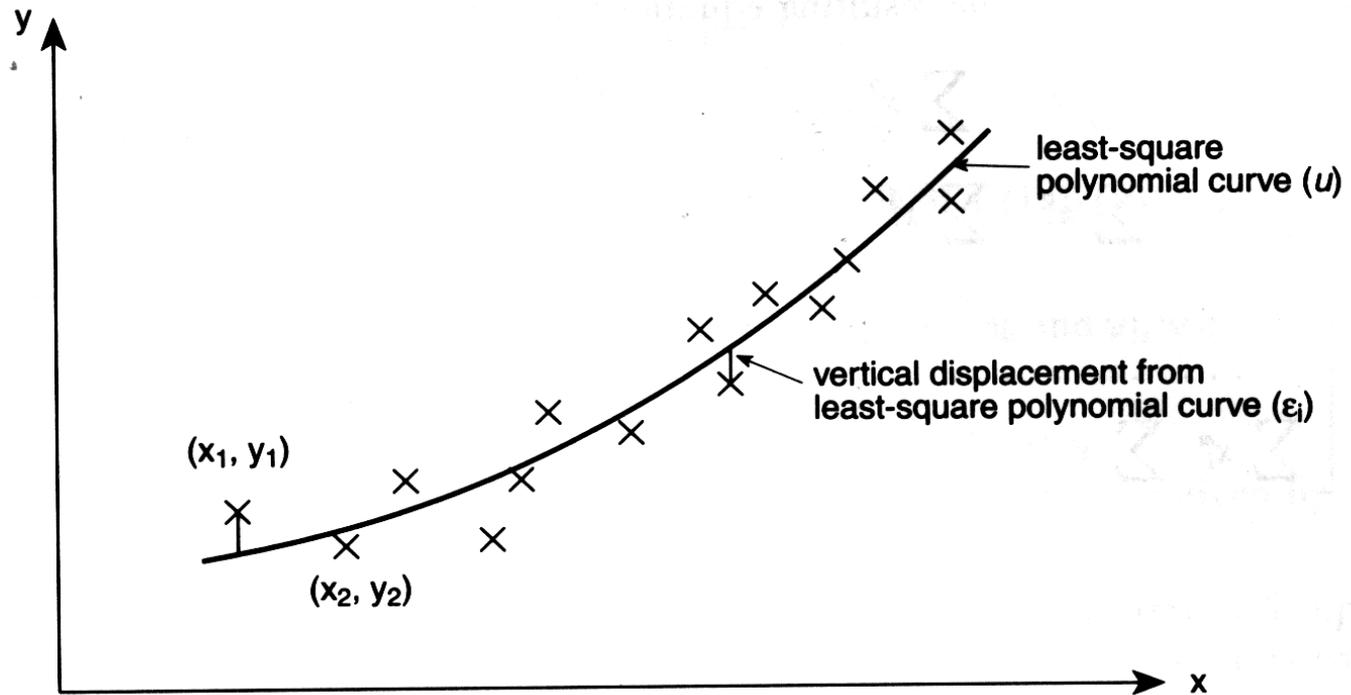
λ = constante de decaimento

ω = freqüência angular

3.3 Técnica baseada nos mínimos quadrados

- As soluções do procedimento de minimização são os parâmetros incógnitos k : Os parâmetros k do componente de frequência fundamental são utilizados para calcular a impedância aparente vista na locação do relé.
- O modelo básico (*) pode ser simplificado eliminando-se os harmônicos e considerando componentes CC constante.
- A precisão depende do período de amostragem e do número de amostras por ciclo = janela e taxa amostral.

3.3 Técnica baseada nos mínimos quadrados



3.3 Técnica baseada na transformada de *Fourier*

Esta técnica se fundamenta na teoria de transformadas ortogonais: um par ortogonal de funções bases são correlacionadas com os dados amostrais para extrair os componentes da função base da forma de onda de entrada.

TDF \Rightarrow par ortogonal (funções seno e co-seno)

3.3 Técnica baseada na transformada de *Fourier*

- Para expressões dadas na forma retangular, para um ciclo de dados a amostra k :

$$V_c = 2 / N \left\{ \sum_{T=1}^N V_i \cos[(2\pi / N)T] \right\}$$

V_i = amostra de tensão

N = número de amostras por ciclo

$$V_s = 2 / N \left\{ \sum_{T=1}^N V_i \text{sen}[(2\pi / N)T] \right\}$$

- Assim, as expressões podem ser convertidas a forma polar, sendo a expressão para a tensão:

$$V = (V_s^2 + V_c^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$|Z| = \left\{ (V_s^2 + V_c^2) / (I_s^2 + I_c^2) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\Theta_V = \tan^{-1}(V_s/V_c)$$

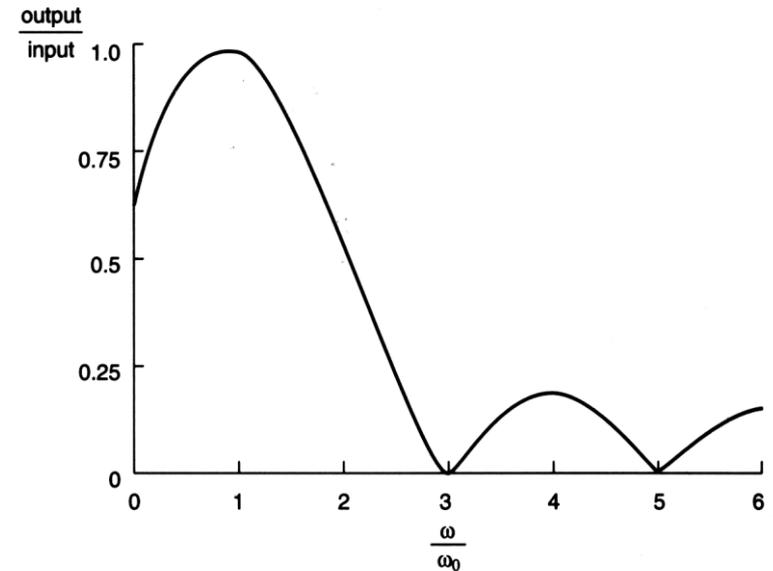
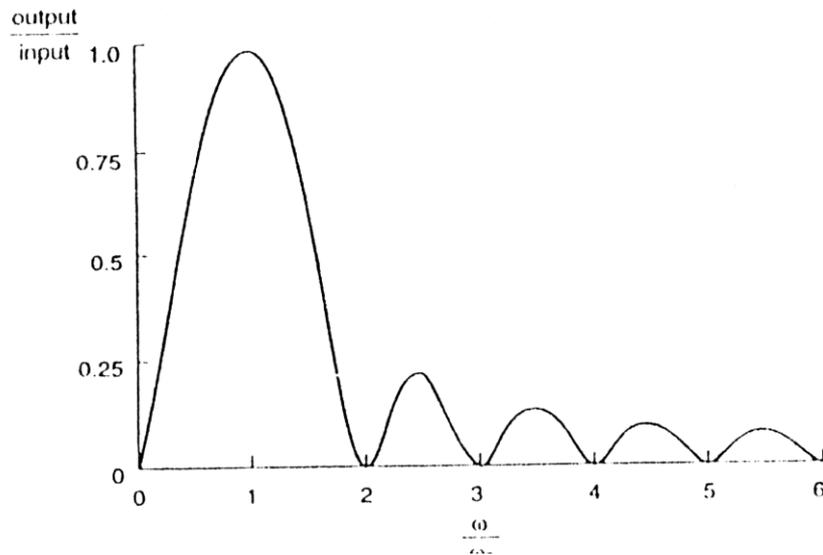
$$\Theta_z = \tan^{-1}(V/I)$$

3.3 Técnica baseada na transformada de *Fourier*

- Está implícito na análise de Fourier a filtragem dos dados:
melhor precisão porque se utiliza dos componentes fundamentais (ciclo completo).
- Com o intuito de melhorar o tempo de resposta do algoritmo, foram desenvolvidos dois outros métodos baseados na TDF:
 - ✓ **TDF de meio ciclo**: alguns erros foram introduzidos devido a componente CC e altas freqüências.
 - ✓ **FFT (*Fast Fourier Transform*)**: versão otimizada da TDF no que diz respeito a eficiência computacional.

3.3 Técnica baseada na transformada de *Fourier*

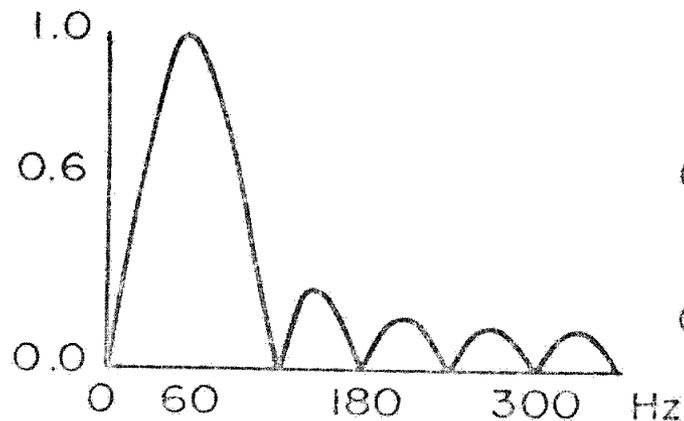
- Resposta em frequência de uma TDF de um ciclo completo e de meio ciclo.



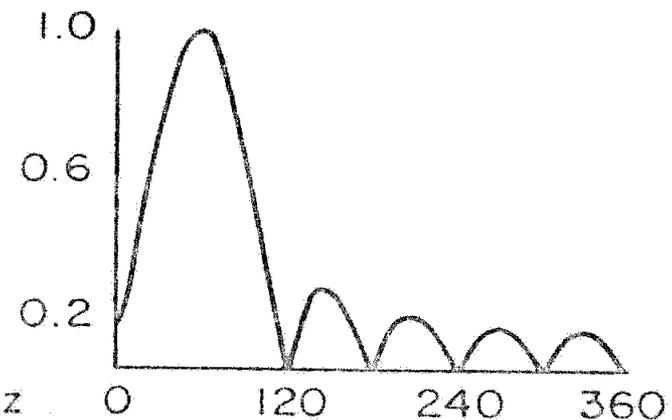
3.3 Técnica baseada na transformada de *Fourier*

No. de Amostras	No. de operações para a TDF	No. de operações para a FFT
16	256	64
32	1024	160
64	4096	384
128	16 384	896
256	65 536	2048
512	262 144	4608

Resposta em frequência de um algoritmo de um ciclo completo e 12 amostras por ciclo.



DFT



Método dos Mínimos Quadrados

3.3 Técnica baseada na função *Walsh*

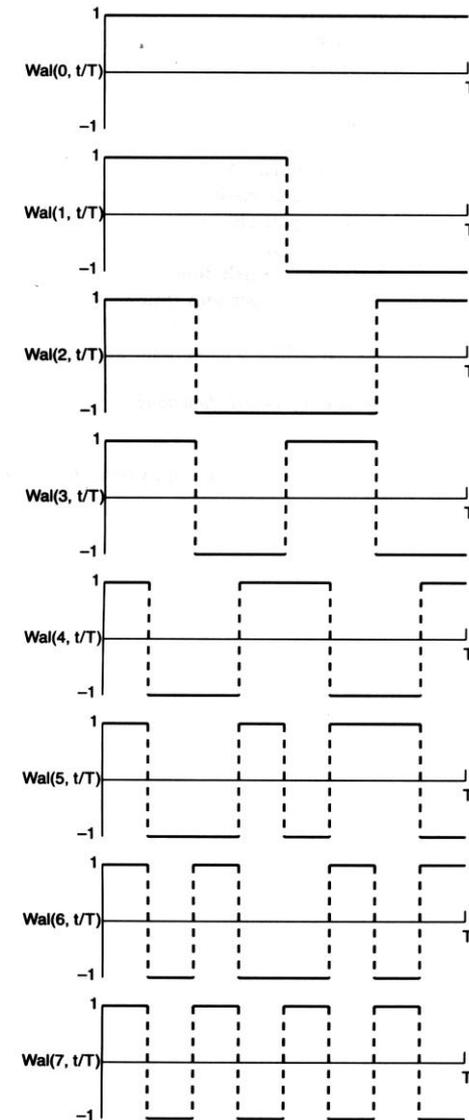
Intimamente relacionada com a Transformada de *Fourier* de um ciclo completo. Porém, as funções ortogonais são ondas quadradas (par e ímpar).

O cálculo é simplificado: ondas quadradas $\Rightarrow \pm 1$ somente:

$$Y_n = 1/2 \left[\sum_{k=1}^{2n} Y_k W_n (k\Theta) \right]$$

3.3 Técnica baseada na função *Walsh*

- Um grande número de termos devem ser incluídos para se obter uma boa estimativa.
- A simplicidade deve ser contrabalançada por grande número de termos: problema para proteção digital (tempo excessivo).



3.3 Técnica baseada no filtro de *Kalman*

- O filtro de *Kalman* é um **estimador ótimo recursivo** dos componentes de frequência fundamental de V e I .
- É necessário um conhecimento estatístico das condições iniciais e o modelo do processo.
- É necessário uma precisão do sinal de ruído:
 - ✓ Função de auto-correlação e variância do sinal de ruído baseada na frequência e ocorrência de diferentes tipos de faltas.
 - ✓ A probabilidade de distribuição da localização da falta.
- Muito bem aplicado em processamento digital **on-line**. Os dados de entrada ruidosos (medidos) são processados recursivamente: quando cada amostra se torna disponível em tempo real, ela é utilizada para atualizar a estimativa prévia. Isto é repetido até o estado-estável, onde nenhuma melhoria é alcançada.
- O resultado possui rápida convergência para 60 Hz e baixo esforço computacional.
- O filtro de *Kalman* é inicializado com uma estimativa do sinal e sua covariância com uma do erro.

3.3 Técnica baseada no filtro de *Kalman*

- O sinal de tensão é modelado segundo as equações:

$$H_k = [\cos(k\Theta) \quad \text{sen}(k\Theta)]$$

- O sinal da corrente é modelado segundo as equações:

$$H_k = [\cos(k\Theta) \quad \text{sen}(k\Theta) \quad 1]$$

É utilizado um modelo de dois estados para tensão e tres estados para a corrente. O modelo de três estados leva em consideração o componente CC.

3.3 Técnica baseada no filtro de *Kalman*

$$X_k = \begin{bmatrix} Y_c \\ Y_s \end{bmatrix}$$

$$\Theta_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X_k = \begin{bmatrix} Y_c \\ Y_s \\ Y_0 \end{bmatrix}$$

$$\Theta_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & e^{-\beta\Delta t} \end{bmatrix}$$

Onde:

X_k = vetor de estado do processo ($n \times 1$) no tempo t_k .

Θ_k = matriz de transição de estado ($n \times n$)

H_k = matriz que relaciona as medidas e os estados.

- Em ambos os casos a covariância do sinal de ruído é:

$$R_k = K e^{-K\Delta t/T}$$

Proteção digital de linhas

Exercício

Considere uma onda de tensão senoidal representada por $v(t) = 10 \sin(\omega t + 60^\circ)$ [V], sendo submetida a um processo de digitalização. Se as amostras são obtidas através de um conversor A/D de 4 bits e uma taxa amostral de 360 Hz, qual é o erro introduzido pelo processo de digitalização (quantização, etc) e refletido na amplitude e ângulo de fase desta onda, se a mesma for reconstruída pela Transformada Discreta de Fourier para posterior utilização na rotina de proteção?