



Nome:

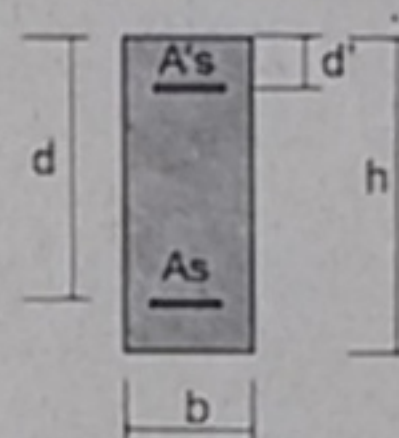
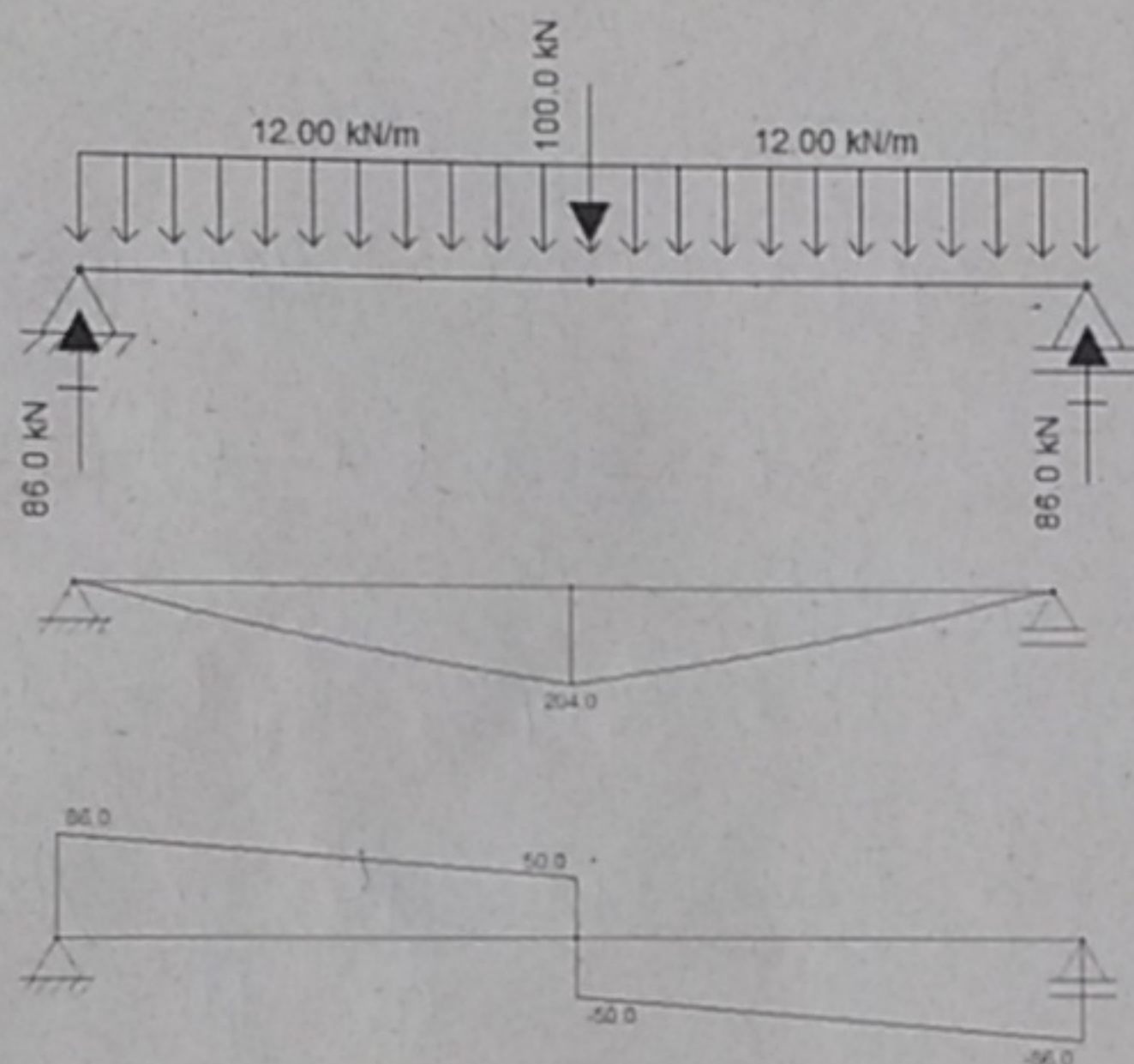
GABARITO

Nº USP:

Professor:

Questão 1 (4 pontos): A figura abaixo ilustra uma viga bi-apoiada sujeita a um carregamento distribuído $p = 12 \text{ kN/m}$ ($p = g + q$) e uma carga concentrada $P = 100 \text{ kN}$. Baseado no diagrama esforços solicitantes característicos desta estrutura, pede-se:

- Calcular a armadura longitudinal para seção de máximo momento fletor
- Calcular a armadura de cisalhamento para resistir ao esforço cortante máximo



Dados:

- $b = 20 \text{ cm}$
- $h = 60 \text{ cm}$
- $d = 54 \text{ cm}$
- $d' = 6 \text{ cm}$
- Aço CA50
- concreto classe C20

$M_k \text{ (kN.m)}$

$V_k \text{ (kN)}$

Dados:

- Aço CA50: $f_{yk} = 500 \text{ MPa} = 50 \text{ kN/cm}^2$; $f_{yd} = f_{yk}/1,15$; $\epsilon_{yd} = 2,07\%$;
domínio 2: $x \leq 0,259d$; domínio 3: $0,259d < x \leq 0,628d$
- Concreto Classe C20: $f_{ck} = 20 \text{ MPa} = 2 \text{ kN/cm}^2$; $f_{cd} = f_{ck}/1,4$; limite de ductilidade: $x/d \leq 0,45$
- $M_d = 1,4 M_k$; $V_d = 1,4 V_k$;

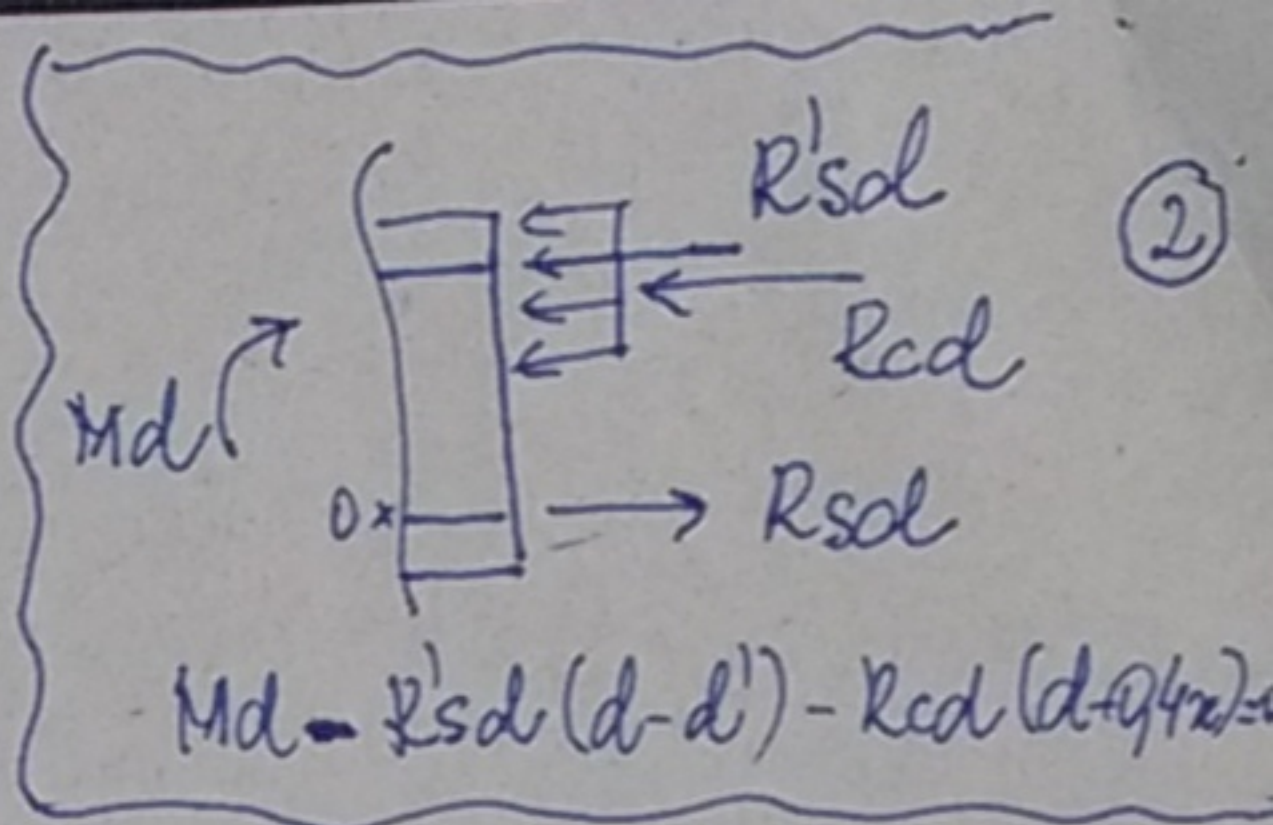
a) $M_{u\max} = 204 \text{ kN.m} = M_k$

$$\text{L.N. } x = 1,25 \times 54 \times \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1,4 \times 20400}{0,425 \times 20 \times 54^2 \times \frac{2}{1,4}}} \right] = 37,81 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = 0,70 > 0,45 \rightarrow \text{fixar } x = 0,45d$$

e adotar armadura dupla

$$R_{cd} = 0,68 \cdot \underbrace{f_{cd}}_{\substack{f_{ck} \\ 1,4}} \cdot b \cdot \underbrace{0,45d}_x = 472,11 \text{ kN}$$

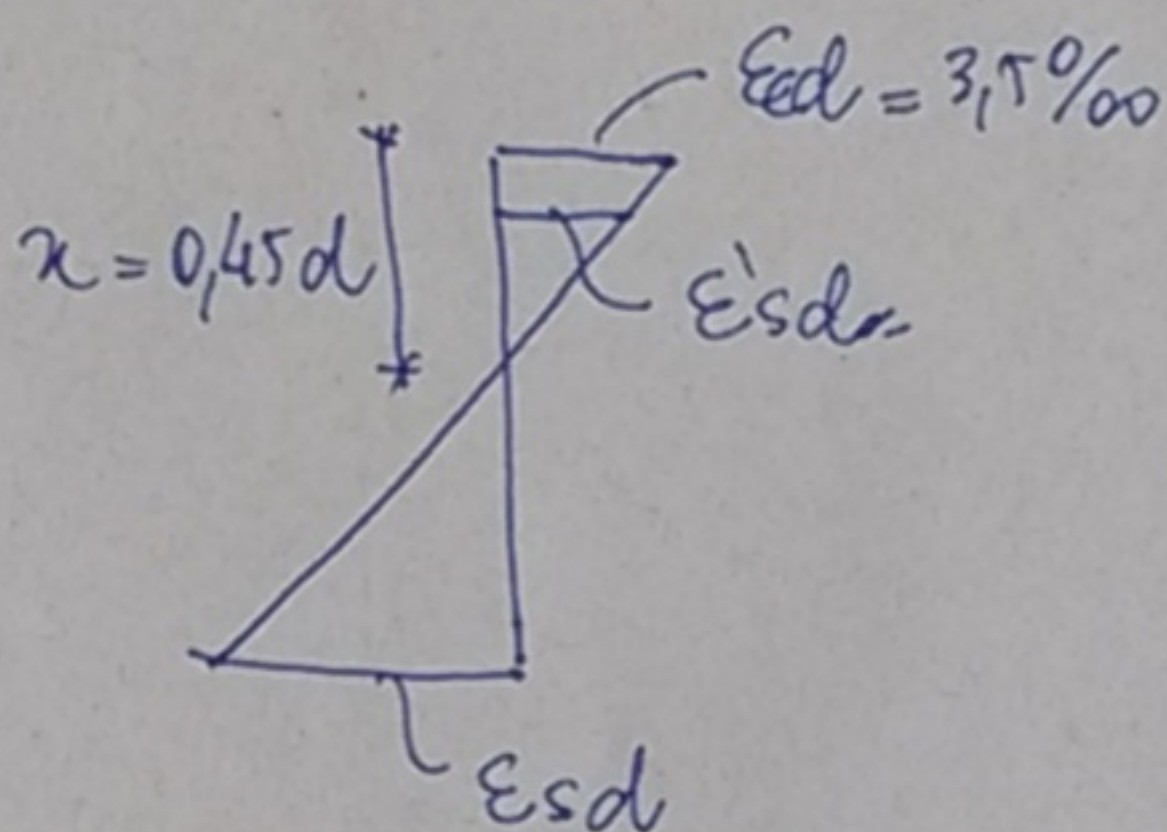


$$R'_{sd} = \frac{Md - R_{cd}(d - 0,4x)}{(d - d')} ; \text{ onde } x = 0,45d$$

$Md = 1,4 \times M_k$

$$R'_{sd} = 159,47 \text{ kN}$$

Por isso caso $\rightarrow 0,259d < x = 0,45d < 0,628d$ (domínio 3)



$$\epsilon'_{sd} = \frac{\epsilon_{cd}(x - d')}{x}$$

$$\epsilon'_{sd} = 2,64\text{‰} > \epsilon_{yd} = 2,07\text{‰}$$

$$\therefore \sigma'_{sd} = f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = \frac{50}{1,15} = 43,5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$A_s = \frac{R'_{sd}}{f_{yd}} = 3,67 \text{ cm}^2 //$$

$$R_{sd} = R'_{sd} + R_{cd} = 631,58 \text{ kN}$$

$$A_s = \frac{R_{sd}}{\sigma_{sd}} = 14,53 \text{ cm}^2 //$$

$\sigma_{sd} = f_{yd} \text{ (domínio 3)}$



Nome:

GABARITO

Nº USP:

Professor:

b) $V_{uax} = 86 \text{ kN} = V_k \rightarrow V_d = 1,4 \times 86 = 120,4 \text{ kN}$

- Verificação do concreto ($V_d \leq V_{rd2}$)

$$V_{rd2} = 0,27 \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d ; \text{ onde } \begin{cases} \alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0,92 \\ f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4} \end{cases} \quad \text{(MPa)}$$

$$V_{rd2} = 0,27 \times 0,92 \times \frac{2}{1,4} \times 20 \times 54$$

$$V_{rd2} = 386,2 \text{ kN} > V_d = 120,4 \text{ kN} \quad \text{Ok!}$$

- Determinação da armadura transversal

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_d - V_c}{0,9 d \cdot f_{yd}} ; V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d = 71,6 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{120,4 - 71,6}{0,9 \times 0,54 \times \frac{50}{1,15}} \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = 2,31 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$f_{ctd} = \frac{0,21 \times f_{ck}^{2/3}}{1,4} = 1,105 \text{ MPa} = 0,1105 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

obs.: $f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$
 $f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,u}$
 $f_{ct,u} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$ $\text{pf } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$

armadura mínima: $\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = f_{min} \times b = 0,09\% \times 20 = 1,8\% \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} = 1,8 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$
 $\text{pf } f_{ck} = 20 \text{ MPa}$

$$\therefore \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) > \left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} \quad \text{Ok!}$$

- adotando-se 2 barras e $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$

(4)

$$n^{\circ} \text{ de estribos em } 1 \text{ m} : n = \frac{(A_{sw}/s)}{2A_s} = \frac{2,31}{2 \times 0,32} = 3,61$$

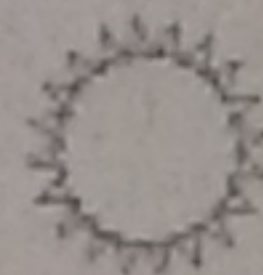
$$\text{espaçamento entre estribos} : s = \frac{100 \text{ cm}}{n^{\circ} \text{ estribos}} = \frac{100}{3,61} = 27,7 \text{ cm}$$

Verificação do espaçamento:

$$V_d = 120,4 \text{ kN} < 0,67 V_{Rd2} = 0,67 \times 386,2 = 258,7 \text{ kN}$$

$$7 \text{ cm} \leq s \leq \begin{cases} 30 \text{ cm} \\ 0,6d = 32,4 \text{ cm} \end{cases} \quad \text{OK!}$$

Logo, para $V_d = 120,4 \text{ kN} \rightarrow \boxed{\phi 6,3 \text{ c/27}}$



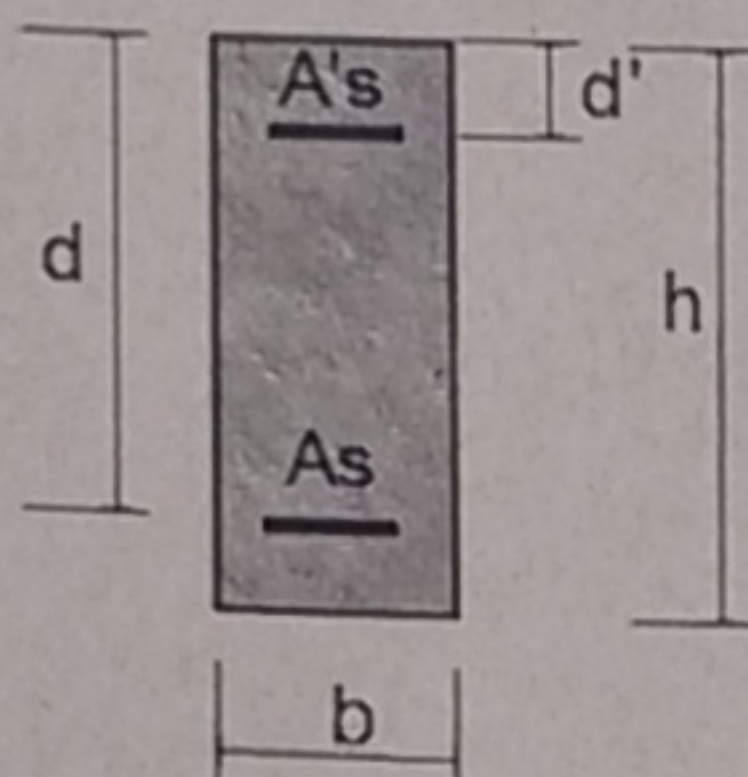
Nome:

Nº USP:

Professor:

Questão 2 (3 pontos): Para a seção transversal de uma viga de concreto armado abaixo, pede-se:

- Qual o momento fletor máximo que pode ser aplicado?
- Alojar a armadura longitudinal $A_s = 12\text{cm}^2$ na seção transversal. Adotar armadura transversal com bitola de 6,3mm.



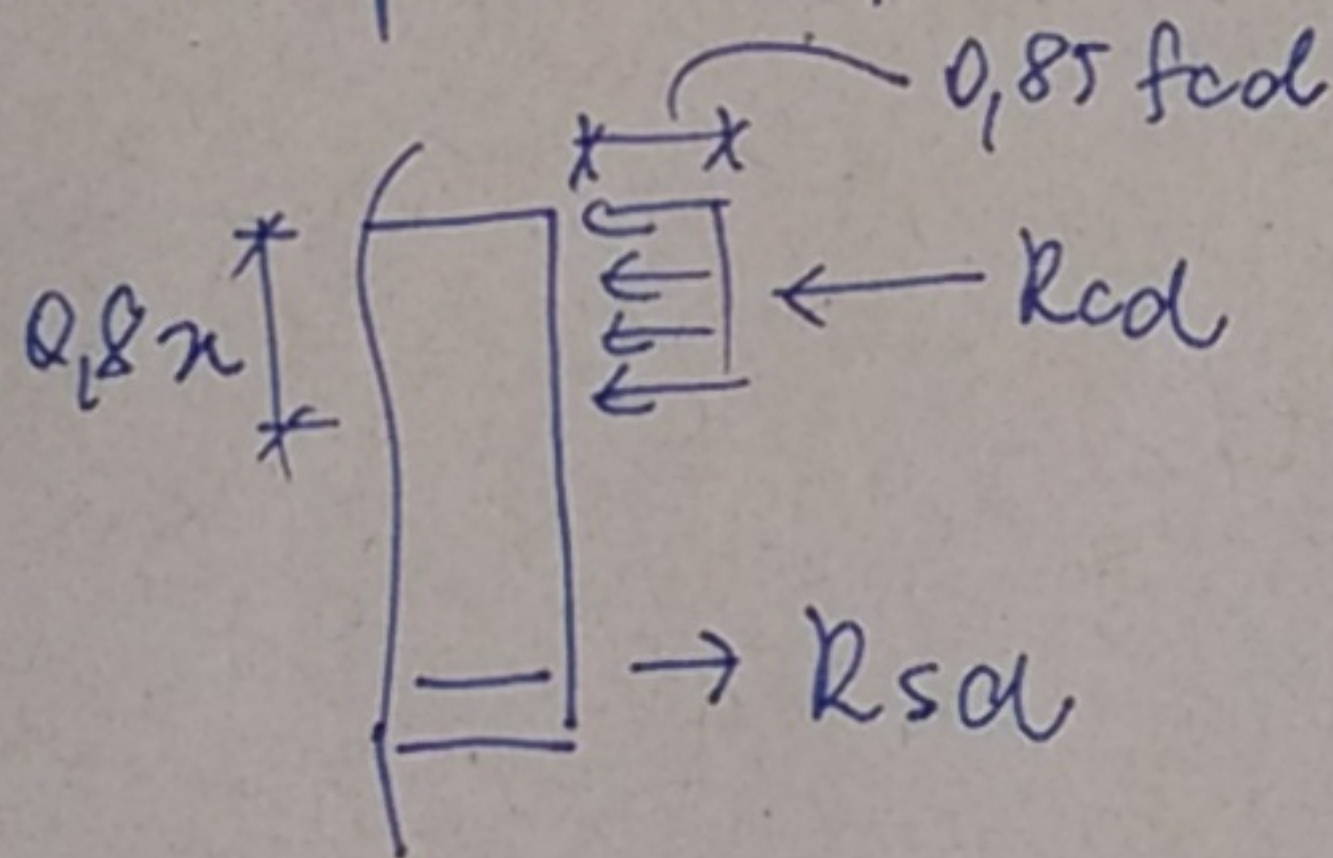
Dados:

- $b = 20\text{cm}$
- $h = 60\text{cm}$
- $A_s = 12\text{cm}^2$ e $d = 54\text{cm}$
- $A's = 0$
- Aço CA50
- concreto classe C30
- classe de agressividade I
- brita 1 ($d_{\text{máx}} = 19\text{mm}$)

Dados:

- Aço CA50: $f_{yk} = 500\text{MPa} = 50\text{kN/cm}^2$; $f_{yd} = f_{yk}/1,15$; $\epsilon_{yd} = 2,07\text{‰}$;
domínio 2: $x \leq 0,259d$; domínio 3: $0,259d < x \leq 0,628d$
- Concreto Classe C30: $f_{ck} = 30\text{MPa} = 3\text{kN/cm}^2$; $f_{cd} = f_{ck}/1,4$; limite de ductilidade: $x/d \leq 0,45$

a) hipótese: seção subarmada (domínio 2 ou 3)



$$\left. \begin{aligned} R_{cd} &= 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \\ R_{sd} &= f_{yd} \cdot A_s \end{aligned} \right\} R_{cd} = R_{sd}$$

$$\Downarrow$$
$$\boxed{x = 17,9\text{cm}}$$

$$\frac{x}{d} = 0,33 < 0,45$$

(domínio 3)

ductilidade
verificada!

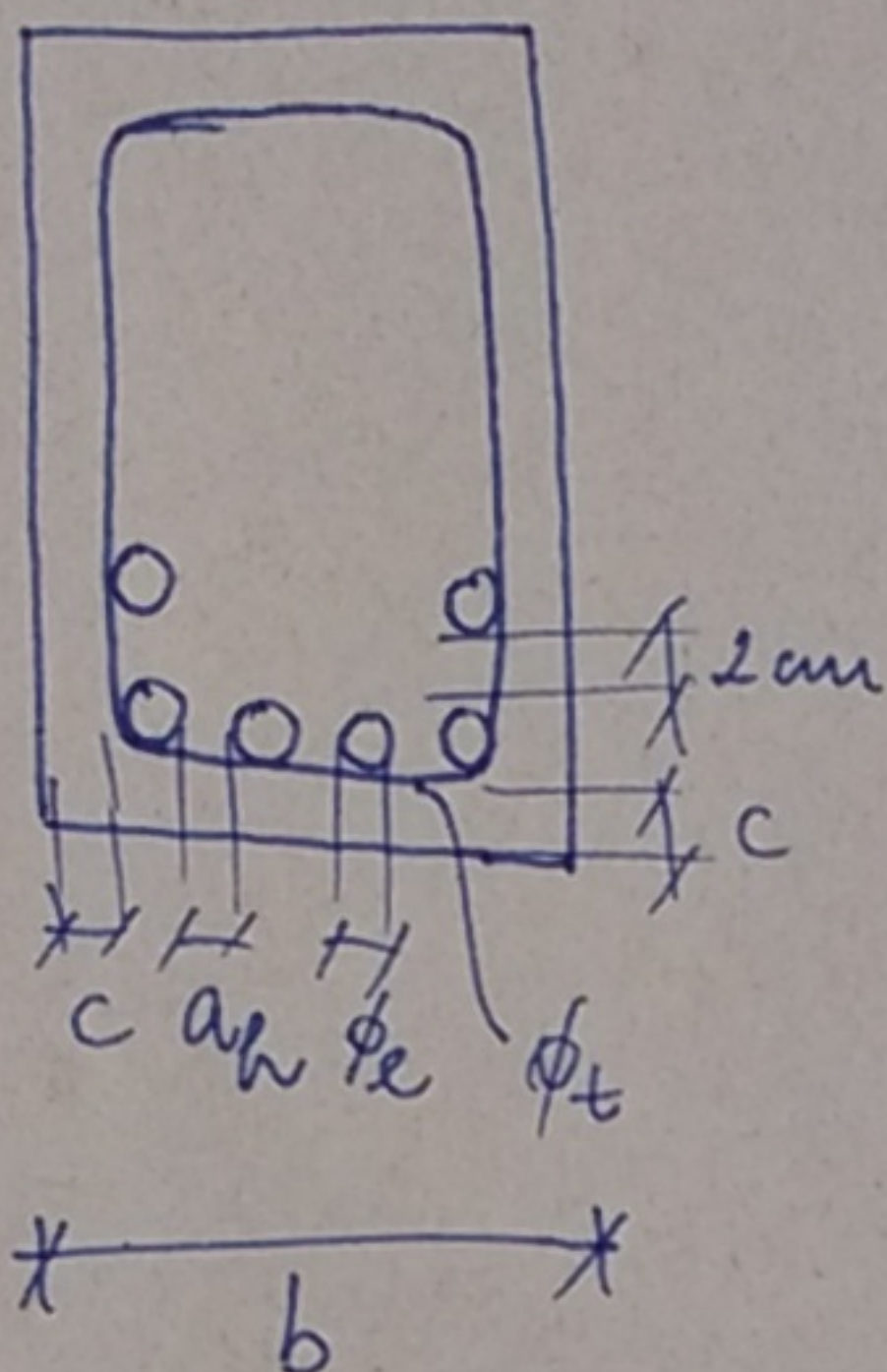
$$M_d = \underbrace{f_{yd} \cdot A_s}_{R_{sd}} (d - 0,4x) \approx 24438 \text{ kN.cm}$$

$$M_k = \frac{M_d}{1,4} = 17456 \text{ kN.cm}$$

b) $6 \phi 16 \text{ (} 12 \text{ cm}^2 \text{)}$

(adotar $\phi_t = 6,3 \text{ mm}$)

⑥



$$a_h \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi = 1,6 \text{ cm} \\ 1,2 d_{\max} = 2,28 \text{ cm} // \end{cases}$$

$$a_v \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} // \\ \phi = 1,6 \text{ cm} \\ 0,5 d_{\max} = 0,95 \text{ cm} \end{cases}$$

Classe de agressividade I $\Rightarrow$ tabela 7.2 da NBR 6118:2014

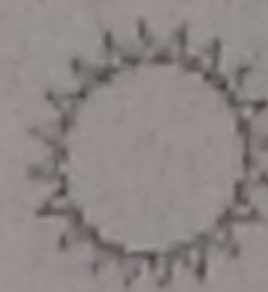
Viga $\rightarrow c = 2,5 \text{ cm}$ (cobrimento)

$$b = 2c + n\phi_e + 2\phi_t + (n-1)a_h$$

$n = 4$

$$20 = 2 \times 2,5 + 4 \times 1,6 + 2 \times 0,63 + (4-1)a_h$$

$$\therefore a_h = 2,45 \text{ cm ok!}$$



Nome:

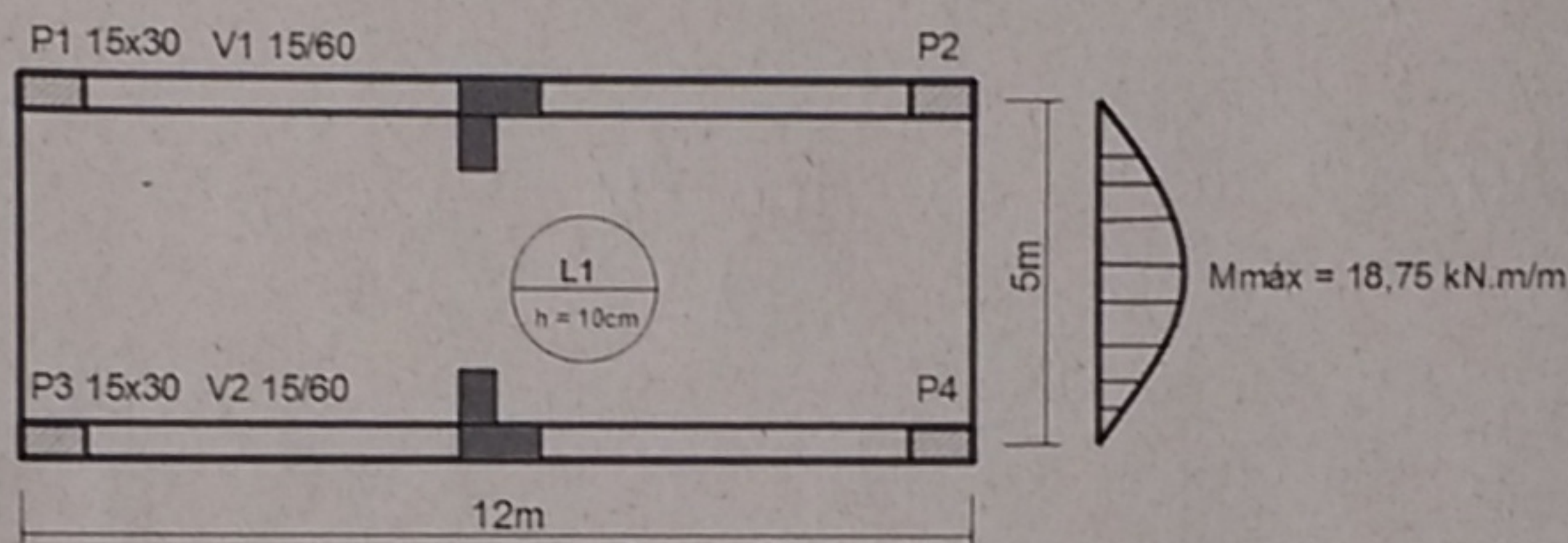
Nº USP:

Professor:

Questão 3 (4 pontos): Para a planta de forma da laje L1 abaixo e o seu respectivo diagrama de momento fletor característico.

Pede-se:

- Dimensionamento da armadura positiva (principal e secundária). Adotar $\phi_x = 10\text{mm}$ ($A_{s1} = 0,80\text{cm}^2$) para armadura principal e $\phi_y = 5\text{mm}$ ($A_{s1} = 0,20\text{cm}^2$) para armadura secundária.
- Detalhamento das armaduras. Adotar $\phi = 5\text{mm}$ para armadura de borda.



Dados:

- Aço CA50: $f_{yk} = 500\text{MPa} = 50\text{kN/cm}^2$; $f_{yd} = f_{yk}/1,15$; $\epsilon_{yd} = 2,07\text{‰}$; domínio 2: $x \leq 0,259d$; domínio 3: $0,259d < x \leq 0,628d$
- Concreto Classe C40: $f_{ck} = 40\text{MPa} = 4\text{kN/cm}^2$; $f_{cd} = f_{ck}/1,4$; limite de ductilidade: $x/d \leq 0,45$
- Classe de agressividade I $\rightarrow C = 20\text{mm}$ (lajes)
- Armadura principal: $M_{xd} = 1,4 M_{xk}$; $d_x = h - c - \phi_x/2$;
- Armadura secundária: $M_{yd} = 1,4 M_{yk}$; $M_{yk} = 0,20 M_{xk}$; $d_y = h - c - \phi_x - \phi_y/2$;

a.1) armadura principal

$$M_{u\max} = M_{xk} = 18,75 \text{ kN.m/m} = 1875 \text{ kN.cm/m}$$

$$M_{xd} = \gamma_f \times M_{xk} = 1,4 \times 1875 = 2625 \text{ kN.cm/m}$$

$$b = 100 \text{ cm}; \text{ adotando } \phi = 10 \text{ mm}$$

$$d_x = h - c - \phi/2 = 10 - 2 - \frac{1}{2} = 7,5 \text{ cm}$$

$$L.N. \quad x = 1,25 \cdot d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_{xd}}{0,425 \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right] = 201 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = 0,25 < 0,45 \text{ ok! ductilidade garantida!}$$

} aço CA50 $\rightarrow$ domínio 3

$$A_{sx}^+ = \frac{M_{xd}}{f_{yd}(d - 0,4x)} = 9,0 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s\text{mín}} = \rho_{\text{mín}} \cdot b \cdot h = 0,179\% \times 100 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1,79 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\text{logo } A_{sx}^+ \geq A_{s\text{mín}} \quad \text{ok!}$$

$$\text{mitola } 4 \text{ mm} \leq \phi \leq \frac{h}{8} = 12,5 \text{ mm} \quad \text{ok!}$$

$$\phi_{10} \rightarrow A_{s1} = 0,8 \text{ cm}^2 \rightarrow S_x = \frac{100 \cdot A_{s1}}{A_s} = 8,8 \text{ cm}$$

verificação do espaçamento:

$$8 \text{ cm} \leq S_x \leq \begin{cases} 2h = 20 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \end{cases} \quad \text{ok!}$$

$$\boxed{A_{sx}^+ = 9,0 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi_{10} \text{ c/8}}$$

a.2) armadura secundária

$$M_{yk} = 0,20 \cdot M_{xk} = 375 \text{ kN.cm/m}$$

$$M_{yd} = 1,4 M_{yk} = 525 \text{ kN.cm/m}$$

$$b = 100 \text{ cm}; \text{ adotando } \phi_y = 5 \text{ mm}$$

$$d_y = h - c - \phi_x - \phi_y/2 = 6,75 \text{ cm}$$

$$\text{C.N. } \kappa = 0,41 \rightarrow \frac{\kappa}{\alpha} = 0,061 < 0,45 \quad \text{ok!} \quad (\text{domínio 2})$$

$$A_{sy}^+ = \frac{M_{yd}}{f_{yd}(d - 0,4x)} = 1,83 \text{ cm}^2/\text{m}$$

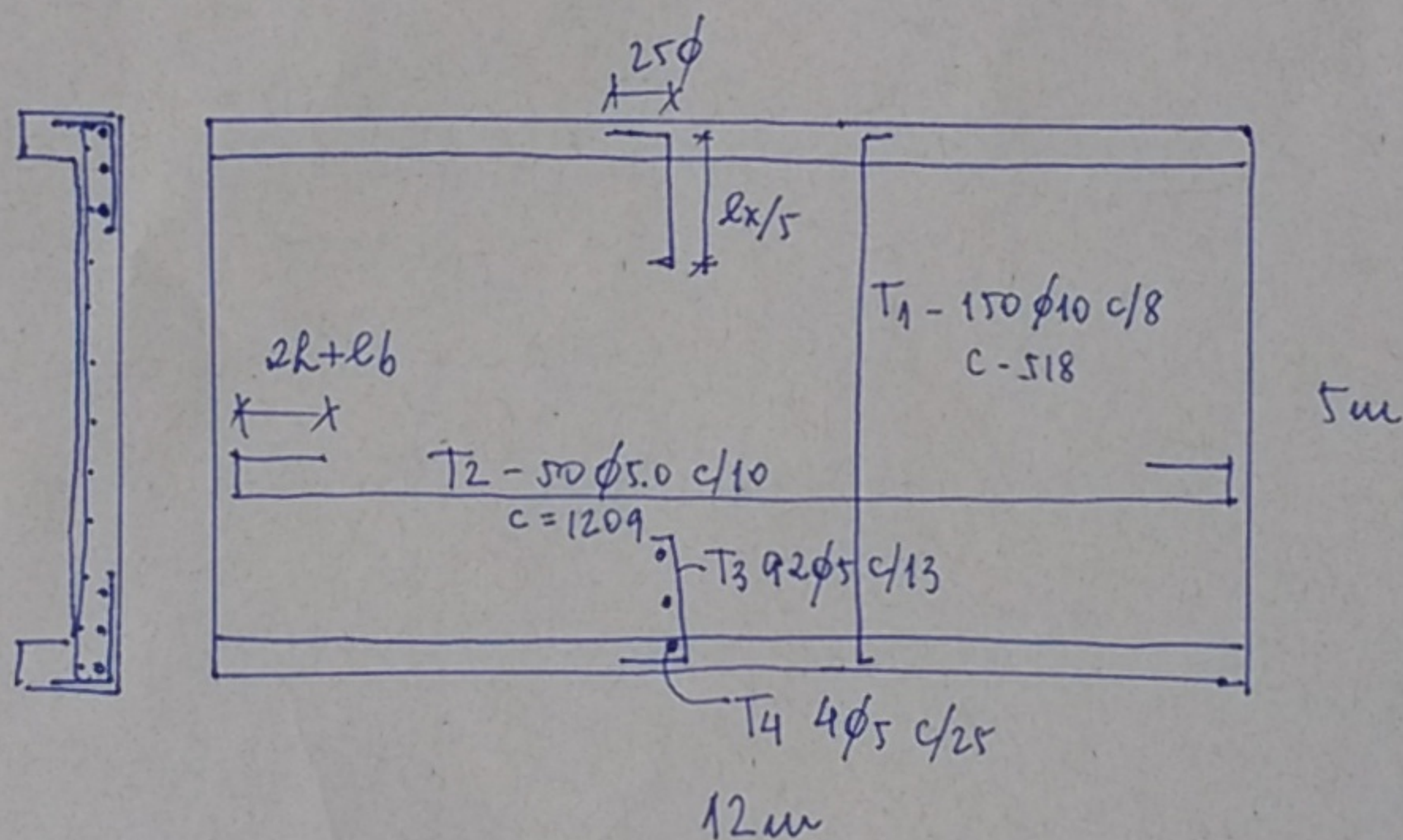
⑨

$$A_{s \min} \geq \begin{cases} 0,20 A_{sx}^+ = 0,20 \times 9,0 = 1,8 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,9 \text{ cm}^2/\text{m} \end{cases}$$

$$\phi 5 \rightarrow A_{s1} = 0,20 \text{ cm}^2 \rightarrow s_y = \frac{100 \times A_{s1}}{A_{sy}^+} = 10,9 \text{ cm} < s_y = 33 \text{ cm} \text{ Ok!}$$

$$A_{sy}^+ = 1,83 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow \phi 5 \text{ c/10}$$

b) Detalhamento da armadura





Nome:

Nº USP:

Professor:

TABELA PADRONIZADA PELA NBR 7480 DE 1996														
BITOLA		VALOR NOMINAL			NÚMERO DE FIOS OU BARRAS									
		ϕ (pol)	PESO (kgf/m)	PERIM (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FIOS	BARRAS													
3,2	-	1/8	0,063	1	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
4	-	5/32	0,1	1,25	0,13	0,25	0,39	0,52	0,65	0,78	0,91	1,04	1,17	1,30
5	5	3/16	0,16	1,6	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00
6,3	6,3	1/4	0,25	2	0,32	0,64	0,96	1,28	1,60	1,92	2,24	2,56	2,88	3,20
8	8	5/16	0,4	2,5	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
10	10	3/8	0,63	3,15	0,80	1,60	2,40	3,20	4,00	4,80	5,60	6,40	7,20	8,00
12,5	12,5	1/2	1	4	1,25	2,50	3,75	5,00	6,25	7,50	8,75	10,00	11,25	12,50
-	16	5/8	1,6	5	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00	12,00	14,00	16,00	18,00	20,00
-	20	3/4	2,5	6,3	3,15	6,30	9,45	12,60	15,75	18,90	22,05	25,20	28,35	31,50
-	22,5	7/8	3,05	6,97	3,88	7,76	11,64	15,52	19,40	23,28	27,16	31,04	34,92	38,80
-	25	1	4	8	5,00	10,00	15,00	20,00	25,00	30,00	35,00	40,00	45,00	50,00
-	32	1 1/4	6,3	10	8,00	16,00	24,00	32,00	40,00	48,00	56,00	64,00	72,00	80,00
-	40	1 1/2	10	12,5	12,50	25,00	37,50	50,00	62,50	75,00	87,50	100,00	112,50	125,00

Tabela 7.2 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10$ mm

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ^c
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ^b	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo ^d	30		40	50
Concreto protendido ^a	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

- ^a Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.
- ^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal ≥ 15 mm.
- ^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.
- ^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal ≥ 45 mm.