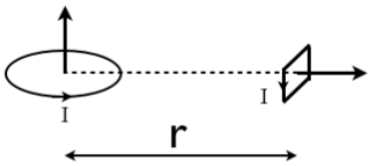
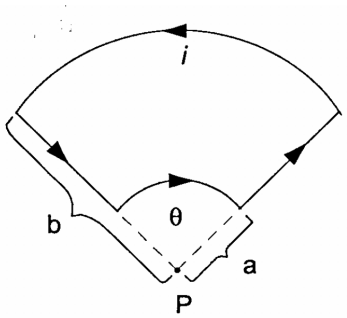
ELETROMAGNETISMO I (4302303) - LISTA 3a

1. Calcule o torque exercido sobre um laço de corrente quadrado de lado b devido a um laço de corrente circular de raio r muito maior que a e b. A separação r é muito maior que a e b



2. O circuito da figura ao lado, formado por dois trechos retilíneos e dois arcos de círculo, subentendendo um setor de ângulo θ, é percorrido por uma corrente i. Calcule o torque exercido sobre um pequeno laço de corrente circular de raio c (muito menor que a e b), centrado em P, percorrido por corrente I, cujo vetor área está contido no plano da figura e bisecta o ângulo θ. Faça o cálculo para qualquer um dos dois possíveis sentidos da corrente I.



3. Mostre que a força sobre um dipolo magnético infinitesimal $\mathbf{m}$ num campo magnético $\mathbf{B}$ pode ser escrita como
$$\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B})$$

4. Um cilindro longo de raio R tem magnetização $\mathbf{M} = ks^2\hat{\boldsymbol{\phi}}$ onde k é uma constante, s é a distância ao eixo e $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ é o versor azimutal. Determine o campo magnético devido a $\mathbf{M}$ dentro e fora do cilindro.

5. Uma barra de ferro de comprimento L e seção reta quadrada de lado a tem uma magnetização uniforme e paralela ao eixo $\mathbf{M}$. A barra é então encurvada num círculo até que suas extremidades quase se toquem. A lacuna entre as extremidades é w. Determine o campo magnético no centro da lacuna, assumindo $w << a << L$. Dica: use o princípio da superposição para um torus completo e um laço de corrente.

6. Suponha que o campo no interior de um grande pedaço de material magnético é $\mathbf{B_0}$, de modo que $\mathbf{H_0} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B_0} - \mathbf{M}$. Uma pequena cavidade esférica é cavada no material. Determine o campo no centro da cavidade, em termos de $\mathbf{B_0}$ e $\mathbf{M}$. Determine também $\mathbf{H}$ no mesmo ponto em termos de $\mathbf{H_0}$ e $\mathbf{M}$.

   Assuma que a cavidade é pequena o suficiente para que $\mathbf{M}$, $\mathbf{B_0}$ e $\mathbf{H_0}$ possam ser tomadas como constantes.

7. Se $\mathbf{J_f} = \mathbf{0}$ em todo o espaço, o rotacional de $\mathbf{H}$ se anula e é possível expressar $\mathbf{H}$ como o gradiente de um potencial escalar $\mathbf{H} = -\nabla W$. Sendo assim, tem-se também que $\nabla^2 W = \nabla \cdot \mathbf{M}$, de forma que W satisfaz uma equação de Poisson com $\nabla \cdot \mathbf{M}$ como fonte. Isso nos permite utilizar as técnicas de solução da equação de Laplace. Por exemplo, determine o campo dentro de uma esfera uniformemente magnetizada por separação de variáveis. Lembre-se que $\nabla \cdot \mathbf{M}$ só é diferente de zero na superfície da esfera, de forma que em $r < R$ e $r > R$ a equação satisfeita por W é a de Laplace.

8. Um cilindro oco longo de raio interno a e externo b é feito de material de permeabilidade magnética μ e posicionado de forma que seu eixo de simetria é perpendicular a um campo magnético $\mathbf{B}_0$ inicialmente uniforme. Determine a expressão para o campo magnético na região interior ao cilindro. Dica: Use o conceito de potencial escalar magnético do exercício 7 e aplique as condições de contorno apropriadas às soluções da equação de Laplace nas três regiões de interesse.

9. **a)** Mostre que a energia de um dipolo magnético num campo $\mathbf{B}$ é dado por:

$$U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}.$$

[Assuma que a magnitude do momento de dipolo é fixa e tudo o que você precisa fazer é posicioná-lo e girá-lo até a orientação final.]

b) Mostre que a energia de interação de dois dipolos separados por um deslocamento $\mathbf{r}$ é dada por

$$U = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r^3}\left[\mathbf{m_1} \cdot \mathbf{m_2} - 3(\mathbf{m_1} \cdot \hat{\mathbf{r}})(\mathbf{m_2} \cdot \hat{\mathbf{r}})\right].$$

c) Expresse a resposta do ítem b) em termos dos ângulos θ_1 e θ_2 que os dipolos fazem com a linha que os une e use o resultado para encontrar a configuração estável que os dipolos adotam se são mantidos a uma distância fixa, mas permitidos girar.

10. Uma corrente I percorre um longo fio reto de raio a. Se o fio é feito de material linear com susceptibilidade χ_m e a corrente está distribuída uniformemente, qual o campo magnético a uma distância s do eixo? Encontre todas as cargas ligadas e determine a carga líquida que flui pelo fio.

11. Um brinquedo familiar consiste de imãs permanentes em forma de *donuts* (com magnetização paralela ao eixo) que deslizam sem atrito ao longo de uma barra vertical. Trate os imãs como dipolos com massa m_d e momento de dipolo $\mathbf{m}$.

a) Se dois imãs são colocados na barra de modo que seus polos sofram repulsão, o imã superior irá flutuar. Determine a altura z acima do imã inferior em que a flutuação acontece.

b) Adicionando agora um terceiro imã com a mesma orientação de polos que o imã inferior e acima dos dois imãs já existentes. No equilíbrio a separação entre os pares de imã será x entre o imã inferior e o do meio e y entre o do meio e o superior. Determine a razão x/y.

12. Um dipolo magnético $\mathbf{m}$ é embebido no centro de uma esfera de raio R feita de material magnético linear de permeabilidade μ. Mostre que o campo magnético dentro da esfera $(0 < r \leq R)$ é dado por

$$\frac{\mu}{4\pi}\left[\frac{1}{r^3}[3(\mathbf{m} \cdot \hat{\mathbf{r}})\hat{\mathbf{r}} - \mathbf{m}] + \frac{2(\mu_0 - \mu)\mathbf{m}}{(2\mu_0 + \mu)R^3}\right].$$

Qual o valor da campo fora da esfera?