

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Mecânica

SEM 346
TROCADORES DE CALOR
(TEORIA)

Prof. Dr. Reginaldo Teixeira Coelho
Eng. Aldo Braghini Júnior
Eng. André João de Souza

São Carlos, fevereiro de 1997
(Revisada em abril de 1998)

Sumário

INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO À TRANSFERÊNCIA DE CALOR	2
1.1 - DEFINIÇÃO DE CALOR	2
1.2 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR	3
1.2.1 - Condução	3
Exemplo 1.1	6
1.2.2 - Convecção	7
1.2.3 - Radiação	10
Exemplo 1.2	12
1.3 - A EXIGÊNCIA DA CONSERVAÇÃO DA ENERGIA	13
1.3.1 - Conservação da Energia num Volume de Controle	13
Exemplo 1.3	16
1.3.2 - Balanço de energia em superfícies	17
Exemplo 1.4	18
REFERÊNCIAS	20
EXERCÍCIOS PROPOSTOS	20
CAPÍTULO 2 - INTRODUÇÃO À CONDUÇÃO DE CALOR	22
2.1 - A EQUAÇÃO DA TAXA DE CONDUÇÃO	22
2.2 - AS PROPRIEDADES TÉRMICAS DA MATÉRIA	25
2.2.1 - Condutividade Térmica	25
2.2.2 - Outras Propriedades Relevantes	30
Exemplo 2.1	31
2.3 - A EQUAÇÃO DA DIFUSÃO DO CALOR	32
Exemplo 2.2	38
REFERÊNCIAS	40
EXERCÍCIOS PROPOSTOS	41
CAPÍTULO 3 - CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE	43
3.1 - PAREDE PLANA	43
3.1.1 - Distribuição de Temperatura	44
3.1.2 - Resistência Térmica	45
3.1.3 - A Parede Composta	47
3.1.4 - Resistência de Contato	49
Exemplo 3.1	52

3.2 - ABORDAGEM DIFERENTE NA ANÁLISE DA CONDUÇÃO	54
<i>Exemplo 3.2</i>	55
3.3 - SISTEMAS RADIAIS.....	58
3.3.1 - O Cilindro	58
<i>Exemplo 3.3</i>	61
3.3.2 - A Esfera.....	64
<i>Exemplo 3.4</i>	65
3.4 - CONDUÇÃO COM GERAÇÃO DE ENERGIA TÉRMICA.....	67
3.4.1 - A Parede Plana.....	68
<i>Exemplo 3.5</i>	71
3.4.2 - Sistemas Radiais	73
<i>Exemplo 3.6</i>	75
3.5 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM SUPERFÍCIES EXPANDIDAS	77
3.5.1 - Uma Análise Geral de Condução	80
3.5.2 - Aletas com a Área de Seção Reta Uniforme.....	81
<i>Exemplo 3.7</i>	85
3.5.3 - Desempenho da Aleta.....	87
3.5.4 - Eficiência Global da Superfície	91
<i>Exemplo 3.8</i>	92
REFERÊNCIAS	94
EXERCÍCIOS PROPOSTOS.....	95
 CAPÍTULO 4 - INTRODUÇÃO À CONVECÇÃO	99
4.1 - O PROBLEMA DA TRANSFERÊNCIA CONVECTIVA.....	99
<i>Exemplo 4.1</i>	102
4.2 - AS CAMADAS LÍMITES DA CONVECÇÃO	103
4.2.1 - A Camada Limite Cinética	103
4.2.2 - A Camada Limite Térmica.....	105
4.2.3 - A Camada Limite de Concentração	106
<i>Exemplo 4.2</i>	107
4.2.4 - Significado das Camadas Limites	109
REFERÊNCIAS	110
EXERCÍCIOS PROPOSTOS.....	111
 APÊNDICE A - PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DA MATÉRIA	112

Introdução

O processo de troca térmica entre dois fluidos em diferentes temperaturas, e separados por uma fronteira sólida, é um processo comum em diferentes modalidades da indústria atual. O dispositivo usado para efetuar esta troca é o *Trocador de Calor*.

Até mesmo no cotidiano da existência humana, os trocadores de calor estão presentes, influenciando sob os mais diversos aspectos: geladeira doméstica simples, aparelho de ar condicionado, aquecedor a gás utilizado para o aquecimento de água no interior de residências, radiador de automóveis, etc.

Não há indústria química, siderúrgica, naval, mecânica, nuclear, etc. que não empregue tais equipamentos térmicos; daí ser a Transferência de Calor um assunto de relevância que pretenda oferecer os fundamentos a esta ciência nas aplicações correntes da engenharia em suas diferentes especialidades.

O presente trabalho enfoca a teoria de transmissão de calor necessária ao projeto de trocadores de calor, distribuído em quatro capítulos, a saber:

- Capítulo 1 - INTRODUÇÃO À TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Define-se calor e os tipos de transferência de calor, além de mostrar a importância da conservação de energia (1ª Lei da Termodinâmica) a tal transmissão.

- Capítulo 2 - INTRODUÇÃO À CONDUÇÃO DE CALOR

Analisa-se com detalhes a equação da taxa de condução de calor (Lei de Fourier) e as relações da conservação de energia neste processo.

- Capítulo 3 - CONDUÇÃO UNIDIMENSIONAL EM REGIME PERMANENTE

Trata-se de casos de transferência de calor por difusão, em condições unidimensionais, sob regime permanente, em diferentes superfícies (planas, radiais e expandidas (aletas)).

- Capítulo 4 - INTRODUÇÃO À CONVECÇÃO

Analisa-se os mecanismos físicos subjacentes à transferência convectiva (camadas limites), e os meios de efetuar os cálculos desta transmissão de calor.

Maiores detalhes sobre trocadores de calor estão expostos na apostila de projeto.

Capítulo 1 - Introdução à Transferência de Calor

1.1 - Definição de Calor

Calor pode ser definido como a energia em transição devido a uma diferença de temperatura, não associada com transferência de massa. Esta definição, específica e precisa, pode ser diferente das definições relacionadas à Calorimetria, e assim, surge a necessidade da discussão de seus principais aspectos.

O primeiro ponto define o calor como uma energia em transição que cruza a fronteira do sistema ou a superfície de um volume de controle sem ser possuída. Calor não pode ser armazenado, e depois de tal cruzamento, ele deve ser convertido em outra forma qualquer de energia. Note que o termo energia não é definido. Esta é uma quantidade derivada (assim como o termo força), e o termo é totalmente compreendido quando suas formas e transformações são entendidas a partir de um típico estudo de Termodinâmica.

O segundo ponto na definição de calor está na não transferência de massa. Se uma transferência de energia ocorre através da superfície de controle devido à transferência de massa (massa fluindo para dentro ou para fora do volume de controle carregando alguma forma de energia), esta energia transferida não é calor.

O terceiro ponto mostra que o motivo para haver transferência de calor deve ser uma diferença de temperatura. Se o fluxo de energia através da fronteira não for provocado por uma diferença de temperatura entre o sistema e a vizinhança, esta não pode ser chamada calor. Como a experiência indica e a Segunda Lei demanda, o calor flui da região de alta temperatura para a de baixa.

A exigência de que o calor não pode ser armazenado pelo sistema ou volume de controle, significa que este não é uma propriedade (qualquer característica observável de um sistema). Portanto, não se pode falar em calor de um sistema ou em um sistema, o que não tem sentido conforme a definição adotada. O calor transferido para (ou de) um sistema necessita de mudança no estado do sistema, e a magnitude da transferência de calor é uma função do caminho percorrido durante o processo que causa esta mudança. Assim, o calor é uma função do caminho (em termos matemáticos é uma diferencial inexata) e usa o símbolo δQ para indicar um infinitésimo de calor transferido. Isto ajuda a distingui-lo de uma propriedade, a qual é função do ponto (matematicamente uma diferencial exata) sendo neste caso representada por dY , onde Y é uma propriedade qualquer.

1.2 - Transferência de Calor

A transferência de calor (ou simplesmente calor) é o trânsito de energia provocado por uma diferença de temperatura.

Conforme mostrado na Figura 1.1 a transferência de calor pode ocorrer de diferentes modos. Quando existe um gradiente de temperatura num meio estacionário, que pode ser um sólido ou um fluido (gás ou líquido), a condução de calor se denomina *condução*. Em contraste, a *convecção* se refere à transferência de calor que ocorre entre uma superfície e um fluido em movimento - quando estes estiverem em temperaturas diferentes. O terceiro modo de transferência de calor é a *radiação térmica*. Todas as superfícies numa temperatura finita emitem energia na forma de ondas eletromagnéticas. Desta forma, na ausência de um meio interveniente, haverá uma transferência líquida de calor pela radiação entre duas superfícies em temperaturas diferentes.

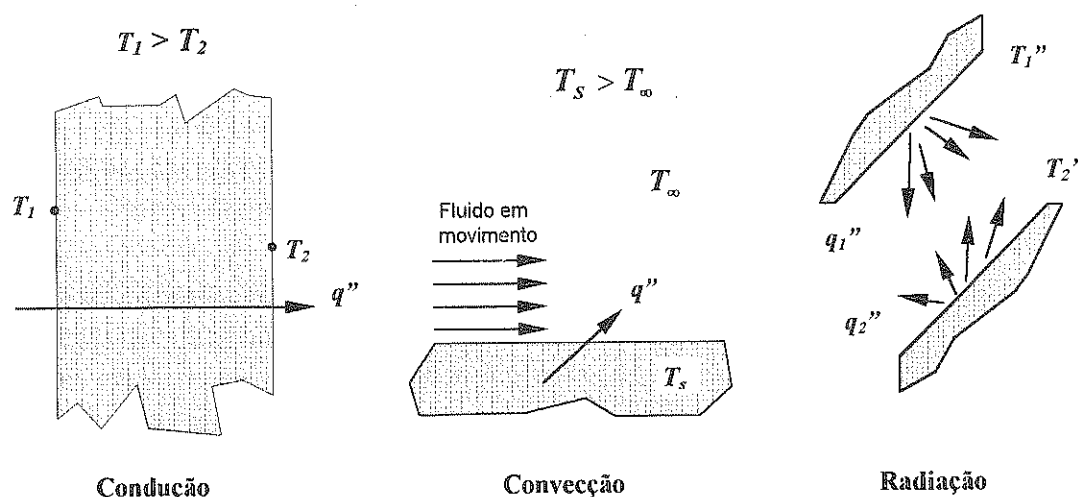


Figura 1.1 - Modos de transferência de calor: Condução, Convecção e Radiação.

Como engenheiros, é importante que compreendamos os mecanismos físicos que fundamentam os modos de transferência de calor, e que sejamos capazes de utilizar as equações das taxas que quantificam a energia transferida por unidade de tempo.

1.2.1 - Condução

Ao mencionar a palavra *condução* deve-se imediatamente evocar os conceitos de *atividade atômica* e *atividade molecular*, pois são estes níveis de processos que sustentam tal modo de transferência de calor. A condução pode ser considerada como a transferência de energia das partículas mais energéticas de uma substância para as menos energéticas, graças às interações das partículas.

O mecanismo físico da condução de calor explica-se mais facilmente considerando-se um gás e adotando-se idéias familiares à Termodinâmica. Consideremos um gás no qual existe um gradiente de temperatura e admitamos que não há movimento de massa. O gás pode ocupar o espaço entre duas superfícies que se mantêm em temperaturas diferentes, conforme Figura 1.2.

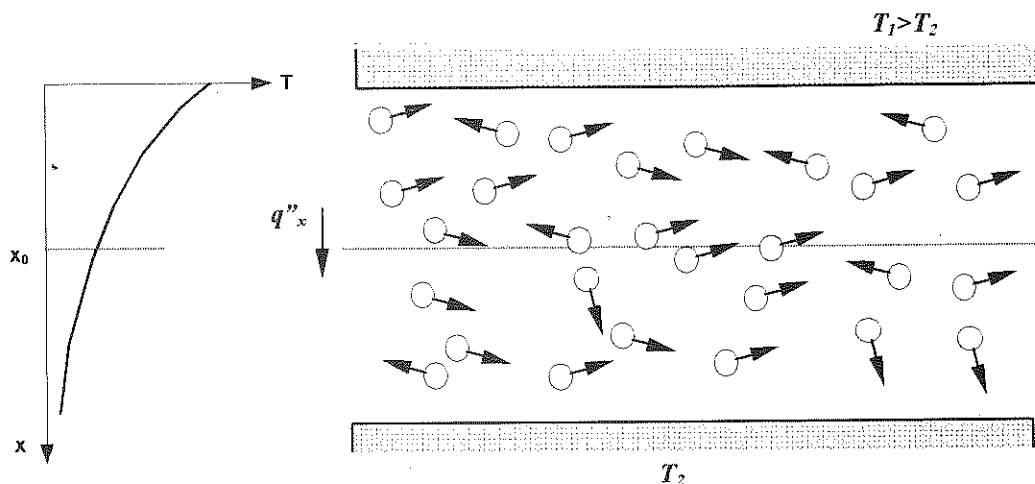


Figura 1.2 - Associação entre a transferência de calor por condução e a difusão da energia provocada pela atividade molecular.

A temperatura em qualquer ponto está associada à energia das moléculas do gás nas vizinhanças deste. A energia se relaciona ao movimento de translação aleatório das moléculas e também aos movimentos de rotação e de vibração das mesmas. Além disso, as temperaturas mais elevadas estão associadas às energias moleculares mais altas quando as moléculas vizinhas colidem-se; como fazem-no com frequência, pode ocorrer a transferência de energia da molécula mais energética para a menos energética. Na presença de um gradiente de temperatura, a transferência de energia pela condução deve ocorrer na direção da diminuição de temperatura. Esta transferência fica evidente na Figura 1.2. O plano hipotético em x_0 está sendo sempre cruzado por moléculas que vêm de cima e de baixo, em virtude do movimento aleatório das mesmas. No entanto, as moléculas que vêm de cima do plano estão associadas às temperaturas mais elevadas do que àquelas das moléculas que vêm de baixo; neste caso, deve haver uma transferência *liquida* de energia na direção dos x positivos. Pode-se dizer que a transferência líquida de energia provocada pelo movimento molecular aleatório é uma *difusão* de energia.

São inúmeros os exemplos de transmissão de calor por condução:

- o cabo de uma colherinha de metal imersa numa xícara de café fica quente em virtude da condução de energia através do metal da colher.
- num dia de inverno, há perda significativa de calor de um aposento aquecido para a atmosfera externa. Esta perda se deve principalmente à condução de calor através da parede do aposento que separa a atmosfera interna da externa.

É possível quantificar o processo de transferência de calor em termos da *equação de transferência de calor*. Esta pode ser usada para calcular a quantidade de energia transferida por unidade de tempo. Na condução de calor, a equação da taxa é conhecida como *Lei de Fourier*. No caso da parede plana unidimensional que aparece na Figura 1.3, com a distribuição de temperatura $T(x)$, a equação da taxa exprime-se como:

$$q_x'' = -k \frac{dT}{dx} \quad (1.1)$$

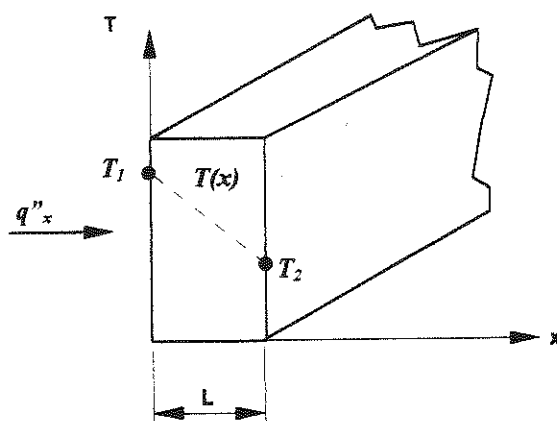


Figura 1.3 - Transferência de calor por condução unidimensional (difusão de energia).

O *fluxo de calor* q_x'' [W/m^2] é a taxa de transferência de calor x por unidade de área perpendicular à direção de transferência, e é proporcional ao gradiente de temperatura, dT/dx , nesta direção. A constante de proporcionalidade k é uma propriedade de *transporte* conhecida como *condutividade térmica* [W/mK] e é característica de o calor se transferir na direção da temperatura decrescente.

Nas condições de regime permanente da Figura 1.3, quando a distribuição de temperatura for linear, o gradiente de temperatura pode ser expresso como:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L} \quad \text{e o fluxo de calor é então} \quad q_x'' = -k \frac{T_2 - T_1}{L} \quad \text{ou}$$

$$q_x'' = k \frac{T_1 - T_2}{L} = k \frac{\Delta T}{L} \quad (1.2)$$

Observa-se que esta equação calcula o *fluxo de calor*, isto é a taxa de transferência de calor por *unidade de área*. A taxa de condução de calor q_x [W] através de uma parede plana de área A é então o produto do fluxo pela área, $q_x = q_x'' \cdot A$.

Exemplo 1.1

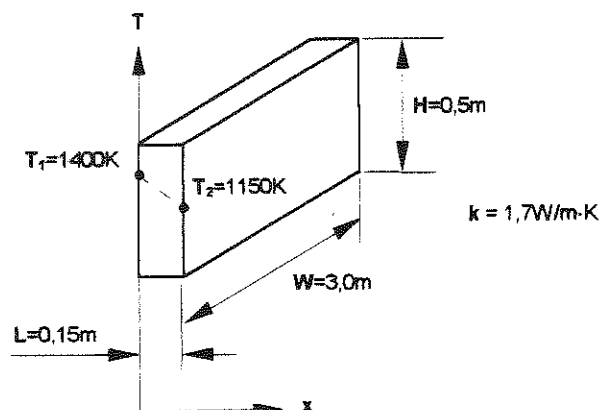
A parede de um forno industrial é construída de tijolo refratário com 15cm de espessura e condutividade térmica de $1,7\text{W/m}\cdot\text{K}$. As medidas realizadas em condições de estado permanentes mostram que as temperaturas nas superfícies interna e externa são 1400K e 1150K . Qual é a taxa de perda de calor através de uma parede de $0,5\text{m}$ por $3,0\text{m}$?

Solução:

Dados: Operações em estado permanentes, espessura da parede, área da parede e condutividade térmica da parede, temperaturas superficiais.

Incógnita: Perda térmica pela parede.

Esquema:



Hipóteses:

1. Condições de regime permanente.
2. Condução unidimensional através da parede.
3. Propriedades constantes.

Análise: Como a transferência de calor através da parede ocorre por condução, o fluxo de calor pode ser determinado pela lei de Fourier. Com a equação (1.2),

$$q_x'' = k \frac{\Delta T}{L} = 1,7 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \times \frac{250 \text{ K}}{0,15 \text{ m}} \therefore q_x'' = 2833 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

o fluxo de calor representa a taxa de transferência de calor através de uma seção de área unitária. A perda de calor pela parede é então:

$$q_x = (H \cdot W) \cdot q_x'' = (0,5 \text{ m} \times 3,0 \text{ m}) \cdot 2833 \text{ W/m}^2 = 4250 \text{ W}$$

Comentários:

1. Observa-se que a direção do fluxo é na direção decrescente da temperatura.
2. Observa-se que há uma entre o fluxo de calor e a taxa de condução de calor.

1.2.2 - Convecção

O modo de transferência de calor pela *convecção* compreende dois mecanismos. Além da transferência de energia provocada pelo *movimento molecular aleatório* (difusão), a energia também, se transfere pelo *movimento de massa* (ou macroscópico) do fluido. Esse movimento do fluido está associado ao fato de, em qualquer instante, um grande número de moléculas estar se movendo coletivamente ou em agregados. Esse movimento, na presença de um gradiente de temperatura, provoca a transferência de calor. Em virtude de as moléculas nos agregados continuarem a ter os respectivos movimentos aleatórios, a transferência total de calor se deve à superposição do transporte de energia pelo movimento aleatório das moléculas ao transporte de energia provocado pelo movimento de massa do fluido. É habitual utilizar o termo *convecção* para identificar esse transporte acumulado e o termo *advecção* para identificar o transporte devido ao movimento de massa do fluido.

O objetivo principal aqui é a transferência de calor por convecção entre o fluido em movimento e uma superfície limitante, quando os dois estão em temperaturas diferentes. Considere o escoamento de um fluido sobre uma superfície aquecida, como na Figura 1.4.

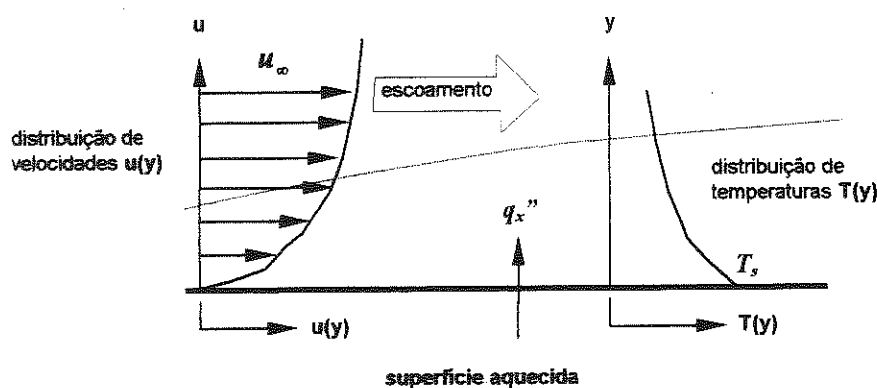


Figura 1.4 - Desenvolvimento de uma camada limite na transferência convectiva de calor.

Uma consequência da interação do fluido com a superfície é o desenvolvimento de uma região no fluido na qual a velocidade varia desde zero, na superfície, até um valor finito u_∞ , associado ao escoamento. Essa região do fluido é conhecida como a *camada hidrodinâmica* ou a *camada limite*. Além disso, se a superfície e o fluido que escoam apresentarem temperaturas diferentes, haverá uma região no fluido através da qual a temperatura varia desde T_s , em $y = 0$, até T_∞ , na região externa. Esta região, denominada a *camada térmica*, pode ser menor ou maior que a camada através da qual a velocidade varia, ou ter o mesmo tamanho que esta. Em qualquer caso, se $T_s > T_\infty$, a transferência convectiva de calor ocorrerá da superfície para o escoamento externo.

O modo de transferência convectiva de calor é sustentado pelo movimento molecular aleatório e pelo movimento macroscópico do fluido no interior da camada limite. A contribuição devida ao movimento molecular aleatório (difusão) domina nas vizinhanças da superfície, onde a velocidade do fluido é baixa. Na realidade, na interface entre a superfície e o fluido ($y = 0$), a velocidade do fluido é nula e o calor é transferido exclusivamente pelo movimento molecular. A contribuição devida ao movimento macroscópico do fluido se deve ao fato de a camada limite crescer à medida que o escoamento avança na direção x . Na realidade, o calor conduzido para essa camada é arrastado pela corrente do fluido e se transfere, no final, para o fluido externo à camada limite. É por esta a razão que a disciplina Mecânica dos Fluidos é tão importante na análise da transferência de calor por convecção.

A transferência convectiva de calor pode ser classificada de acordo com a natureza do escoamento. Fala-se de *convecção forçada* quando o escoamento for provocado por meios externos, como por exemplo, um ventilador ou uma bomba, ou por ventos na atmosfera. Um exemplo é o da utilização de um ventilador para provocar a convecção forçada do ar de resfriamento dos componentes elétricos numa montagem de placas de circuito impresso (Figura 1.5a). Em contraste, na convecção livre (ou natural) o escoamento é provocado pelas forças de empuxo que se originam das diferenças de densidade devido às variações de temperaturas no fluido. Um exemplo é o da transferência convectiva de calor que ocorre dos componentes quentes de uma montagem vertical de placas de circuito para o ar quiescente (Figura 1.5b).

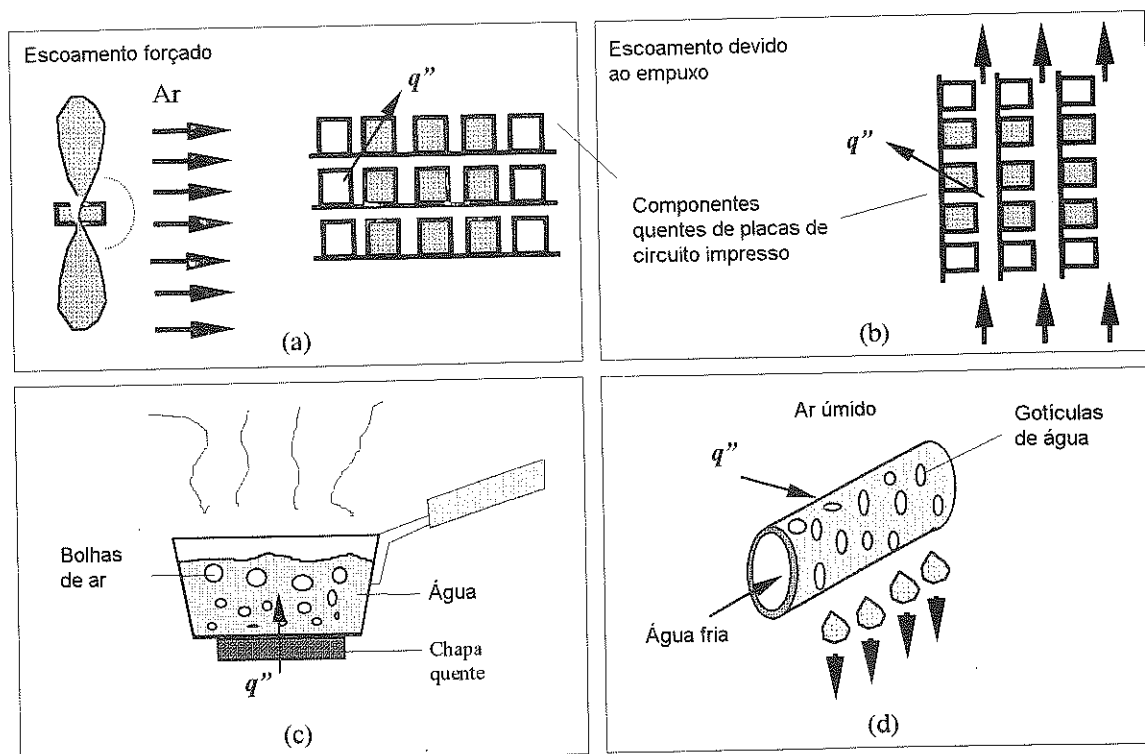


Figura 1.5 - Processo de transferência convectiva de calor por (a) convecção forçada, (b) convecção natural, (c) ebulição e (d) condensação.

Na Figura 1.5b, o ar que entra em contato com os componentes sofre elevação de temperatura e por isso a sua densidade se reduz, ficando assim mais leve que o ar circundante; desta forma, o empuxo provoca um movimento vertical, fazendo com que o ar quente ascendente pelas placas seja substituído por um fluxo de ar mais frio, que vem do ambiente. É útil observar que, embora tenhamos imaginado uma *convecção forçada pura* na Figura 1.5a e uma *convecção natural pura* na Figura 1.5b, podem existir condições que correspondam à ambas *combinadas*. Por exemplo, se as velocidades associadas ao escoamento da Figura 1.5a forem pequenas e/ou se as forças de empuxo forem grandes, será possível induzir um escoamento secundário comparável ao escoamento forçado imposto pelo ar. O escoamento induzido pelo empuxo sobreviria na direção normal ao escoamento forçado e teria efeito significativo sobre a transferência convectiva de calor dos componentes. Na Figura 1.5b, a convecção mista seria provocada se fosse utilizado um ventilador para forçar o ar a circular para cima, através das placas de circuito, com o que ficaria reforçado o escoamento do empuxo, ou, então, se o ventilador forçasse o ar para baixo, seria contrariado o escoamento do empuxo.

Descreve-se o modo de transferência convectiva de calor como a transferência de energia que ocorre no interior de um fluido em virtude dos efeitos combinados da condução e do movimento macroscópico do fluido. Tipicamente, a que se transfere é a energia térmica interna do fluido. No entanto, há processos de convecção nos quais há também troca de calor latente, geralmente associada à mudança de fase entre os estados líquido e vapor de um fluido. Dois casos de interesse especial para este texto são os da *ebulição* e o da *condensação*. Por exemplo, a transferência convectiva de calor provocada pelas bolhas de vapor que se formam no fundo de uma panela com água fervente (Figura 1.5c), ou pela condensação de vapor de água na superfície externa de um tubo de água fria (Figura 1.5d). Independentemente da natureza particular do processo de transferência de calor por convecção, a equação da taxa apropriada tem a forma:

$$q'' = h \cdot (T_s - T_\infty) \quad (1.3a)$$

onde q'' , o fluxo de calor convectivo [W/m^2], é proporcional à diferença entre as temperaturas da superfície e do fluido, T_s e T_∞ , respectivamente. Esta expressão é conhecida como a Lei do Resfriamento de Newton e a constante de proporcionalidade h [$\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$] é o *coeficiente de transferência convectiva de calor*, a *condutância da película* ou o *coeficiente de película*. Tal coeficiente inclui todos os parâmetros que influenciam a transferência convectiva de calor; em particular, ele depende das condições na camada limite, influenciadas pela geometria da superfície, pela natureza do movimento do fluido e por um conjunto de propriedades termodinâmicas e de transporte do fluido. Além disso, qualquer investigação sobre convecção se reduz, essencialmente, à investigação sobre os métodos de determinação de h . Na solução de problemas admite-se, no entanto, que h seja conhecido (Tabela 1.1).

Tabela 1.1 - Valores típicos do coeficiente de transferência convectiva de calor.

PROCESSO	h (W/m ² ·K)
Convecção livre	
Gases	2-25
Líquidos	50-1000
Convecção forçada	
Gases	25-250
Líquidos	50-20000
Convecção com mudança de fase	
Ebulição ou condensação	2500-100000

Quando se usa a Equação (1.3a), o fluxo convectivo de calor é *positivo* se o calor for transferido *da* superfície ($T_s > T_\infty$), e *negativo* se o calor for transferido *para* a superfície ($T_\infty > T_s$). No entanto, se ($T_\infty > T_s$), nada impede que se escreva a Lei de Newton do resfriamento na forma:

$$q'' = h \cdot (T_\infty - T_s) \quad (1.3b)$$

e neste caso, a transferência de calor será positiva se ocorrer para a superfície.

1.2.3 - Radiação

A radiação térmica pode ser entendida com sendo a energia *emitida* pela matéria que estiver numa temperatura finita. Embora este texto se concentre principalmente na radiação de superfícies sólidas, a emissão pode também provir de líquidos e de gases. Independentemente do estado da matéria, a emissão pode ser atribuída às modificações das configurações eletrônicas dos átomos ou das moléculas que a constituem. A energia do campo de radiação é transportada por ondas eletromagnéticas (fótons). Enquanto a transferência de calor por condução ou por convecção exige a presença de um meio material, a radiação não precisa de qualquer meio. Na realidade, a transferência pela radiação ocorre com maior eficiência no vácuo.

O *fluxo máximo de calor* [W/m²] que pode ser emitido por uma superfície é dado pela *Lei de Stefan-Boltzmann*:

$$q'' = \sigma \cdot T_s^4 \quad (1.4)$$

onde T_s é a temperatura absoluta [K] da superfície e σ é a constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8}$ W/m²·K). Esta superfície é denominada um radiador ideal ou um *corpo negro*. O fluxo de calor emitido por uma superfície real, menor que o emitido por um radiador ideal, é dado por:

$$q'' = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_s^4 \quad (1.5)$$

onde ε é uma propriedade radiativa da superfície, a *emissividade*. Esta propriedade, cujo valor está no intervalo $0 \leq \varepsilon \leq 1$, indica a eficiência da emissão da superfície, comparada com um radiador ideal. Inversamente, se houver incidência de radiação sobre uma superfície, uma parcela será absorvida, e a taxa na qual a energia é absorvida pela unidade de área superficial pode ser calculada mediante o conhecimento de uma propriedade radiativa da superfície denominada *absortividade* α , isto é:

$$q''_{abs} = \alpha \cdot q''_{inc} \quad (1.6)$$

onde $0 \leq \alpha \leq 1$. Enquanto a emissão de radiação reduz a energia térmica da matéria, a absorção aumenta esta energia.

As equações (1.5) e (1.6) determinam a taxa na qual a energia radiante é emitida e absorvida por uma superfície, respectivamente. A determinação da *taxa líquida* na qual a radiação é trocada entre superfícies é, em geral, bastante mais complicada. Um caso particular, no entanto, envolve a troca líquida de radiação entre uma pequena superfície e uma outra muito maior, que envolve completamente a superfície menor (Figura 1.6).

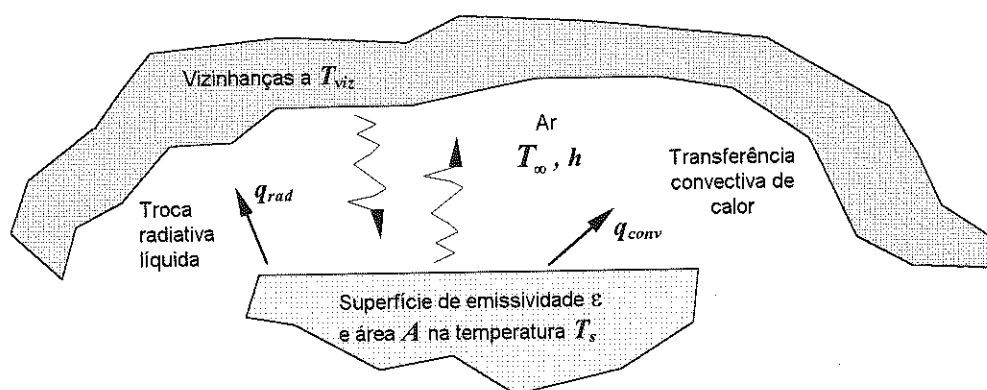


Figura 1.6 - Troca radiativa entre uma superfície e as suas vizinhanças.

A superfície e as vizinhanças estão separadas por um gás que não tem efeito sobre a transferência de radiação. Admitindo que a superfície tenha $\alpha = \varepsilon$ (superfície cinzenta), a taxa líquida da troca de radiação térmica entre a superfície e as suas vizinhanças, expressa por unidade de área da superfície, é:

$$q'' = \frac{q}{A} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - T_{viz}^4) \quad (1.7)$$

Nesta expressão, A é a área da superfície, ε é a sua emissividade e T_{viz} é a temperatura das vizinhanças. Neste caso, a área e a emissividade das vizinhanças não influenciam a taxa líquida de troca térmica. Em muitas aplicações é conveniente exprimir a troca líquida de radiação térmica na forma:

$$q_{rad} = h_r \cdot A \cdot (T_s - T_{viz}) \quad (1.8)$$

onde pela equação (1.7), o *coeficiente de transferência radiativa* de calor h_r , é dado por

$$h_r = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_s + T_{viz}) \cdot (T_s^2 + T_{viz}^2) \quad (1.9)$$

Nesta fórmula, modelamos o modo radiativo de maneira semelhante ao modo convectivo, linearizando a equação da taxa de radiação e fazendo com que a taxa de calor irradiado seja proporcional a uma diferença simples de temperatura, e não à diferença das quartas potências de duas temperaturas. Observa-se, no entanto, que h_r depende fortemente da temperatura, enquanto que a dependência entre h (coeficiente de transferência convectiva de calor) e a temperatura é, em geral, fraca.

A superfície imersa em gás circundante pode também transferir calor por convecção para este, simultaneamente (Figura 1.6). A taxa total de transferência de calor da superfície é então igual à soma das duas taxas térmicas, isto é $q = q_{conv} + q_{rad}$ ou

$$q = h \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_s^4 - T_{viz}^4) \quad (1.10)$$

Observe que a taxa de transferência convectiva de calor q_{conv} é igual ao produto do fluxo, dado pela equação (1.3a), pela área superficial.

Exemplo 1.2

Um tubo, sem isolamento, passa por uma sala na qual o ar e as paredes estão a 25°C. O diâmetro do tubo é 70mm, a temperatura superficial 200°C, e a emissividade 0,8. Se o coeficiente associado à transferência convectiva livre de calor da superfície para o ar for de 15W/m², qual será a taxa de perda de calor através da superfície do tubo por unidade de comprimento?

Solução:

Hipóteses:

1. As condições são de regime permanente.
2. A troca de radiação entre o tubo e o ambiente é uma troca entre uma pequena superfície e uma outra muito maior, que a envolve.

Análise: A perda térmica do tubo ocorre por convecção para o ar ambiente e pela troca radiativa com as paredes. Portanto, pela equação (4.10), com $A = \pi DL$:

$$q = h \cdot (\pi DL) \cdot (T_s - T_\infty) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (\pi DL) \cdot (T_s^4 - T_\infty^4)$$

a perda térmica por unidade de comprimento do tubo é, então:

$$\begin{aligned}
 q' &= \frac{q}{L} = (\pi \cdot D) \cdot (h \cdot (T_s - T_\infty) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_s^4 - T_{\text{viz}}^4)) \\
 &= (\pi \times 0,07) \cdot (15 \cdot (473 - 298) + 0,8 \cdot 5,67 \times 10^{-8} \cdot (473^4 - 298^4)) \\
 \therefore q' &= 998 \frac{W}{m}
 \end{aligned}$$

Comentários:

1. Observa-se que a temperatura pode ser expressa de duas maneiras (isto é em °C ou K) quando se calcula uma diferença de temperaturas na taxa de transferência convectiva (ou condutiva) de calor. A temperatura no entanto, deve ser expressa em K quando se calcula uma taxa de transferência radiativa de calor.
2. Nesta situação, as taxas de transferência de calor por radiação e convecção são comparáveis, pois T_s é grande em comparação com T_{viz} e o coeficiente associado à convecção livre é pequeno. Com um valor mais moderado de T_s , e com valores mais elevados de h associado à convecção forçada, o efeito da radiação pode ser, muitas vezes, desprezado. O coeficiente de transferência radiativa de calor pode ser calculado pela equação (1.9), e nas condições do problema o seu valor é $h_r = 11 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$.

1.3 - A Exigência da Conservação da Energia

Os objetivos da Termodinâmica e da Transferência de Calor são, em grande parte, complementares. Por exemplo, a transferência de calor é uma extensão da termodinâmica, pois considera a *taxa* na qual a energia é transportada. Além disso, em muitas análises de transferência de calor, a *Primeira Lei da Termodinâmica* (Lei da Conservação de Energia) tem um papel muito importante

1.3.1 - Conservação da Energia num Volume de Controle

Na aplicação da Lei da Conservação de Energia, devemos inicialmente identificar o *volume de controle*, isto é, uma região do espaço limitada por uma *superfície de controle* através da qual podem passar energia e matéria. Nas aplicações deste texto, a região será *fixa*, o que corresponde à existência de um volume estacionário e constante. Uma vez identificado o volume de controle, é necessário especificar uma *base de tempo* apropriada. Há duas possibilidades de escolha. Uma vez que a primeira lei deve ser obedecida em qualquer *instante* de tempo t , uma escolha envolve a formulação da lei na *base das taxas* onde, em qualquer instante, deve haver um equilíbrio entre todas as *taxas de energia*, medidas em Joules por segundo [W]. A outra corresponde à necessidade da primeira lei ser

obedecida em qualquer *intervalo de tempo* Δt . Num destes intervalos deve haver um equilíbrio entre as *quantidades* de todas as *modificações de energia*, medidas em Joules.

De acordo com a base de tempo escolhida, as formulações da primeira lei, bastante apropriadas para a análise da transferência de calor, podem ser expressas da seguinte forma:

Num instante t

A taxa na qual a energia térmica e a energia mecânica entram num volume de controle, mais a taxa na qual a energia térmica for gerada no interior do volume de controle, menos a taxa na qual a energia térmica e a energia mecânica saem do volume de controle, é igual à taxa de aumento da energia armazenada no interior do volume de controle.

Num intervalo de tempo (Δt)

A quantidade de energia térmica e de energia mecânica que entram num volume de controle, mais a quantidade de energia térmica gerada no interior do volume de controle, menos a quantidade de energia térmica e de energia mecânica que saem do volume de controle, é igual ao aumento da quantidade de energia acumulada no volume de controle.

Se a afluência (entrada) e a geração de energia excederem, em conjunto, a efluência (saída), haverá um aumento na quantidade de energia acumulada no volume de controle; a afirmação inversa é correta, e haverá então uma diminuição da energia acumulada. Se a afluência e a geração de energia forem iguais, em conjunto, à efluência de energia, prevalece uma condição de *estado permanente*, na qual não há variação na quantidade de energia acumulada no volume de controle.

Ao se analisar a aplicação da conservação de energia ao volume de controle que aparece na Figura 1.7, primeiramente deve-se identificar a superfície de controle mediante a linha tracejada. A segunda etapa é a identificação dos termos de energia.

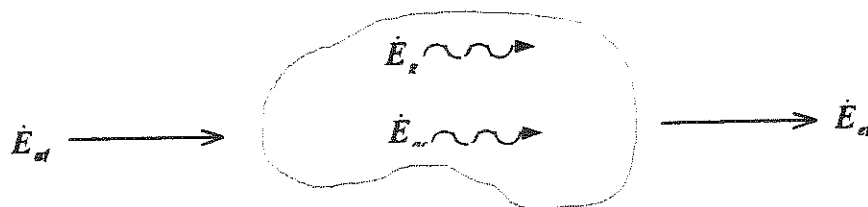


Figura 1.7 - Conservação de energia num volume de controle: aplicação num certo instante.

Num certo instante, os termos de energia incluem as taxas nas quais a energia térmica e a energia mecânica afluem e efluem *através* da superfície de controle $\dot{E}_{af}$ e $\dot{E}_{ef}$. A energia térmica também pode entrar no volume de controle em virtude da conversão de outras formas de energia. Este processo é denominado *geração de energia*, e a taxa em que ocorre é simbolizada de controle dE_{ac}/dt é simbolizada por $\dot{E}_{ac}$. Pode-se então escrever uma forma geral da conservação da energia, na base das taxas:

$$\dot{E}_{af} + \dot{E}_g - \dot{E}_{ef} = \frac{dE_{ac}}{dt} \equiv \dot{E}_{ac} \quad (1.11a)$$

A equação (1.11a) pode ser utilizada em qualquer *instante de tempo*. A outra opção aplica-se ao *intervalo de tempo* Δt e se obtém pela integração da equação (1.11a) sobre o tempo:

$$E_{af} + E_g - E_{ef} = \Delta E_{ac} \quad (1.11b)$$

Esta relação mostra que as quantidades de energia afluenta e de energia gerada contribuem para aumentar a quantidade de energia acumulada no volume de controle, enquanto que a quantidade de energia efluente contribui para diminuí-la.

Os termos das taxas de afluência e de efluência $\dot{E}_{af}$ e $\dot{E}_{ef}$ são *fenômenos de superfície*, isto é, são associados exclusivamente aos processos que ocorrem na superfície de controle, e a taxa em que ocorrem é proporcional à área superficial. A situação mais comum envolve entrada e saída de energia em virtude da transferência de calor pelos modos condutivo, convectivo ou radiativo. Numa situação que envolva o escoamento de fluido através da superfície de controle, $\dot{E}_{af}$ e $\dot{E}_{ef}$, a energia transportada pelo fluido para dentro e para fora do volume de controle também é inclusa. Esta energia pode ser constituída por formas potencial, cinética ou térmica.

O termo da taxa de geração de energia térmica $\dot{E}_g$ está associado à taxa de convecção de uma forma de energia (química, elétrica, eletromagnética ou nuclear) em energia térmica. É um *fenômeno volumétrico*, ou seja, acontece dentro do volume de controle e tem uma grandeza proporcional ao volume. Por exemplo, uma reação química exotérmica pode estar se processando e convertendo energia química em energia térmica. O efeito líquido é o do crescimento da energia térmica do volume de controle. Outra fonte é a conversão da energia elétrica em energia térmica que ocorre no aquecimento de um resistor R percorrido por uma corrente elétrica I . Num volume de controle, a energia elétrica é dissipada à taxa $I^2 \cdot R$, correspondendo à energia térmica gerada (libertada) no interior do volume.

É importante não confundir o processo físico de *acumulação de energia* com o de *geração de energia*. Embora a geração de energia possa contribuir, com toda a certeza, para a acumulação de energia, os dois processos são fundamentalmente diferentes. A

acumulação de energia também é um *fenômeno volumétrico*, mas está associado, simplesmente, ao aumento ($\dot{E}_{ac} > 0$), ou à diminuição ($\dot{E}_{ac} < 0$), da energia da matéria que ocupa o volume de controle. Como é claro, nas condições de estado permanente, não haverá modificação na energia acumulada ($\dot{E}_{ac} = 0$).

Exemplo 1.3

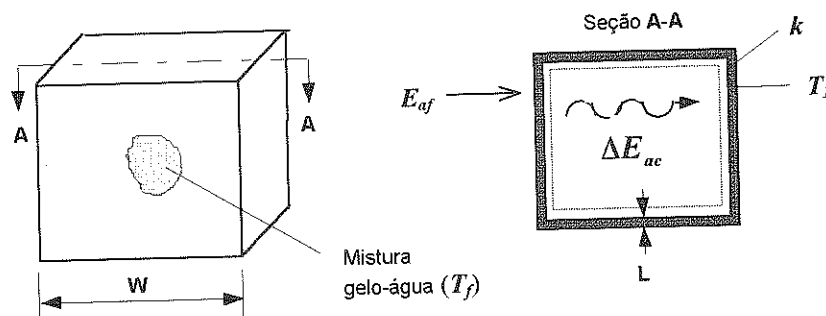
Um pedaço de gelo de massa M , na temperatura de fusão ($T_f = 0^\circ\text{C}$) está dentro de uma cavidade cúbica de aresta W . A espessura das paredes da cavidade é L e a condutividade térmica k . No instante $t = 0$, a superfície externa da parede fica na temperatura $T_1 > T_f$. Obter uma expressão para o intervalo de tempo necessário para fundir completamente o gelo.

Solução:

Dados: Massa e temperatura inicial do gelo. Dimensões, condutividade térmica e temperatura da superfície externa das paredes da cavidade.

Incógnita: Expressão do tempo necessária para fundir o gelo.

Esquema:



Hipóteses:

1. A superfície interna da parede da cavidade é T_f durante todo o processo.
2. As propriedades são constantes.
3. A condução de calor é unidimensional através de cada parede.
4. A área de condução de cada parede é aproximadamente W^2 ($L \ll W$).

Análise: Uma vez que queremos determinar o tempo necessário à fusão t_m , a primeira lei deve ser usada no intervalo de tempo $\Delta t = t_m$. Então, aplicando a equação (1.11b) ao volume de controle em torno da mistura de gelo-água, segue-se que:

$$E_{sf} = \Delta E_{ac}$$

Uma vez que a diferença de temperatura através da parede permanece igual a $(T_i - T_f)$ durante o processo de fusão, a taxa de condução através da parede é uma constante dada por:

$$q_{cond} = k \cdot (6W^2) \frac{T_i - T_f}{L}$$

e então a quantidade de energia afluyente é:

$$E_{sf} = \left[k \cdot (6W^2) \frac{T_i - T_f}{L} \right] \cdot t_m$$

O aumento da energia acumulada no interior do volume de controle se deve exclusivamente à variação da energia latente associada à conversão do sólido em líquido. A quantidade de energia necessária para efetuar esta modificação, por unidade de massa do sólido, é o *calor latente de fusão* h_{sf} . Assim, o aumento da energia acumulada é dado por:

$$\Delta E_{ac} = M \cdot h_{sf}$$

Fazendo-se as substituições na expressão da primeira lei, segue-se que:

$$t_m = \frac{M \cdot h_{sf} \cdot L}{6W^2 \cdot k \cdot (T_i - T_f)}$$

Comentários:

Diversas complicações ocorreriam se o gelo estivesse inicialmente sub-resfriado. O termo da energia acumulada teria que incluir a variação na energia (interna térmica) sensível necessária para fazer o gelo passar do estado sub-resfriado até a temperatura de fusão. Durante este processo, instalar-se-iam gradientes de temperatura no gelo.

1.3.2 - Balanço de energia em superfícies

Existem muitas oportunidades para se aplicar a conservação de energia à superfície de um meio. Neste caso especial, a superfície de controle não inclui massa e nem tem volume, conforme aparece na Figura 1.8.

Por isso, as parcelas de geração e acumulação, na expressão de conservação de energia (equação 1.11a) não são relevantes, e basta considerar os fenômenos de superfície. Neste caso, a exigência da conservação fica:

$$\dot{E}_{sf} - \dot{E}_{sf} = 0 \quad (1.12)$$

Mesmo que possa haver geração de energia térmica no meio, o processo não afeta o balanço de energia na superfície de controle. Além disso, as condições da conservação valem para as condições de *estado permanente* e de *estado transiente*.

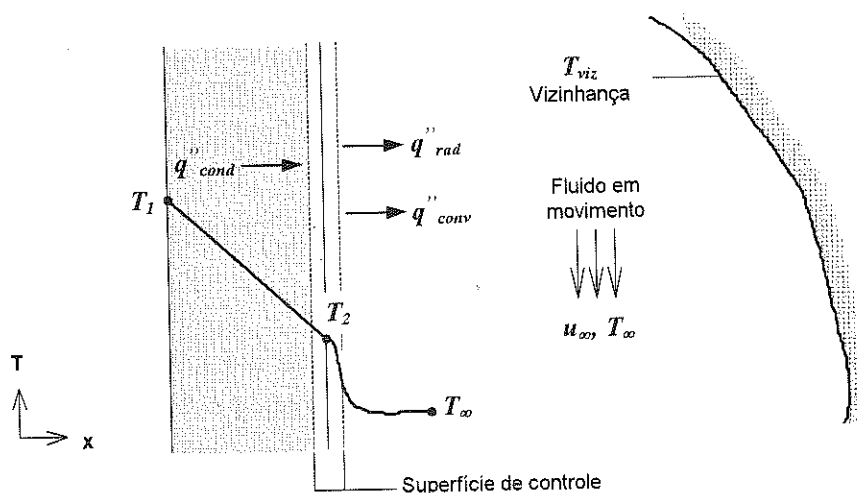


Figura 1.8 - Balanço de energia para se ter a conservação de energia na superfície de um meio.

Na Figura 1.8 aparecem três termos de transferência de calor na superfície de controle. Na base de uma área unitária, os termos são a condução do meio para a superfície de controle (q''_{cond}), a convecção da superfície para um fluido (q''_{conv}) e a troca líquida de radiação entre a superfície e as vizinhanças (q''_{rad}). O balanço de energia assume então a forma:

$$q''_{cond} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0 \quad (1.13)$$

e podemos exprimir cada um dos termos de acordo com a equação apropriada (equações 1.2, 1.3a e 1.7).

Exemplo 1.4

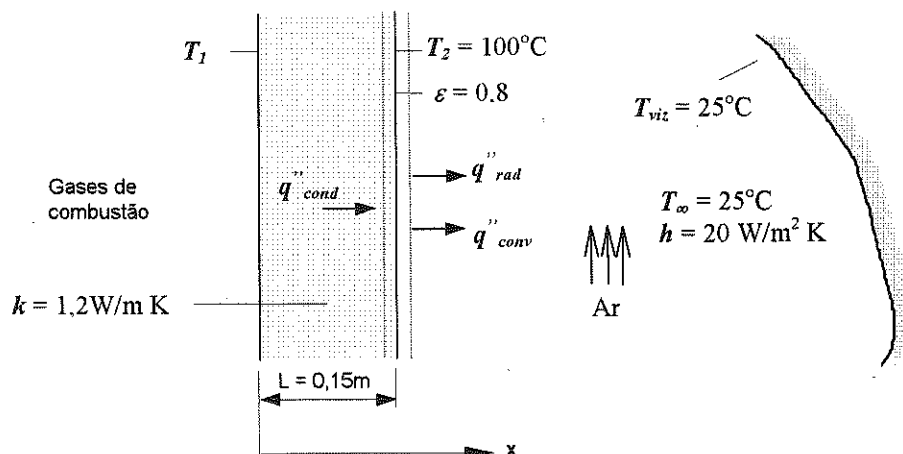
Os gases de combustão, numa fornalha, estão separados da atmosfera ambiente e das vizinhanças, ambas a 25°C, por uma parede de tijolo de 0,15m de espessura. O tijolo tem condutividade térmica de 1,2W/mK e emissividade superficial de 0,8. Nas condições de regime permanente, a temperatura da superfície externa é 100°C. A transferência convectiva de calor para o ar adjacente a esta superfície é caracterizada por um coeficiente de convecção de 20W/m²K. Qual é a temperatura da superfície interna do tijolo?

Solução:

Dados: A temperatura das paredes de uma fornalha, a espessura, a condutividade térmica e a emissividade da parede.

Incógnita: A temperatura da superfície interna da parede.

Esquema:



Hipóteses:

1. Condições de regime permanente.
2. Transferência de calor, unidimensional, por condução através da parede.
3. A troca radiativa entre a superfície externa da parede e as vizinhanças é uma troca entre uma pequena superfície e uma grande superfície que a envolve.

Análise: A temperatura da superfície interna pode ser obtida mediante um balanço de energia na superfície externa. Pela equação (1.12):

$$\dot{E}_{af} - \dot{E}_{ef} = 0$$

e segue-se então, com base na unidade de área,

$$q''_{cond} - q''_{conv} - q''_{rad} = 0$$

ou depois de reordenado e substituído a partir das equações (1.2), (1.3a) e (1.7):

$$k \cdot \frac{T_1 - T_2}{L} = h \cdot (T_2 - T_\infty) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_2^4 - T_{viz}^4)$$

Portanto, com a substituição dos valores numéricos apropriados, tem-se:

$$1,2 \frac{(T_1 - 373)}{0,15} = 20 \cdot (373 - 298) + 0,8 \cdot (5,67 \times 10^{-8}) \cdot (373^4 - 298^4)$$

$$8T_1 - 2984 = 1500 + 520$$

Resolvendo,

$$T_1 = \frac{1500 + 520 + 2984}{8} = 625 \text{ K} = 352^\circ \text{ C}$$

Comentários:

1. Observe que a contribuição da transferência radiativa de calor da superfície externa é significativa. A contribuição relativa diminuiria, no entanto, com o crescimento de h e/ou com a diminuição de T_2 .
2. Quando se fazem balanços de energia que envolvem trocas radiativas e outros modos de transferência de calor, é uma boa prática exprimir todas as temperaturas na unidade Kelvin. Esta prática é *necessária*, já que a temperatura desconhecida aparece no termo da radiação e também em outros termos.

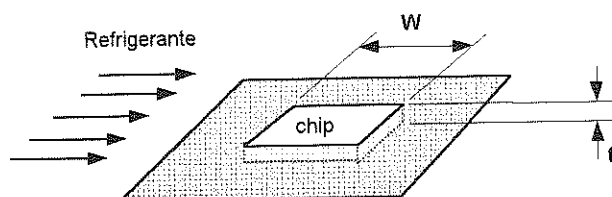
Referências

- [1]. Incropera, F. P.; Witt, D. P., *Fundamentos da Transferência de Calor e Massa*, Ed. Edgard Blücher, São Paulo, 1991.
- [2]. Van Wylen, G.; Sonntag, R.; Borgnakke, C., *Fundamentos da Termodinâmica Clássica*, Ed. Edgard Blücher, São Paulo, 1995.

Exercícios Propostos

Condução

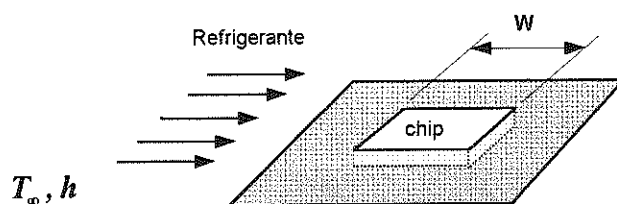
- 1.1 - Através de uma seção de material isolante, com área de seção reta de 10m^2 e espessura de $2,5\text{cm}$, passa um fluxo de calor de 3kW . A temperatura na superfície interna (quente) do material é 415°C e a condutividade térmica do material é $0,2\text{W/m}\cdot\text{K}$. Qual é a temperatura da superfície externa?
- 1.2 - As temperaturas das faces interna e externa de uma janela de vidro, com espessura de 5mm , são 15°C e 5°C respectivamente. Qual a perda térmica através da janela de 1m por 3m ? A condutividade térmica do vidro é $1,4\text{W/m}\cdot\text{K}$.
- 1.3 - Um *chip* quadrado de silício ($k = 150\text{W/m}\cdot\text{K}$) tem aresta de 5mm e espessura 1mm . O *chip* está montado numa chapa que isola as suas faces laterais e traseira, mas expõe a face frontal a uma corrente de resfriamento.



Havendo uma dissipação de 4W nos circuitos montados na face traseira do chip, qual deve ser a diferença da temperatura, nas condições de estado permanente, entre a face frontal e a traseira?

Convecção

- 1.4 - O coeficiente de transferência convectiva de calor entre uma superfície a 40°C e o ar ambiente, a 20°C é $20\text{W/m}^2\cdot\text{K}$. Calcular o fluxo de calor que sai da superfície por condução.
- 1.5 - O ar a 300°C escoa sobre uma chapa plana de 50cm por 25cm. Se o coeficiente de transferência convectiva de calor for de $240\text{W/m}^2\cdot\text{K}$, determinar a taxa de transferência de calor através de uma face da chapa quando a sua temperatura for mantida a 40°C .
- 1.6 - Um *chip* isotérmico e quadrado, com aresta de 5 mm, está montado numa chapa que isola termicamente as faces laterais e a face traseira, enquanto a face frontal fica exposta a uma corrente de resfriamento a 15°C . A temperatura do *chip*, por exigências de segurança e confiabilidade, não pode ser maior que 85°C .



Se o resfriamento for constituído por uma corrente de ar, com o coeficiente de convecção de $200\text{W/m}^2\cdot\text{K}$, qual é a potência máxima permissível no *chip*? Se o resfriamento for o de uma corrente de líquido, com coeficiente de transferência convectiva de calor de $3\text{W/m}^2\cdot\text{K}$, qual é a potência máxima permissível?

Radiação

- 1.7 - Uma esfera refrigerada a água, com diâmetro 10mm e emissividade 0,9 está mantida a 80°C dentro de um grande forno a vácuo cujas paredes se mantêm a 400°C . Qual a transferência líquida de calor entre as paredes do forno e a esfera?
- 1.8 - Considere as condições do problema (1.6). Com transferência de calor por convecção para o ar, a potência máxima permissível no *chip* foi calculada como sendo de 0,35W. Qual será o crescimento percentual da potência máxima permissível no *chip* se também houver transferência de calor por radiação entre a superfície do *chip* e uma grande superfície envolvente a 15°C ? A face exposta do chip tem emissividade 0,9.

Capítulo 2 - Introdução à Condução de Calor

Relembrando, a *Condução* (transferência de calor por difusão) refere-se ao transporte de energia num meio provocado por um gradiente de temperatura, onde o movimento aleatório dos átomos ou moléculas é o mecanismo físico a ele intrínseco. Neste item analisar-se-á minuciosamente a equação da taxa de condução de calor e as relações da conservação de energia no processo de condução.

2.1 - A Equação da Taxa de Condução

Embora a equação da taxa de condução (difusão de energia) tenha sido introduzida no item 1.1, cabe-se analisar a sua origem. A Lei de Fourier é uma lei desenvolvida a partir de fenômenos observados e não fenômenos fundamentais. Por isso, vê-se a equação da taxa de condução como uma generalização baseada numa grande soma de evidências experimentais. Exemplificando, considere a condução em regime permanente na experiência esquematizada na Figura 2.1.

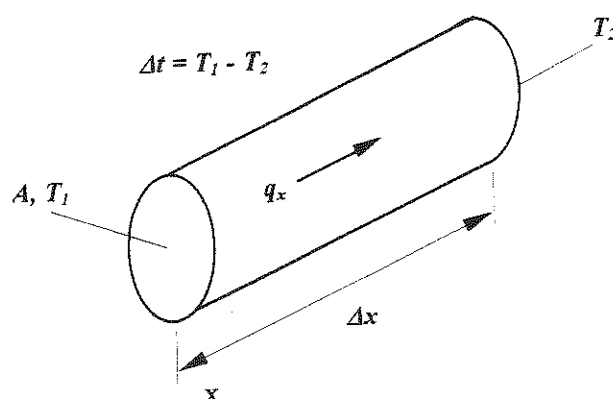


Figura 2.1 - Experiência de condução de calor em regime permanente.

Uma barra cilíndrica de material conhecido está isolada na superfície cilíndrica, enquanto as duas faces terminais são mantidas em temperaturas diferentes, com $T_1 > T_2$. A diferença de temperatura provoca a transferência de calor por condução na direção do x positivo. A taxa de transferência de calor q pode ser determinada, e a partir daí, definir a relação entre a taxa q_x e as seguintes variáveis: ΔT (diferença de temperatura), Δx (comprimento da barra) e A (área da seção transversal).

Inicialmente, imaginemos que ΔT e Δx sejam constantes e A , variável. Desta forma, encontra-se que q_x é diretamente proporcional a A . Analogamente, mantendo-se ΔT e A constantes, observa-se que q_x varia inversamente com Δx . Finalmente, mantendo-se A e Δx constantes, encontra-se que q_x é diretamente proporcional a ΔT . Assim, temos que:

$$q_x \propto A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Modificando o material (por exemplo, trocando-se um metal por um plástico), verifica-se que a proporcionalidade mencionada continua válida. No entanto, também se descobre que para os mesmos valores de A , de Δx e de ΔT , o valor de q_x será menor no caso do plástico comparado ao metal. Isto sugere que a proporcionalidade pode ser convertida numa igualdade, mediante a introdução de um coeficiente definido como a medida do comportamento do material. Escreve-se, assim

$$q_x = -k \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

onde k , a *condutividade térmica* [W/m·K], é uma propriedade importante do material. Ao se efetuar o limite desta expressão quando Δx tende a zero, obtém-se para a taxa de calor transferido:

$$q_x = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \quad (2.1)$$

ou para o fluxo de calor

$$q_x'' = \frac{q_x}{A} = -k \cdot \frac{dT}{dx} \quad (2.2)$$

Observa-se que o sinal negativo é necessário, já que o calor se transfere sempre na direção das temperaturas decrescentes, e k ser um parâmetro positivo.

A Lei de Fourier, escrita sob a forma da equação (2.2), mostra que o fluxo de calor é uma grandeza direcional. Em particular, a direção de q_x'' é normal à seção transversal de área A . Ou, na forma mais geral, a direção do fluxo térmico sempre será normal à uma superfície com temperatura constante, denominada superfície *isotérmica*. A Figura 2.2 ilustra a direção do fluxo de calor q_x'' num sistema de coordenadas unidimensional, quando o gradiente de temperaturas dT/dx é negativo.

Pela equação (2.2) segue-se que q_x'' é positivo. Observe-se que as superfícies isotérmicas são planos normais à direção x . Sabendo que o fluxo de calor é uma grandeza vetorial, podemos escrever uma formulação mais geral para a equação da taxa de condução (Lei de Fourier) da seguinte maneira:

$$\mathbf{q}'' = -k \cdot \nabla T = -k \cdot \left(i \frac{\partial T}{\partial x} + j \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2.3)$$

onde ∇ é o operador tridimensional e $T(x,y,z)$ é o campo escalar de temperaturas. Está implícito na equação (2.3) que o vetor fluxo térmico está na direção perpendicular às superfícies isotérmicas.

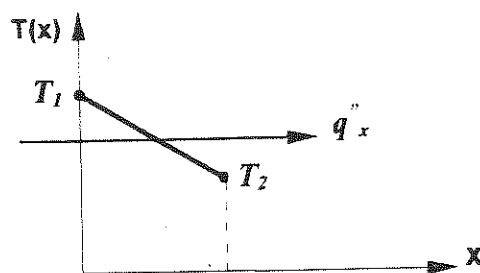


Figura 2.2 - A relação entre o sistema de coordenadas, a direção do fluxo térmico e o gradiente de temperatura num caso unidimensional.

Uma outra forma da Lei de Fourier é então:

$$q''_x = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \quad (2.4)$$

onde q''_x é o fluxo térmico na direção normal a uma superfície isotérmica (isoterma), conforme mostra o caso bidimensional da Figura 2.3. Observa-se que a transferência de calor é sustentada por um gradiente de temperatura ao longo de n . Assim, o vetor do fluxo de calor pode ser resolvido em suas componentes (em coordenadas cartesianas), e a expressão geral de q'' fica:

$$q'' = i q''_x + j q''_y + k q''_z \quad (2.5)$$

enquanto, pela equação (2.3), vem:

$$q''_x = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \quad q''_y = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \quad q''_z = -k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.6)$$

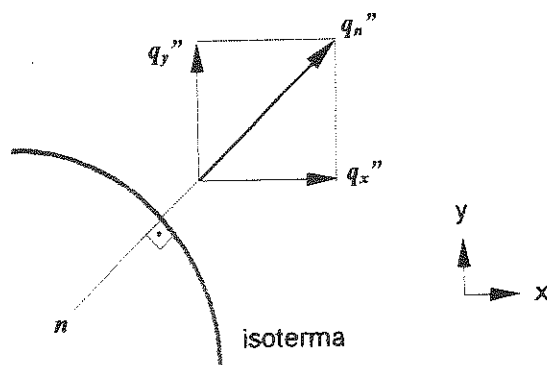


Figura 2.3 - O vetor do fluxo térmico, normal a uma isoterma, num sistema de coordenadas bidimensional.

Cada uma destas expressões relaciona o fluxo térmico ao gradiente de temperatura na direção perpendicular à superfície *através da unidade de área de uma superfície*. Está também implícito na equação (2.3) que o meio no qual ocorre a condução é um meio

isotrópico, onde o valor da condutividade térmica independe da direção. Em virtude da Lei de Fourier ser a essência da transferência condutiva de calor, as suas características fundamentais resumem-se da seguinte forma:

- *Não* é uma expressão que possa ser deduzida de primeiros princípios; ao contrário, é uma generalização baseada na evidência experimental.
- É uma expressão que *define* uma propriedade material importante: a condutividade térmica.
- É uma expressão vetorial que indica a direção do fluxo térmico: normal à superfície isotérmica, no sentido das temperaturas decrescentes.
- Aplica-se a três estados da matéria: sólido, líquido e gases.

2.2 - As Propriedades Térmicas da Matéria

Para se usar a Lei de Fourier é necessário conhecer a condutividade térmica dos materiais. Esta, conhecida como *propriedade de transporte*, proporciona uma indicação sobre a taxa de transferência de energia através do processo de difusão. Tal propriedade depende da estrutura física da matéria (atômica e molecular) relacionada ao estado da matéria. Nesta seção analisam-se diversas formas da matéria, identificam-se os aspectos importantes do respectivo comportamento, e apresentam-se valores típicos de condutividade térmica.

2.2.1 - Condutividade Térmica

Pela Lei de Fourier, equação (2.6), a condutividade térmica é definida por:

$$k \equiv - \frac{q_x''}{\partial T / \partial x}$$

Para um gradiente de temperatura definido, o fluxo térmico de condução aumenta com a elevação da condutividade térmica. Relembrando o mecanismo físico associado à condução (item 1.1), segue-se que, em geral, a condutividade térmica de um sólido é maior que a de um líquido, que por sua vez, é maior que a de um gás. Conforme a ilustração da Figura 2.4, a condutividade térmica de um sólido pode ser mais de quatro vezes maior que a de um gás. Esta tendência se deve, em grande parte, às diferenças do espaçamento intermolecular nos dois estados.

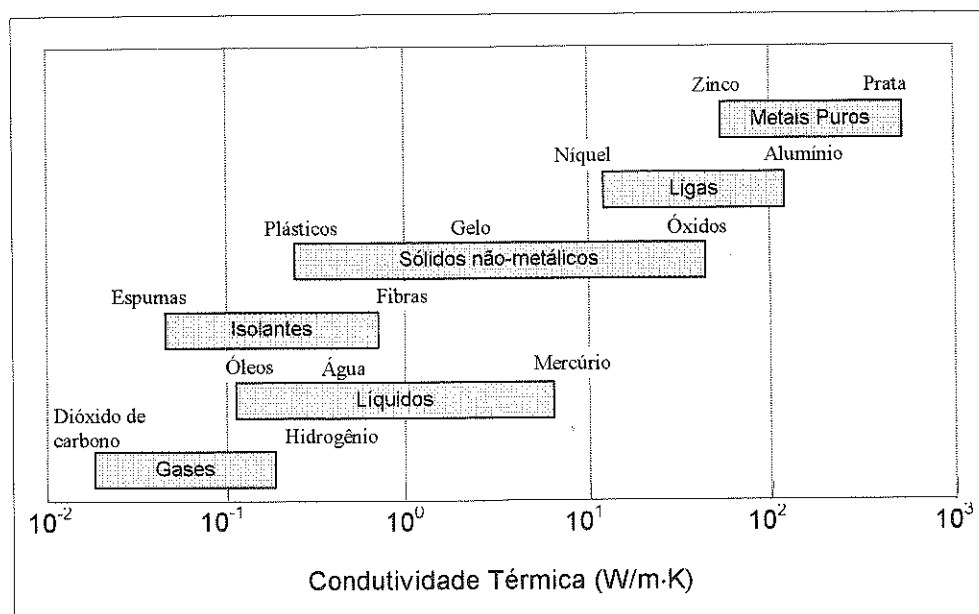


Figura 2.4 - Domínio das condutividades térmicas de diversos estados da matéria em temperaturas e pressões normais.

Pela concepção moderna de estrutura dos materiais, um sólido é constituído por elétrons livres e por átomos interligados numa disposição espacial periódica, denominada rede. Desta forma, o transporte de energia térmica se deve a dois efeitos: à *migração dos elétrons livres*, e às *ondas vibracionais da rede*. Estes efeitos são aditivos, de modo que a condutividade térmica k é a soma da componente eletrônica k_e , e da componente de rede k_l ($k = k_e + k_l$). Numa primeira aproximação, k_e é inversamente proporcional à resistividade elétrica ρ_e . Nos metais puros, com ρ_e baixo, não é surpresa que k_e seja muito maior que k_l . Em contraste, nas ligas, que apresentam ρ_e bem maior, a contribuição de k_l para k não é desprezível. Nos sólidos não-metálicos, k é determinada principalmente por k_l , a qual depende da frequência de interações entre os átomos da rede. A regularidade da disposição espacial da rede tem efeito importante sobre k_l . Os materiais cristalinos (com rede bem ordenada) como o quartzo, apresentam k maior que os materiais amorfos como o vidro. Na realidade, nos sólidos não-metálicos, como o diamante e o óxido de berílio, k_l pode ser muito grande e exceder os valores de k associados a bons condutores como o alumínio.

A dependência entre k e a temperatura pode ser observada na Figura 2.5, no caso de sólidos metálicos e não-metálicos representativos.

Na Tabela A.1 (sólidos metálicos) e nas Tabelas A.2 e A.3 (sólidos não-metálicos) estão os valores de k de alguns materiais de importância técnica. A referência [1] apresenta um tratamento mais detalhado da condutividade térmica.

Os isolantes térmicos são constituídos por materiais de baixa condutividade térmica combinados, a fim de se obter condutividades térmicas baixas para os sistemas. Nos isolamentos térmicos constituídos por fibras, pós ou escamas, o material sólido está finamente disperso num espaço cheio de ar. Estes sistemas caracterizam-se por uma condutividade térmica efetiva que depende: da condutividade térmica, das propriedades radiativas da superfície do material sólido, e da natureza e fração volumétrica do ar ou do espaço vazio. Um parâmetro especial do sistema é a densidade mássica (massa sólida/massa total), que depende muito de como o material sólido está ligado.

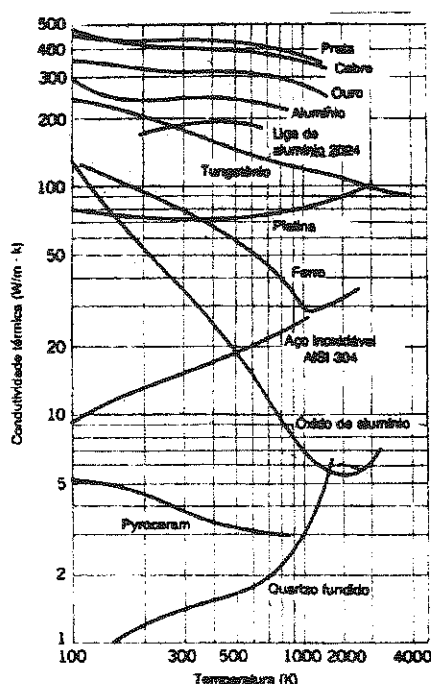


Figura 2.5 - Dependência entre a condutividade térmica de alguns sólidos e a temperatura.

Quando se formam pequenos espaços vazios, ou ocos, mediante a adesão ou a fusão de parte do material sólido, constitui-se uma matriz rígida. Quando estes espaços estão isolados uns dos outros, o sistema é denominado isolamento celular. Exemplos desses isolamentos rígidos são os sistemas de *espumas*, especialmente os constituídos por materiais plásticos ou vítreos. Os isolamentos *reflexivos* são compostos por multicamadas de folhas ou películas delgadas; as camadas têm elevada reflexividade e estão espaçadas para refletir o calor radiante de volta para a fonte emissora. O espaçamento entre as camadas é calculado a fim de restringir o movimento do ar entre elas e, nos isolamentos de alto desempenho, o espaço é evacuado. Em todos os tipos de isolamento, o evacuamento do ar nos espaços vazios reduz a condutividade térmica efetiva do sistema.

É importante reconhecer que a transferência de calor através de qualquer sistema de isolamento inclui diversos modos:

- a condução através de materiais sólidos;
- a condução ou a convecção através do ar nos espaços vazios;
- a troca radiativa entre as superfícies da matriz sólida (se a temperatura for suficientemente elevada).

A condutividade térmica *efetiva* leva em consideração todos estes processos, e os valores de alguns sistemas isolantes escolhidos estão resumidos na Tabela A.3. Mais detalhes podem ser encontrados nas referências [2] e [3].

Uma vez que o espaçamento intermolecular é muito maior no estado fluido que no sólido, e que o movimento das moléculas é mais caótico no primeiro do que no segundo estado, o transporte de energia térmica no estado fluido é mais efetivo. Assim, a condutividade térmica dos gases e dos líquidos é, em geral, menor que a dos sólidos.

O efeito da temperatura, da pressão e da natureza química sobre a condutividade de um gás pode ser explicado de acordo com a *Teoria Cinética dos Gases* [4]. Por esta teoria, sabe-se que a condutividade térmica é diretamente proporcional ao número de partículas por unidade de volume n , à velocidade molecular média $\bar{c}$, e ao percurso livre médio λ (distância que em média é percorrida por uma molécula entre duas colisões sucessivas). Então:

$$k \propto n \cdot \bar{c} \cdot \lambda$$

Uma vez que $\bar{c}$ aumenta com a elevação da temperatura e com a diminuição da massa molecular, a condutividade de um gás aumenta com o aumento de $\bar{c}$. Esta tendências aparecem na Figura 2.6.

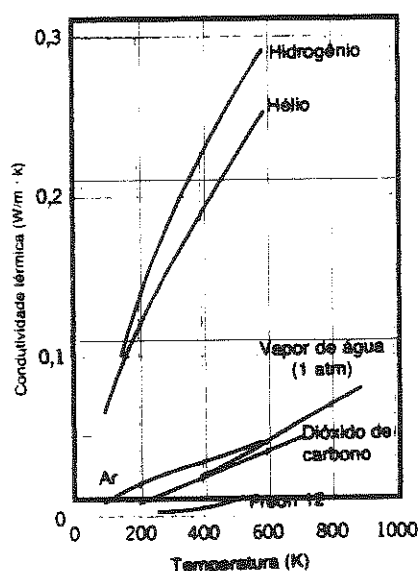


Figura 2.6 - Dependência entre a condutividade térmica de alguns gases nas pressões normais, e a temperatura.

Uma vez que n e λ são respectivamente proporcionais direta e indiretamente a pressão do gás, a condutividade térmica é independente da pressão. Esta hipótese é apropriada para as pressões de gás que serão tratadas neste texto. Assim, embora os valores de k da Tabela A.4 se refiram a gases na pressão atmosférica, ou na pressão de saturação correspondente à temperatura mencionada, é possível utilizá-los sobre um domínio muito mais amplo.

As condições moleculares associadas ao estado líquido são mais difíceis de descrever e os mecanismos físicos para a explicação da condutividade térmica não são bem entendidos [5]. Conforme mostra a Figura 2.7, a condutividade térmica dos líquidos não-metálicos em geral diminui com a elevação da temperatura, e as exceções notáveis são as da glicerina e da água

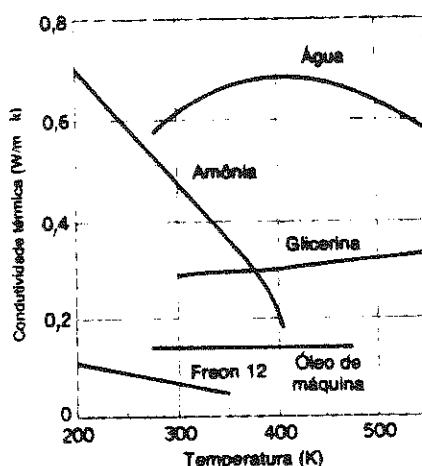


Figura 2.7 - Dependência entre a condutividade térmica de alguns líquidos não-metálicos, em condições saturadas, e a temperatura.

Esta propriedade é insensível à pressão, exceto nas vizinhanças do ponto crítico. Como regra geral, pode-se afirmar que a condutividade térmica diminui com a elevação da massa molecular. Os valores da condutividade térmica são em geral tabelados em função da temperatura do líquido no estado saturado. As Tabelas A.5 e A.6 apresentam estes dados para diversos líquidos comuns.

Os metais líquidos são comumente usados em aplicações que exigem fluxos térmicos elevados, como as feitas nas usinas nucleares de potência. A condutividade térmica desses líquidos está na Tabela A.7. Observa-se que os valores são muito mais elevados que os dos sólidos não-metálicos [6].

2.2.2 - Outras Propriedades Relevantes

Na análise de transferência de calor será necessário utilizar muitas propriedades dos materiais. Estas são, em geral, denominadas propriedades *termofísicas* e incluem duas categorias distintas: as propriedades de *transporte* e as *termodinâmicas*. As de transporte incluem os coeficientes de taxas de difusão, como a condutividade térmica (k), no caso de transferência de calor e a viscosidade cinemática (ν), no caso de transporte de momento. Por outro lado, as propriedades termodinâmicas referem-se a estados de equilíbrio do sistema, como por exemplo a densidade (ρ) e o calor específico (c_p). Tais propriedades são aplicadas extensivamente na análise termodinâmica. O produto $\rho \cdot c_p$ [$\text{J}/\text{m}^3 \cdot \text{K}$], denominado *capacidade calorífica volumar*, mede a aptidão do material em armazenar energia térmica. Tendo em vista que as substâncias com densidades elevadas possuem geralmente calores específicos pequenos, muitos sólidos e líquidos (meios ótimos para armazenar energia) apresentam capacidades caloríficas comparáveis ($\rho \cdot c_p > 1 \text{ MJ}/\text{m}^3 \cdot \text{K}$). No entanto, pelas densidades serem muito pequenas, os gases são pouco apropriados para armazenar energia térmica ($\rho \cdot c_p \approx 1 \text{ kJ}/\text{m}^3 \cdot \text{K}$). As densidades e os calores específicos de muitos sólidos, líquidos e gases aparecem no Apêndice A.

Na análise da transferência de calor, a razão entre a condutividade térmica e a capacidade calorífica é uma propriedade importante denominada *difusividade térmica* α [m^2/s]:

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p}$$

Esta propriedade mede a relação entre as capacidades do material conduzir e armazenar energia térmica. Os materiais com α grande respondem rapidamente às variações do ambiente térmico, enquanto aqueles com α pequeno respondem mais lentamente e levam mais tempo para atingir novas condições de equilíbrio.

A precisão nos cálculos de engenharia depende da exatidão com que as propriedades termofísicas são conhecidas [7-9]. Numerosos exemplos de falhas nos projetos de equipamentos e processos, ou de fracassos no atendimento de especificações de desempenho podem ser citados, devido às informações de má qualidade associadas à escolha dos valores das propriedades mais importantes, usados na análise inicial dos sistemas. A escolha de dados confiáveis das propriedades é uma parcela integral de qualquer análise cuidadosa de engenharia. Deve-se evitar o uso descuidado da literatura ou de manuais que não tenham sido bem caracterizados e avaliados. Na referência [10] podem ser obtidos valores recomendados de muitas propriedades termofísicas. Essa referência, possivelmente presente na maior parte das bibliotecas institucionais, foi preparada pelo *Centro de Pesquisas de Propriedades Termofísicas (TPRC) da Universidade de Purdue*.

Existe uma certa continuidade no programa de publicações com o intuito de se estabelecer uma cobertura atualizada e ampla das propriedades termofísicas [11].

Exemplo 2.1

A difusividade térmica α é a propriedade de transporte que controla a condução transiente. Calcular α para os seguintes materiais, nas temperaturas mencionadas, mediante os valores apropriados de k , de ρ e de c_p do Apêndice A

- alumínio puro a 300K,
- alumínio puro a 700K,
- carbeto de silício a 1000K,
- parafina a 300K.

Solução:

Dados: Definição da difusividade térmica α .

Incógnitas: Os valores de α de alguns materiais em certas temperaturas.

Propriedades:

(a) Tabela A.1, alumínio puro (300K):

$$\rho = 2702 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p = 903 \text{ J/kg K}$$

$$k = 237 \text{ W/mK}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} = \frac{237}{2702 \times 903} = 97,1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

(b) Tabela A.1, alumínio puro (700K):

$$\rho = 2702 \text{ kg/m}^3 \quad \text{a 300K}$$

$$c_p = 1090 \text{ J/kg K} \quad \text{a 700K (por interpolação linear)}$$

$$k = 225 \text{ W/mK} \quad \text{a 700K (por interpolação linear)}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} = \frac{225}{2702 \times 1090} = 76,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

(c) Tabela A.2, carbeto de silício (1000K):

$$\rho = 3160 \text{ kg/m}^3 \quad \text{a 300K}$$

$$c_p = 1195 \text{ J/kg K} \quad \text{a 1000K}$$

$$k = 87 \text{ W/mK} \quad \text{a 1000K}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} = \frac{87}{3160 \times 1195} = 23,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

(d) Tabela A.3, parafina (300K):

$$\rho = 900 \text{ kg/m}^3$$

$$c_p = 2890 \text{ J/kgK}$$

$$k = 0,020 \text{ W/mK}$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c_p} = \frac{0,020}{900 \times 2890} = 7,7 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

Comentários:

1. Observe a dependência das propriedades termofísicas do alumínio e do carbeto de silício frente às temperaturas mencionadas. Por exemplo, no caso do carbeto de silício, $\alpha(1000\text{K}) \approx 0,1 \cdot \alpha(300\text{K})$; por isso, as propriedades deste material dependem fortemente da temperatura.
2. A interpretação física de α visa proporcionar uma medida de relação entre o transporte de calor (k) e a acumulação de energia ($\rho \cdot c_p$). Em geral, os sólidos metálicos têm um valor de α mais elevado, enquanto os sólidos não-metálicos (a parafina por exemplo) têm valores mais baixos de α .
3. A interpolação linear dos valores das propriedades é, em geral, aceitável nos cálculos de engenharia.
4. O uso da densidade em temperaturas baixas (300K) em lugar das mais elevadas ignora os efeitos da expansão térmica, também aceitável nos cálculos de engenharia.

2.3 - A Equação da Difusão do Calor

O objetivo mais importante na análise de condução de calor é determinar o campo de temperaturas num meio, resultante das condições impostas às suas fronteiras, ou seja, deseja-se saber a distribuição de temperaturas que represente a variação desta no meio. Uma vez conhecida, o fluxo de calor em qualquer ponto do meio (ou na sua superfície) pode ser calculado pela Lei de Fourier. Podem ainda ser obtidas outras grandezas importantes a um sólido, além do conhecimento sobre a distribuição de temperaturas, o qual pode ser usado para julgamento da integridade estrutural através da determinação das tensões, das expansões e das deflexões térmicas. A distribuição de temperaturas também pode ser usada para se otimizar a espessura de um material isolante ou para determinar a compatibilidade entre este material e revestimentos ou adesivos especiais.

Analisar-se-á agora a maneira pela qual se pode determinar a distribuição de temperaturas. A abordagem parte da aplicação das exigências da conservação da energia, ou seja:

- define-se um volume de controle infinitesimal;
- identificam-se os processos de transferência de energia relevantes;
- introduzem-se as equações de taxa de transferência apropriadas.

O resultado é uma equação diferencial cuja solução, nas condições de contorno fornecidas, representa a distribuição de temperaturas no meio.

Considere um meio homogêneo no qual existam gradientes de temperatura, e a distribuição de temperaturas $T(x,y,z)$ seja expressada em coordenadas cartesianas. De acordo com a metodologia de aplicação da conservação de energia, define-se inicialmente um volume de controle diferencial infinitesimalmente pequeno (dx, dy, dz) conforme mostra a Figura 2.8:

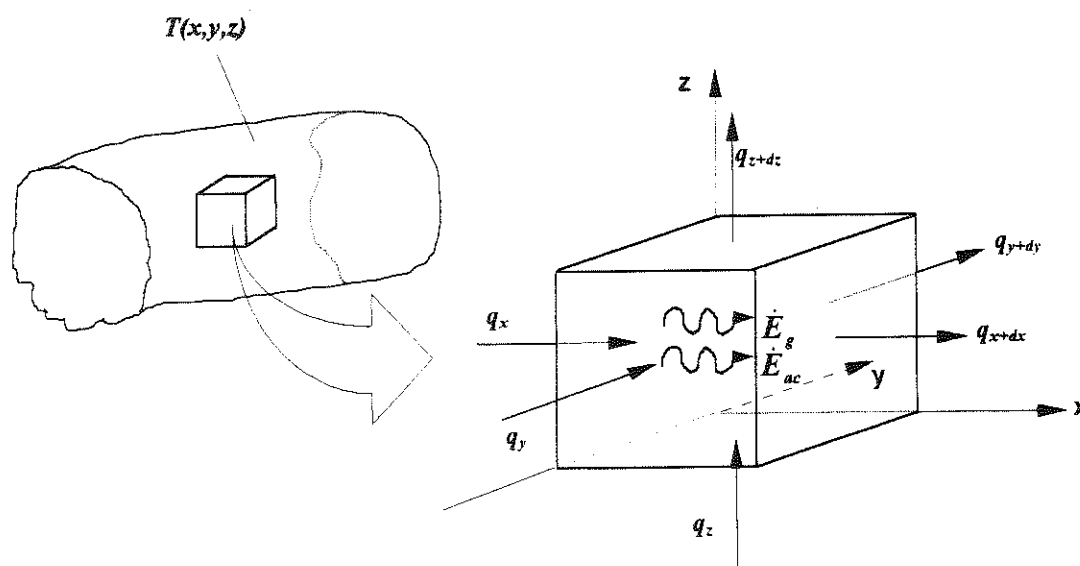


Figura 2.8 - Volume de controle infinitesimal, dx, dy, dz para análise da condução de calor em coordenadas cartesianas.

Em seguida, considere os processos de energia que são relevantes neste volume de controle. Uma vez que existam gradientes de temperatura, haverá transferência de calor através de cada uma das superfícies de controle. As taxas de condução de calor, perpendiculares a cada superfície, são simbolizadas pelos termos q_x , q_y e q_z em relação ao sistema de coordenadas x , y e z respectivamente. Tais taxas podem, desta forma, ser expressas em cada superfície oposta numa expansão em série de Taylor, desprezando-se os termos de ordem superior. Assim, temos que:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (2.7a)$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \quad (2.7b)$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \quad (2.7c)$$

A equação (2.7) simplesmente mostra que a componente x da taxa de transferência de calor no ponto $x + dx$ é igual ao valor da componente em x mais o produto da variação da taxa em relação a x por dx . Dentro do meio pode haver também uma fonte de energia que proporciona um termo associado à taxa de geração de energia térmica. Este termo é representado por:

$$\dot{E}_g = \dot{q} dx dy dz \quad (2.8)$$

onde $\dot{q}$ é a taxa de geração de energia por unidade de volume do meio [W/m^3]. Pode também ocorrer modificação na quantidade de energia térmica acumulada pelo material no volume de controle. Com base numa taxa de geração, pode-se exprimir este termo de acumulação de energia como:

$$\dot{E}_{ac} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz \quad (2.9)$$

onde $\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$ é a taxa de variação, com o tempo, da energia (térmica) interna do meio, por unidade de volume. Mais uma vez é importante observar que os termos $\dot{E}_g$ e $\dot{E}_{ac}$ representam processos físicos diferentes.

O sinal do termo de geração de energia que envolve, por um lado, energia térmica e, por outro, energia química, elétrica ou nuclear: será positivo caso houver geração de energia térmica no material à custa de uma outra forma de energia (há uma fonte); será negativo caso a energia térmica estiver sendo consumida (haverá um sorvedouro). Em contraste com isto, o termo de acumulação de energia $\dot{E}_{ac}$ refere-se à taxa de variação da energia interna acumulada no material.

A última etapa da metodologia é a de exprimir a conservação da energia com as equações anteriores das taxas de geração. Na base das taxas, a forma geral da conservação da energia é:

$$\dot{E}_{af} + \dot{E}_g - \dot{E}_{ef} = \dot{E}_{ac}$$

Então, reconhecendo que as taxas de condução constituem uma entrada (afluxo) de energia $\dot{E}_{af}$, e uma saída (efluxo) de energia $\dot{E}_{ef}$ e fazendo as substituições com as equações (2.8) e (2.9), obtém-se:

$$q_x + q_y + q_z + \dot{q}dxdydz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz \quad (2.10)$$

Fazendo a substituição das equações (2.7) tem-se:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} dz + \dot{q}dxdydz = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz \quad (2.11)$$

As taxas de condução de calor podem ser dadas pela Lei de Fourier:

$$q_x = -kdydz \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.12a)$$

$$q_y = -kdx dz \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.12b)$$

$$q_z = -kdx dy \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.12c)$$

onde cada componente do fluxo de calor da equação (2.6) foi multiplicada pela área da superfície infinitesimal de controle, a fim de se obter a taxa de transferência de calor. Levando-se as equações (2.12) na equação (2.11) e dividindo-se pelas dimensões do volume de controle (dx, dy, dz), obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.13)$$

A equação (2.13) é a forma geral da *equação da difusão do calor* em coordenadas cartesianas. Esta é conhecida também como a equação da condução de calor, a qual constitui o instrumento teórico básico para análise da condução do calor. A partir da sua solução pode-se obter a distribuição de temperatura $T(x,y,z)$ em função do tempo. A complexidade aparente desta expressão não deve encobrir o fato dela descrever uma condição física importante: a conservação da energia. Deve-se ter um entendimento claro do significado físico de cada parcela que aparece na equação. Por exemplo, o termo $\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)$ está relacionado ao fluxo líquido de condução de calor *para dentro* do volume de controle, na direção da coordenada x (isto é, multiplicado por dx):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \equiv q_x'' - q_{x+dx}'' \quad (2.14)$$

Expressões semelhantes valem para os fluxos nas direções y e z . A equação da condução de calor (equação 2.13) nos mostra que *em qualquer ponto de um meio, a taxa líquida de condução de calor para um volume de controle unitário, mais a taxa volumétrica de geração de energia térmica, é igual à taxa de variação de energia térmica acumulada dentro do volume*. Muitas vezes é possível operar com versões simplificadas da equação (2.13).

Por exemplo, se a condutividade térmica for constante, a equação da condução do calor torna-se:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.15)$$

onde $\alpha = k/\rho c_p$ é a *difusividade térmica*. Outras simplificações da forma geral também são possíveis. Por exemplo, sob condições de *regime permanente*, não pode haver variação na quantidade de energia acumulada. Então, a equação (2.13) se reduz a:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = 0 \quad (2.16)$$

Além disso, se a transferência de calor for *unidimensional* (por exemplo, na direção x) e se *não houver geração de energia*, a equação (2.16) se reduz a:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (2.17)$$

A importante dedução deste resultado é que, em uma transferência sem geração de energia sob regime permanente, o fluxo de calor é uma constante na direção da transferência ($dq''/dx = 0$). A equação da condução do calor pode também ser expressa em coordenadas cilíndricas ou esféricas. Os volumes de controle infinitesimais nesses dois sistemas de coordenadas aparecem nas Figuras 2.9 e 2.10 respectivamente.

- Coordenadas Cilíndricas: Quando o operador ∇ da equação (2.3) for expresso em coordenadas cilíndricas, a forma do vetor do fluxo de calor fica:

$$\mathbf{q}'' = -k \nabla T = -k \left(i \frac{\partial T}{\partial r} + j \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} + k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2.18)$$

onde

$$q_r'' = -k \frac{\partial T}{\partial r} \quad q_\phi'' = -\frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} \quad q_z'' = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.19)$$

são as componentes do fluxo de calor nas direções radial, circunferencial e axial, respectivamente. Aplicando um balanço de energia ao volume de controle infinitesimal da Figura 2.8, chega-se à seguinte forma geral da equação do calor:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.20)$$

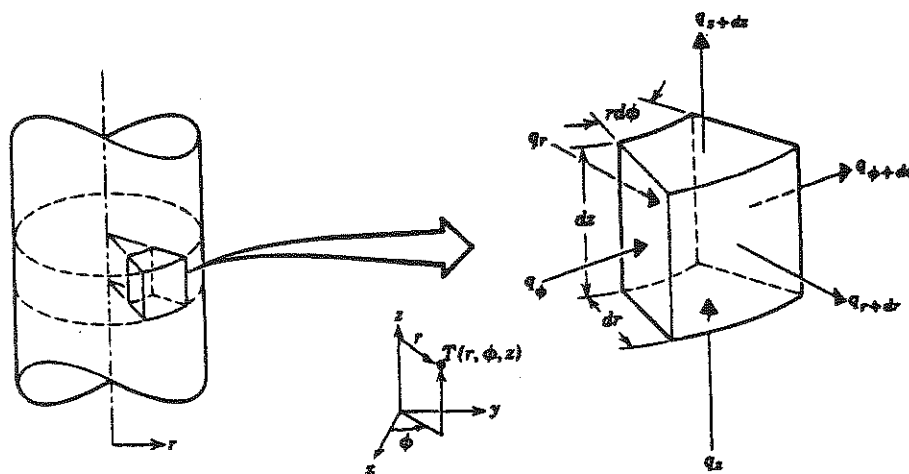


Figura 2.9 - Volume de controle infinitesimal, dr , $r d\phi$, dz para a análise da condução de calor em coordenadas cilíndricas.

- **Coordenadas Esféricas:** Em coordenadas esféricas, a forma geral do vetor do fluxo de calor e da Lei de Fourier é:

$$\mathbf{q}'' = -k \nabla T = -k \left(\mathbf{i} \frac{\partial T}{\partial r} + \mathbf{j} \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \mathbf{k} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) \quad (2.21)$$

onde

$$q_r'' = -k \frac{\partial T}{\partial r} \quad q_\theta'' = -\frac{k}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \quad q_\phi'' = -\frac{k}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \phi} \quad (2.22)$$

são as componentes do fluxo de calor nas direções radial, polar e azimutal, respectivamente. Fazendo-se um balanço de energia no volume de controle infinitesimal da Figura 2.10, consegue-se a seguinte forma para a equação da condução de calor:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(kr^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(k \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \dot{q} = \\ & = \rho \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Observe que o gradiente de temperatura na Lei de Fourier deve ter as unidades **K/m**. Então, ao se estimar o gradiente para uma coordenada angular, ele deverá ser expresso em termos de uma variação de comprimento de arco. Por exemplo, a componente do fluxo de calor na direção circunferencial de um sistema de coordenadas cilíndricas é

$$q_r'' = -\left(\frac{k}{r}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) \text{ e não } q_r'' = -k \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \phi}\right)$$

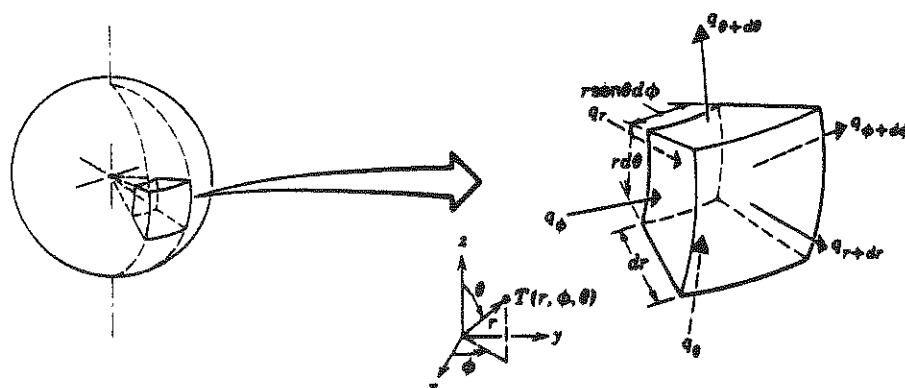


Figura 2.10 - Volume de controle infinitesimal, $dr, r \sin \theta d\phi, r d\theta$ para a análise da condução de calor em coordenadas esféricas (r, ϕ, θ).

Exemplo 2.2

A distribuição de temperatura numa parede de 1 m de espessura, num certo instante, é dada por $T(x) = a + bx + cx^2$, (T [°C], x [m]) com $a = 900^\circ\text{C}$, $b = -300^\circ\text{C/m}$ e $c = -50^\circ\text{C/m}^2$. Uma geração de calor uniforme $\dot{q} = 1000 \text{ W/m}^3$ atua na parede, numa área $A = 10 \text{ m}^2$. As propriedades da parede são $\rho = 1600 \text{ kg/m}^3$, $k = 40 \text{ W/mK}$ e $c_p = 4 \text{ kJ/kgK}$. Determine:

- a taxa de transferência de calor afluyente ($x = 0$) e efluente da parede ($x = 1 \text{ m}$).
- a taxa de variação da energia acumulada na parede.
- a variação da temperatura com o tempo em $x = 0, 25$ e 50 cm .

Solução:

Dados: Distribuição de temperatura $T(x)$ num instante t , numa parede unidimensional com geração uniforme de calor.

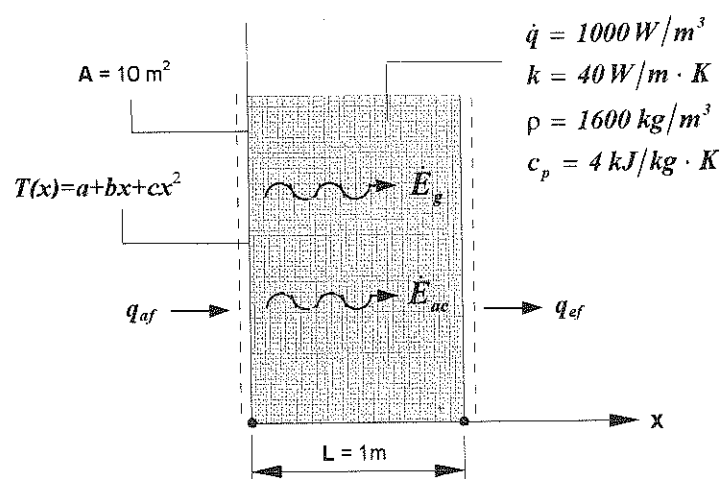
Incógnitas:

- As taxas de calor afluyente, $q_{af}(x = 0)$ e efluente $q_{ef}(x = 1)$, na parede.
- A taxa de variação da energia acumulada na parede, $\dot{E}_{ac}$.
- A variação da temperatura com o tempo em $x = 0, 25$ e 50 cm .

Hipóteses:

- Condução de calor unidimensional na direção x .
- Meio homogêneo com propriedades constantes.
- Geração de calor interna e homogênea, $\dot{q} (\text{W/m}^3)$.

Esquema:



Análise:

1. Se a distribuição de temperatura for conhecida num meio, é possível determinar a taxa de transferência de calor em qualquer ponto do meio, ou nas suas superfícies, mediante a Lei de Fourier. Dessa forma, as taxas desejadas devem ser determinadas mediante a distribuição de temperatura dada e da equação (2.1). Assim,

$$q_{af} = q_x(0) = -kA \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = -k \cdot A \cdot (b + 2cx)_{x=0}$$

$$\therefore q_{af} = -b \cdot k \cdot A = 300 \times 40 \times 10 = 120 \text{ kW}$$

Analogamente,

$$q_{ef} = q_x(L) = -kA \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = -kA(b + 2cx)_{x=L}$$

$$\therefore q_{ef} = -k \cdot A \cdot (b + 2cL) = -40 \times 10 \times [300 + 2(-50) \times 1] = 160 \text{ kW}$$

2. A taxa de variação da energia acumulada na parede ($\dot{E}_{ac}$) pode ser determinada mediante um balanço global de energia na parede. Aplicando a equação (1.11) a um volume de controle em torno da parede: $\dot{E}_{af} + \dot{E}_g - \dot{E}_{ef} = \dot{E}_{ac}$ onde $\dot{E}_g = \dot{q} \cdot A \cdot L$. Então:

$$\dot{E}_{ac} = \dot{E}_{af} - \dot{E}_{ef} + \dot{E}_g = q_{af} - q_{ef} + \dot{q} \cdot A \cdot L$$

$$\therefore \dot{E}_{ac} = 120 - 160 + (1000 \times 10 \times 1) = -30 \text{ kW}$$

3. A variação da temperatura com o tempo, em qualquer ponto do meio, pode ser determinada pela equação da condução do calor (equação 2.15), reescrita na forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{q}}{\rho c_p}$$

Com distribuição de temperatura dada, segue-se que

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (b + 2cx) = 2c = 2(-50) = -100^\circ \text{C/m}^2$$

Observe que esta derivada independe da posição no meio. Então, a variação da temperatura com o tempo é também independente da posição e dada por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{40}{1600 \times 4} (-100) + \frac{1000}{1600 \times 4} = -6,25 \times 10^{-4} + 1,56 \times 10^{-4} = -4,69 \times 10^{-4}^\circ \text{C/s}$$

Comentários:

1. Pelo resultado anterior, é evidente que a temperatura, em qualquer ponto interno da parede, diminui com o tempo.
2. A Lei de Fourier pode ser sempre usada no cálculo da taxa de condução a partir de uma distribuição de temperatura conhecida, mesmo no caso de regimes transientes com geração interna de calor

Referências

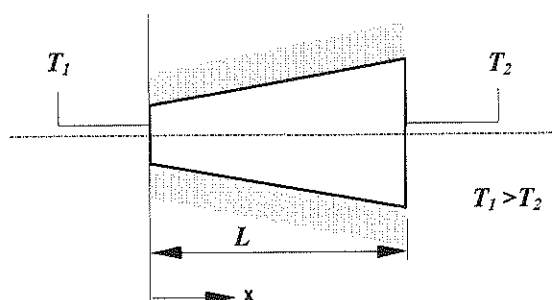
- [1]. Klemens, P. G., "Theory of the Thermal Conductivity of Solids," in R. P. Tye, Ed., *Thermal Conductivity*, Vol. 1, Academic Press, London, 1969.
- [2]. Mallory, John F., *Thermal Insulation*, Reinhold Book Corp., New York, 1969
- [3]. American Society of Heating, Refrigeration and Air Conditioning Engineers, *Handbook of Fundamentals*, Chapters 17 and 31, ASHRAE, New York, 1972.
- [4]. Vincenti, W. G., and C. H. Kruger, Jr., *Introduction to Physical Gas Dynamics*, Wiley, New York, 1965.
- [5]. McLaughlin, E., "Theory of the Thermal Conductivity of Fluids," in R. P. Tye, Ed., *Thermal Conductivity*, Vol. 2, Academic Press, London, 1969.
- [6]. Foust, O. J., Ed., "Sodium Chemistry and Physical Properties," in *Sodium-Nak Engineering Handbook*, Vol. 1, Gordon & Breach, New York, 1972.
- [7]. Sengers, J. V., and M. Klein, Eds., "The Technical Importance of Accurate Thermophysical Property Information," National Bureau of Standards Technical Note No. 590, 1980.
- [8]. Najjar, M. S., K. J. Bell, and R. N. Maddox, *Heat Transfer Eng.*, 2, 27, 1981.

- [9]. Hanley, H. J. M., and M. E. Baltatu, *Mech. Eng.*, 105, 68, 1983.
- [10]. Touloukian, Y. S., and C. Y. Ho, Eds., *Thermophysical Properties of Matter, The TPRC Data Series* (13 volumes de propriedades termofísicas: condutividade térmica, calor específico, radiatividade térmica, difusividade térmica e expansão térmica linear), Plenum Press, New York, 1970 through 1977.
- [11]. Center for Information and Numerical Data Analysis and Synthesis (CIDAS), Purdue University, 2595 Yeager Road, West Lafayette, IN 47906.

Exercícios Propostos

Lei de Fourier

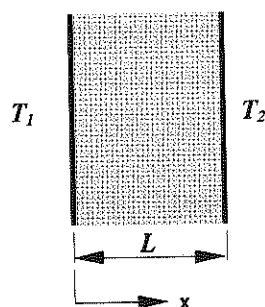
- 2.1 - Assuma a condução de calor, em regime permanente, no sólido com simetria cilíndrica que aparece na figura abaixo.



Admitindo que as propriedades sejam constantes, e que não haja geração interna de calor, esquematize a distribuição de temperatura nas coordenadas $T-x$. Explique, resumidamente, a forma da curva.

- 2.2 - Um cano que conduz água quente a uma temperatura T_1 com raio interno r_1 , possui uma camada de isolamento espessa para reduzir a perda térmica. Sabendo que o raio externo do cano é r_2 e a temperatura neste ponto é T_2 , esquematize a distribuição de temperaturas no isolamento com relação às coordenadas $T-r$, no caso de uma transferência de calor em regime permanente, unidimensional, com propriedades constantes. Apresentar uma explicação resumida que justifique a forma da curva.
- 2.3 - No sistema esquematizado pela figura, há condução de calor em regime permanente, sem geração de calor e unidimensional. A condutividade térmica é $25 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ e a espessura 50 cm . Determine as grandezas desconhecidas em cada um dos casos da

tabela seguinte e esquematize a distribuição de temperaturas em cada caso, fazendo a indicação da direção do fluxo de calor.



CASO	T_1	T_2	dT/dx [K/m]	q_x [W/m ²]
1	400K	300K		
2	100°C		-250	
3	80°C		+200	
4		-5°C		4000
5	30°C			-3000

Propriedades Termofísicas

2.4 - Um cilindro maciço de 10cm comprimento e 25 mm de diâmetro está bem isolado em sua superfície cilíndrica. As duas bases circulares estão mantidas a 100°C e 0°C. Qual a taxa de transferência de calor através do cilindro se ele for constituído por (a) cobre puro, (b) liga de alumínio 2024-T6, (c) aço inoxidável AISI302, (d) nitreto de silício, (e) madeira (carvalho), (f) magnésio a 85% e (g) vidro pyrex?

Capítulo 3 - Condução Unidimensional em Regime Permanente

Este item trata de situações onde o calor se transfere por difusão, em condições *unidimensionais e em regime permanente*. O conceito "unidimensional" identifica o fato de apenas uma coordenada ser necessária para descrever a variação espacial das variáveis independentes. Assim, num sistema *unidimensional*, os gradientes de temperatura existem somente ao longo de uma única direção coordenada, e a transferência de calor ocorre exclusivamente nesta direção. O sistema está em condições de *regime permanente* se a temperatura em cada ponto for independente do tempo. Apesar da simplicidade intrínseca que lhes é própria, os modelos unidimensionais, em regime permanente, podem ser usados para representar com exatidão numerosos sistemas da engenharia.

Inicia-se a análise da condução unidimensional em regime permanente pela discussão da transferência de calor sem geração interna (itens 3.1 a 3.3). O objetivo é determinar as expressões da distribuição de temperatura e a taxa de transferência de calor em casos com geometrias comuns. Introduce-se o conceito de resistência térmica (análogo ao de resistência elétrica) como auxiliar para a solução dos problemas de transferência de calor.

3.1 - Parede Plana

Na condução unidimensional numa parede plana, a temperatura é uma função exclusiva da coordenada x , e o calor se transfere somente nesta direção. Na Figura 3.1a, uma parede plana separa dois fluidos em temperaturas diferentes, e a Figura 3.1b mostra o circuito elétrico equivalente.

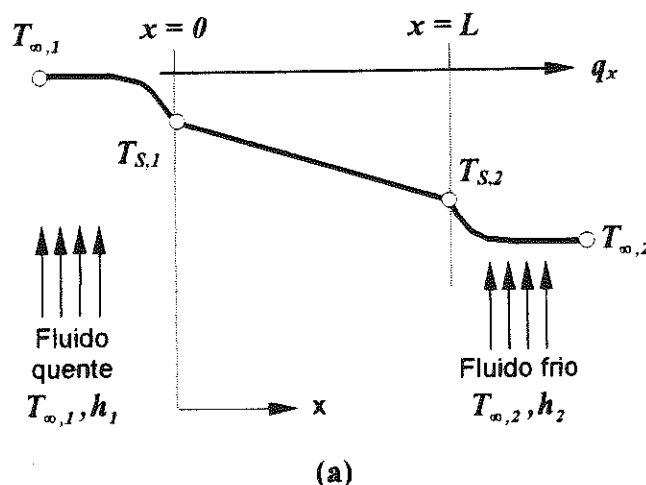


Figura 3.1a - Transferência de calor através de uma parede plana: distribuição de temperaturas.

A transferência de calor ocorre por convecção do fluido quente a $T_{\infty,1}$ para uma face da parede a $T_{s,1}$, por condução através da parede, e por convecção novamente da outra face da parede a $T_{s,2}$ para o fluido a $T_{\infty,2}$. Começa-se pelas condições internas (*dentro* da parede) onde inicialmente se determina a distribuição de temperatura, da qual pode se obter a taxa de transferência de calor

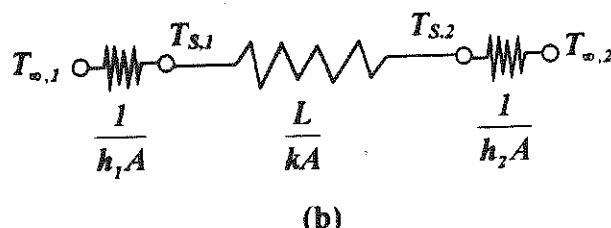


Figura 3.1b - Circuito elétrico equivalente.

3.1.1 - Distribuição de Temperatura

A distribuição de temperatura na parede pode ser determinada pela solução da equação da condução de calor, com as condições de contorno apropriadas. Em regime permanente, sem fontes nem turbilhões de energia distribuídos dentro da parede, a forma apropriada da equação da condução do calor é (equação 2.17):

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (3.1)$$

Portanto, pela equação (2.2), conclui-se que, na *condução unidimensional em regime permanente, numa parede plana, sem geração de calor, o fluxo de calor é uma constante independente de x*. Se a condutividade térmica do material da parede for constante, a equação pode ser integrada duas vezes para se ter a solução geral:

$$T(x) = C_1 x + C_2 \quad (3.2)$$

A fim de se obter as constantes de integração, C_1 e C_2 , é necessário a introdução das condições de contorno. Adota-se condições de primeira espécie em $x = 0$ e em $x = L$, e se tem

$$T(0) = T_{s,1} \quad e \quad T(L) = T_{s,2}$$

Aplicando-se a condição em $x = 0$, na solução geral, segue-se que $T_{s,1} = C_2$.

Analogamente, em $x = L$ $T_{s,1} = C_1 L + C_2 = C_1 L + T_{s,1}$

e neste caso $\frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L} = C_1$

Fazendo as substituições na solução geral, a distribuição de temperatura fica:

$$T(x) = (T_{s,2} - T_{s,1}) \frac{x}{L} + T_{s,1} \quad (3.3)$$

Este resultado mostra, evidentemente, que, na condução unidimensional, em regime permanente, numa parede plana, sem geração de calor e com a condutividade térmica constante, a temperatura varia linearmente com x .

Agora, com a distribuição de temperaturas, pode ser usada a Lei de Fourier (equação 2.1) para determinar a taxa de transferência condutiva de calor. Isto é:

$$q_x = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} = \frac{k \cdot A}{L} (T_{s,1} - T_{s,2}) \quad (3.4)$$

Observa-se que A , a área da parede *normal* à direção da transferência de calor, é uma constante independente de x . O fluxo de calor é então:

$$q_x'' = \frac{q_x}{A} = \frac{k}{L} (T_{s,1} - T_{s,2}) \quad (3.5)$$

As equações (3.4) e (3.5) indicam que a taxa de transferência de calor q_x , e que o fluxo de calor, q_x'' , são constantes, independentes de x .

Nos parágrafos anteriores usou-se a *abordagem padrão* para resolver os problemas de condução. Inicialmente, a solução geral para a distribuição de temperatura foi obtida pela resolução da equação da condução de calor na forma apropriada. Aplicou-se então as condições de contorno para se obter uma solução particular que, com a Lei de Fourier, determinasse a taxa de transferência de calor. Observe que as temperaturas em $x=0$ e $x=L$ foram fixas como as condições de contorno, embora sejam temperaturas dos fluidos, e não as superficiais (conhecidas nos caso típicos). No entanto, uma vez que as temperaturas de um fluido e de uma superfície a ele adjacente são facilmente relacionadas mediante um balanço de energia na superfície, é uma questão simples exprimir as equações (3.3), (3.4) e (3.5) em termos das temperaturas dos fluidos, e não das temperaturas superficiais. Resultados equivalentes também seriam obtidos diretamente por meio de balanços de energia na superfície (como condições de contorno de terceira espécie) para se estimar as constantes da equação (3.2).

3.1.2 - Resistência Térmica

Neste ponto, observa-se um conceito muito importante sugerido pela equação (3.4): a analogia entre a difusão do calor e a condução de carga elétrica. Da mesma forma que uma resistência elétrica está associada à condução de eletricidade, pode-se associar uma resistência térmica a condução de calor. Definindo a resistência como a razão entre o

potencial motriz e a taxa de transferência que a provoca, segue-se pela equação (3.4) que a *resistência térmica* na condução é

$$R_{t,cond} \equiv \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{q_x} = \frac{L}{k \cdot A} \quad (3.6)$$

Analogamente, no caso da condução elétrica, a lei de Ohm proporciona uma resistência elétrica da forma

$$R_e = \frac{E_{s,1} - E_{s,2}}{I} = \frac{L}{\sigma \cdot A} \quad (3.7)$$

A analogia entre as Equações (3.6) e (3.7) é óbvia. Uma resistência térmica também pode ser associada à transferência convectiva de calor numa superfície. Pela lei do resfriamento, de Newton,

$$q = h \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) \quad (3.8)$$

e a resistência térmica na convecção é então

$$R_{t,conv} \equiv \frac{T_s - T_\infty}{q} = \frac{1}{h \cdot A} \quad (3.9)$$

A representação mediante circuitos proporciona um instrumento útil para conceituar e quantificar os problemas de transferência de calor. O *circuito térmico equivalente* numa parede plana, com condições superficiais de convecção aparece na Figura 3.1b. A taxa de transferência de calor pode ser determinada a partir da consideração isolada de cada elemento do circuito, isto é

$$q'_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{1/h_1 A} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{L/kA} = \frac{T_{s,2} - T_{\infty,2}}{1/h_2 A} \quad (3.10)$$

Em termos da diferença global de temperatura, e da resistência térmica total R_{tot} , a taxa de transferência de calor pode exprimir-se também como

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{tot}} \quad (3.11)$$

Em virtude de as resistências condutiva e convectiva estarem em série e, portanto, poderem se somadas, segue-se que:

$$R_{tot} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A} \quad (3.12)$$

Uma outra resistência pode ser atribuída à superfície que estiver separada de uma vizinhança de grande porte por um gás. Em particular, a troca radiativa entre a superfície e as suas vizinhanças pode ser importante, e a taxa pode ser determinada pela equação (1.8). Segue-se, então, que a resistência térmica na radiação pode ser definida como

$$R_{t,rad} \equiv \frac{T_s - T_{viz}}{q_{rad}} = \frac{1}{h_r \cdot A} \quad (3.13)$$

onde h_r está definido pela equação (1.9). As resistências radiativas e convectivas da superfície atuam em paralelo, e se $T_\infty = T_{viz}$, as duas podem ser combinadas para se obter uma resistência efetiva única da superfície.

3.1.3 - A Parede Composta

Os circuitos térmicos equivalentes também podem ser usados no caso de sistemas mais complicados, como por exemplo, as *paredes compostas*. Essas paredes podem envolver qualquer número de resistências térmicas em série e/ou paralelo, em virtude de camadas de matérias diferentes. Consideremos uma parede composta em série, como mostra a Figura 3.2.

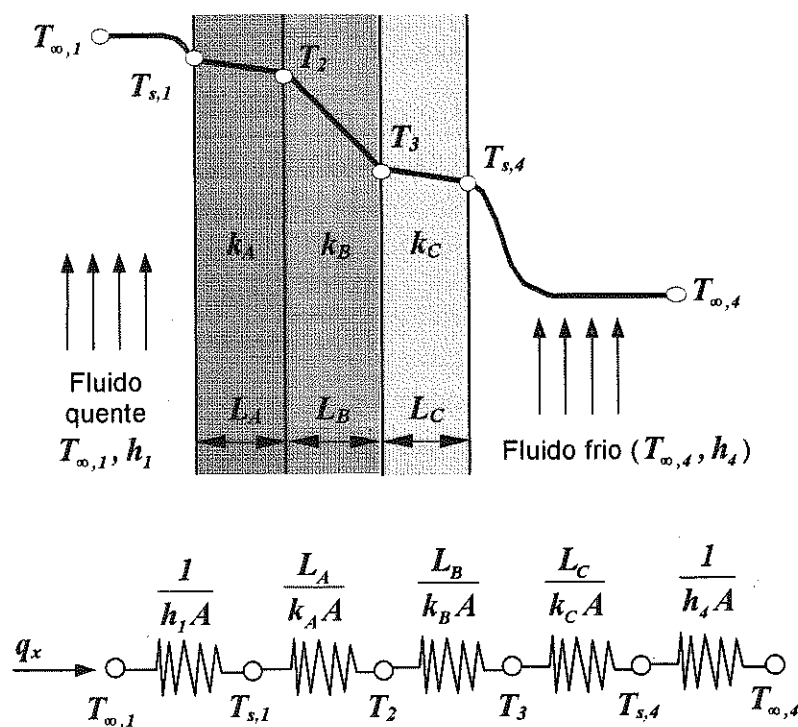


Figura 3.2 - Parede composta com circuito térmico equivalente.

A taxa de transferência unidimensional de calor, neste sistema, pode ser expressa por:

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\sum R_i} \quad (3.14)$$

onde $T_{\infty,1} - T_{\infty,4}$ é a diferença global de temperatura e o somatório $\sum R_i$ envolve todas as resistências térmicas. Então:

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\left[\frac{1}{h_1 A} + \frac{L_A}{k_A A} + \frac{L_B}{k_B A} + \frac{L_C}{k_C A} + \frac{1}{h_4 A} \right]} \quad (3.15)$$

De outra maneira, a taxa de transferência de calor pode se relacionar com a diferença de temperatura e com a resistência associada a cada elemento. Por exemplo:

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{\left(\frac{1}{h_1 A} \right)} = \frac{T_{s,1} - T_2}{\left(\frac{L_A}{k_A A} \right)} = \frac{T_2 - T_3}{\left(\frac{L_B}{k_B A} \right)} = \frac{T_3 - T_{s,4}}{\left(\frac{L_C}{k_C A} \right)} = \frac{T_{s,4} - T_{\infty,4}}{\left(\frac{1}{h_4 A} \right)} \quad (3.16)$$

Nos sistemas compostos, é conveniente muitas vezes trabalhar com um *coeficiente global de transferência de calor* (U), definido por uma expressão análoga à da lei do resfriamento de Newton. Assim:

$$q_x = U \cdot A \cdot \Delta T \quad (3.17)$$

onde ΔT é a diferença global de temperatura. O coeficiente global de transferência de calor está relacionado à resistência térmica total e, pelas equações (3.14) e (3.17), tem-se que $U \cdot A = 1/R_{tot}$.

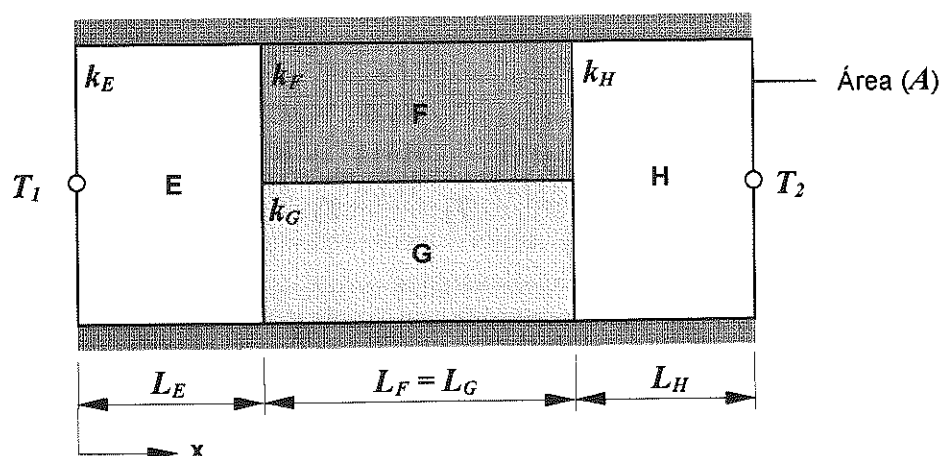
Então, na parede composta da Figura 3.2,

$$U = \frac{1}{R_{tot} \cdot A} = \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{h_1} \right) + \left(\frac{L_A}{k_A} \right) + \left(\frac{L_B}{k_B} \right) + \left(\frac{L_C}{k_C} \right) + \left(\frac{1}{h_4} \right) \right]} \quad (3.18)$$

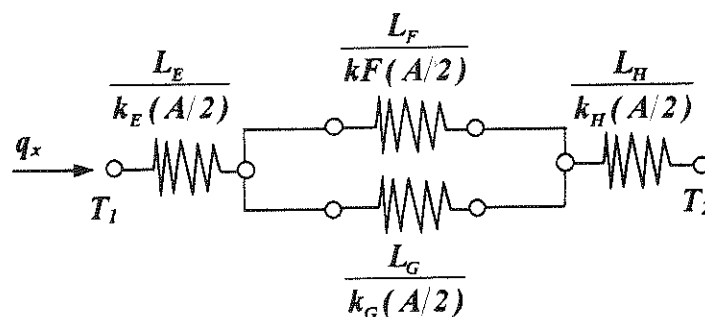
Em geral, pode-se escrever:

$$R_{tot} = \sum R_i = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{U \cdot A} \quad (3.19)$$

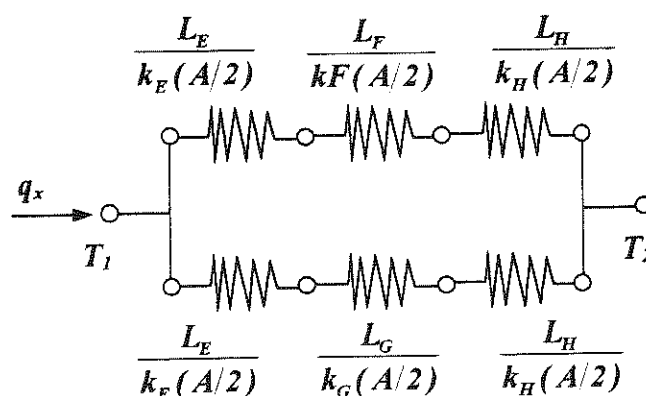
As paredes compostas também podem ser caracterizadas por configurações do tipo série-paralelo, conforme as que aparecem na Figura 3.3.



Embora o fluxo de calor seja, neste caso, bidimensional, muitas vezes é razoável admitir condições unidimensionais. Com esta hipótese, podem ser usados dois circuitos térmicos (a e b) diferentes. No primeiro, admite-se que as superfícies normais à direção x sejam isotérmicas, enquanto no segundo admite-se que as superfícies paralelas à direção x sejam adiabáticas. Com isso, são obtidos resultados diferentes para R_{tot} e os valores correspondentes de q definem um intervalo que contém a taxa real de transferência de calor. As diferenças entre estes valores crescem com o aumento de k_F-k_G e assim, os efeitos bidimensionais tornam-se mais significativos.



(a)



(b)

Figura 3.3 - Circuitos térmicos equivalentes numa parede composta em série-paralelo

3.1.4 - Resistência de Contato

Embora não tenha sido mencionado, é importante observar que, nos sistemas compostos, a queda de temperatura na interface entre dois materiais pode ser considerável. Esta alteração na temperatura se dá devido à resistência de contato térmico, $R_{t,c}$. O efeito desta pode ser visualizado pela Figura 3.4.

Para uma interface de área unitária, tal resistência se define como:

$$R_{t,c}'' = \frac{T_A - T_B}{q_x''} \quad (3.20)$$

A existência de uma resistência de contato finita se deve principalmente aos efeitos da rugosidade superficial. Existem pontos de contato entremeados por vales que, na maioria dos casos, estão cheios de ar. A transferência de calor deve-se então à condução através da área de contato real, e à condução e/ou radiação através dos vales. A resistência de contato pode ser considerada como duas resistências em paralelo: a que provém dos pontos de contato real e a que provém dos vales. Nos casos típicos, a área de contato é pequena e, especialmente nas superfícies rugosas, a contribuição mais importante à resistência é a proveniente dos vales.

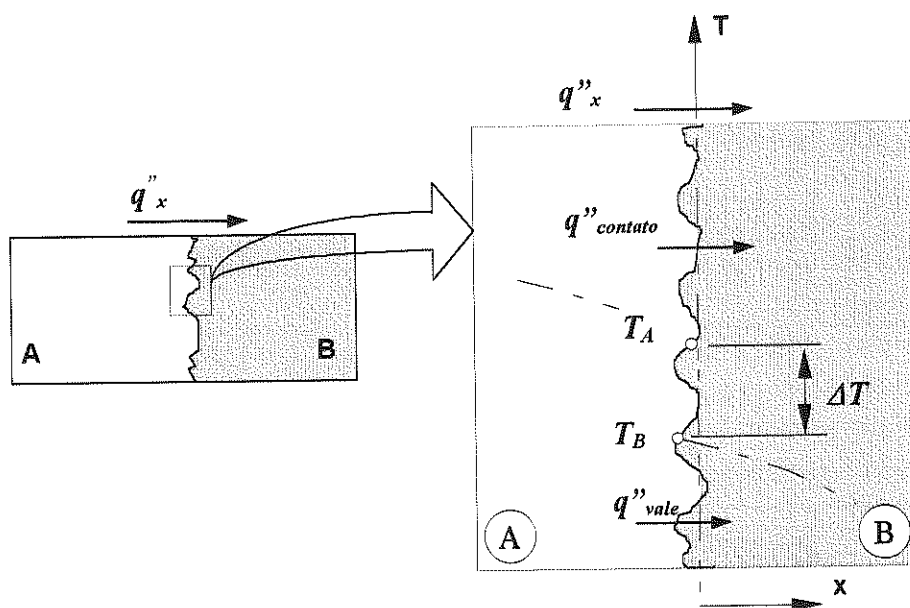


Figura 3.4 - Queda de temperatura devida à resistência térmica de contato.

Para os sólidos cujas condutividades térmicas são mais elevadas que a do fluido interfacial, a resistência de contato pode ser reduzida pelo aumento da área dos sítios de contato. Este aumento pode ser efetuado pelo aumento da pressão na junção mediante a redução da rugosidade das superfícies em contato. A resistência de contato também pode ser reduzida pela escolha de um fluido interfacial de condutividade térmica elevada. A este respeito, a ausência de fluido (interface evacuada) elimina a condução através dos vales e, com isso, aumenta a resistência de contato.

Embora se tenha proposto teorias para a previsão de $R_{t,c}''$, os resultados mais confiáveis são os que se obtêm experimentalmente. O efeito de cargas sobre as interfaces metálicas pode ser observado na Tabela 3.1a, a qual apresenta intervalos aproximados dos valores da resistência térmica em condições de vácuo. O efeito do fluido interfacial sobre a resistência de uma interface de alumínio aparece na Tabela 3.1b.

Tabela 3.1 - Resistência térmica de contato (a) em interfaces metálicas sujeitas a vácuo e (b) em interfaces de alumínio (rugosidade superficial de $10\mu\text{m}$ (R_a), 10^5 N/m^2) com vários fluidos interfaciais [1].

RESISTÊNCIA TÉRMICA $R''_{tc} [\times 10^4 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}]$				
(a) Interface à Vácuo			(b) Fluido Interfacial	
Pressão de contato $[\text{kN/m}^2]$	100	10	Ar	2,75
Aço Inoxidável	6-25	0,7-4,0	Hélio	1,05
Cobre	1-10	0,1-0,5	Hidrogênio	0,720
Magnésio	1,5-3,5	0,2-0,4	Óleo de silicone	0,525
Alumínio	1,5-5,0	0,2-0,4	Glicerina	0,265

Em contraste com os resultados da Tabela 3.1, muitas aplicações envolvem o contato entre sólidos diferentes e uma ampla variedade de possíveis materiais intersticiais (enchimentos), como mostra a Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Resistência térmica de interfaces sólido-sólido representativas.

RESISTÊNCIA TÉRMICA $R''_{tc} [\times 10^4 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}]$		
Interface	R''_{tc}	Fonte
Chip de silício - alumínio esmerilhado ao ar ($27\text{-}500\text{kN/m}^2$)	0,3-0,6	[2]
Alumínio - alumínio com enchimento de película de Índio ($\sim 100\text{kN/m}^2$)	$\sim 0,07$	[1,3]
Aço Inoxidável - aço inoxidável com enchimento de película de Índio ($\sim 3500\text{kN/m}^2$)	$\sim 0,04$	[1,3]
Alumínio - alumínio com revestimento metálico (Pb)	0,01-0,1	[4]
Alumínio - alumínio com graxa da Dow Corning ($\sim 100 \text{ kN/m}^2$)	$\sim 0,07$	[1,3]
Aço inoxidável - aço inoxidável com graxa 340 da Dow Corning (3500 kN/m^2)	$\sim 0,04$	[1,3]
Chip de silício - alumínio com 0.02 mm de epoxi	0,2-0,9	[5]
Latão - latão com $15 \mu\text{m}$ de solda de estanho	0,025-0,14	[6]

Qualquer substância intersticial que encha os vales entre as superfícies em contato e cuja condutividade térmica seja maior que a do ar provocará uma diminuição da resistência de contato. Duas classes de material bem apropriados para este fim são os metais moles e as graxas térmicas. Os metais que incluem o Índio, o chumbo, o estanho e a prata, podem ser inseridos como uma folha delgada ou então aplicados como película delgada de revestimento a um dos componentes da interface. As graxas térmicas, com base em silicone,

são atrativas pois têm a capacidade de encher completamente os interstícios com um material cuja condutividade térmica chega a ser 50 vezes maior que a do ar.

Diferentemente das interfaces mencionadas, que não são permanentes, muitas interfaces envolvem juntas permanentemente ligadas. A junta pode ser formada por uma resina epoxi, ou por solda, tanto mole (rica em chumbo) quanto dura (liga com ouro e estanho). Em virtude de resistências interfaciais entre os materiais originais e os materiais de ligação, a resistência térmica real de uma junta é maior que o valor teórico (L/k) calculado a partir de espessura L e da condutividade térmica k do material da junta. A resistência térmica de juntas a epoxi, ou a soldas, também é afetada de forma adversa por vazios e fendas, que podem se formar durante a fabricação, ou como resultado do ciclo térmico durante a operação normal.

Em Snaith et al. [3], Madhusudana & Fletcher [7] e Yovanovich [8] encontram-se revisões amplas dos resultados e modelos referentes à resistência térmica de contato.

Exemplo 3.1

Um fabricante de vanguarda de utilidades domésticas está propondo um modelo de forno autolimpante que envolve uma *janela composta* entre a cavidade do forno e o ar ambiente. A *janela composta* é constituída por dois plásticos (A e B), resistentes à altas temperaturas, com as espessuras $L_A = 2L_B$ e condutividades térmicas $k_A = 0,15\text{W/m}\cdot\text{K}$ e $k_B = 0,08\text{W/m}\cdot\text{K}$. Durante o processo de autolimpeza, as temperaturas da parede do forno e do ar no forno (T_w e T_a respectivamente) são iguais a 400°C , enquanto a temperatura do ar ambiente (T_∞) é 25°C . Os coeficientes de transferência convectiva e radiativa de calor no interior do forno (h_i e h_r , respectivamente) e também o coeficiente de transferência convectiva (h_θ) são cada qual, aproximadamente iguais a $25\text{W/m}^2\cdot\text{K}$. Qual é a espessura mínima da janela $L = L_A + L_B$ necessária para garantir que a temperatura na superfície externa da *janela* seja de no máximo 50°C ? (Esta temperatura, em virtude de razões de segurança, não deve ser excedida)

Solução

Dados: As propriedades e as dimensões relativas de materiais plásticos usado numa janela de forno composta, e as condições associadas à operação de autolimpeza do forno.

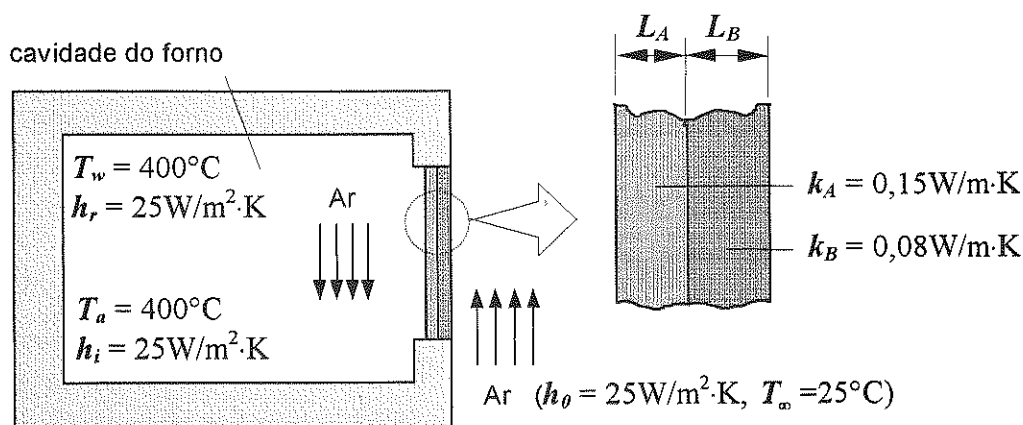
Incógnita: A espessura da janela $L_A + L_B$ necessária para garantir a operação segura.

Hipóteses:

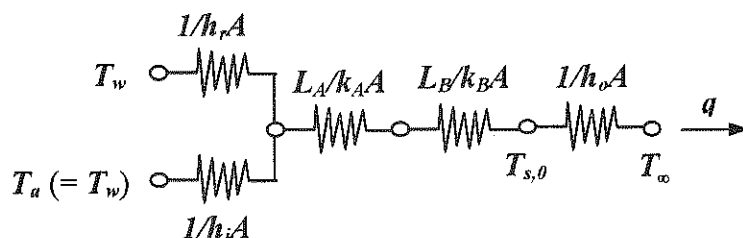
1. O regime de operação é permanente.
2. A condução através da janela é unidimensional.
3. A resistência de contato é desprezível.

4. A absorção de radiação no interior do material da janela é desprezível; então não há geração interna de calor (há troca radiativa entre a janela e as paredes do forno na superfície interna da janela).
5. A troca radiativa entre a superfície interna da janela e as vizinhanças é desprezível.
6. Cada plástico é homogêneo e tem as propriedades constantes.

Esquema:



Análise: pode-se esquematizar o circuito térmico verificando que a resistência ao fluxo de calor está associada à convecção na superfície externa, à condução, e à convecção e radiação na superfície interna. Assim, o circuito e as resistências têm a seguinte forma:



Uma vez que a temperatura da superfície externa da janela ($T_{s,o}$) é dada, a espessura da janela pode ser obtida aplicando-se um balanço de energia a esta superfície, isto é, $\dot{E}_{af} = \dot{E}_{ef}$. Assim, a taxa de energia afluyente é igual à taxa de energia efluente.

Com $T_w = T_a$ e usando a equação (3.19):
$$\dot{E}_{af} = q = \frac{T_a - T_{s,o}}{\sum R_t}$$

e pela equação (3.8):
$$\dot{E}_{ef} = q = h_o \cdot A \cdot (T_{s,o} - T_\infty).$$

A resistência térmica total entre a cavidade do forno e a superfície externa da parede inclui uma resistência efetiva associada à convecção e à radiação atuantes paralelamente à superfície da janela, e as resistências à condução dos materiais da janela. Portanto:

$$\sum R_t = \left(\frac{1}{1/h_i A} + \frac{1}{1/h_r A} \right)^{-1} + \frac{L_A}{k_A A} + \frac{L_B}{k_B A}$$

$$\text{ou} \quad \sum R_i = \frac{1}{A} \left(\frac{1}{h_i + h_r} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_B}{2k_B} \right)$$

Levando as expressões ao balanço de energia, vem:

$$\frac{T_a - T_{s,0}}{\sum R_i} = h_0 \cdot A \cdot (T_{s,0} - T_\infty)$$

resolvendo-se em $\sum R_i$, temos:

$$\sum R_i = \frac{T_a - T_{s,0}}{h_0 \cdot A \cdot (T_{s,0} - T_\infty)} = \frac{400 - 50}{25 \cdot A \cdot (50 - 25)} = \frac{0,56}{A} \quad (\text{I})$$

$$\sum R_i = \frac{1}{A} \left(\frac{1}{25 + 25} + \frac{L_A}{0,15} + \frac{L_A}{2 \cdot 0,08} \right) = \frac{0,02 + 6,67 L_A + 6,25 L_A}{A} \quad (\text{II})$$

Igualando (I) e (II), temos que $L_A = 0,0418\text{m}$

Uma vez que $L_B = 2L_A = 0,0209\text{ m}$, $L = L_A + L_B = 62,7\text{ mm}$

Comentários: A operação de auto limpeza é um processo transiente, no que se refere à resposta térmica da janela. É possível que não se atinja o regime permanente no tempo necessário à limpeza. No entanto, as condições em regime permanente indicam o valor máximo possível de $T_{s,0}$ e por isso são bem apropriadas para o cálculo do projeto.

3.2 - Abordagem Diferente na Análise da Condução

A análise da condução até agora, foi realizada usando-se a abordagem padrão, onde a equação da condução do calor foi resolvida com o intuito de se obter a distribuição de temperatura (equação 3.3). Depois, mediante a Lei de Fourier, foi obtida a taxa de transferência de calor (equação 3.4). Uma outra abordagem, porém, pode ser usada no caso das condições que se está tratando. Imagine a condução no sistema mostrado na Figura 3.5, onde verifica-se que, em condições de regime permanente, sem geração de calor e sem perda de calor pelas superfícies laterais, a taxa de transferência de calor q_x deve ser uma constante independente de x , onde para qualquer elemento diferencial dx , $q_x = q_{x+dx}$.

Naturalmente, esta condição é uma consequência da conservação da energia e deve valer mesmo quando a área $A(x)$ variar com a posição, e a condutividade térmica variar com a temperatura $k(T)$. Além disso, mesmo quando a distribuição de temperatura for bidimensional, variando em x e y , muitas vezes é razoável desprezar a variação em y e admitir uma distribuição unidimensional em x . Nestas circunstâncias é possível operar exclusivamente com a Lei de Fourier para efetuar a análise da condução. Em particular, uma vez que a taxa de condução é uma constante, a equação da taxa pode ser integrada, embora a taxa e a distribuição de temperaturas sejam desconhecidas.

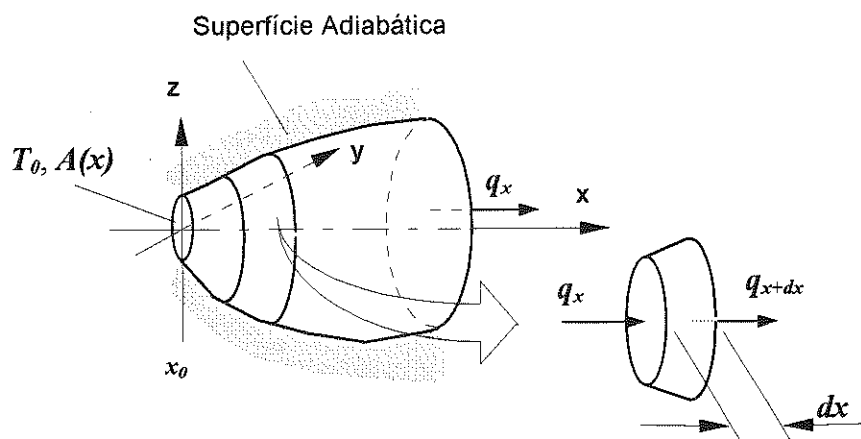


Figura 3.5 - Sistema com uma taxa de transferência de calor constante

Considere a Lei de Fourier (equação 2.1), aplicada ao sistema da Figura 3.5. Embora não tenhamos conhecimento do valor de q_x , ou da forma de $T(x)$, sabe-se que q_x é uma constante. Então pode-se exprimir a Lei de Fourier na forma geral:

$$q_x \int_{x_0}^x \frac{dx}{A(x)} = - \int_{T_0}^T k(T) dT \quad (3.21)$$

A área da seção reta pode ser uma função conhecida de x , e a condutividade térmica do material pode variar (de maneira conhecida) com a temperatura. Se a integração for realizada desde um ponto x_0 , no qual a temperatura T_0 seja conhecida, a equação resultante proporciona a forma funcional de $T(x)$. Além disso, se a temperatura $T = T_1$, em $x = x_1$ for também conhecida, a integração entre x_0 e x_1 fornece uma expressão que permite o cálculo de q_x . Observe que se a área A for constante e se k for independente da temperatura, a equação (3.21) se reduz a

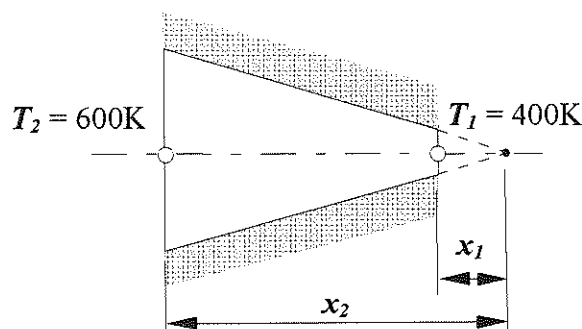
$$\frac{q_x \cdot \Delta x}{A} = -k \cdot \Delta T \quad (3.22)$$

onde $\Delta x = x_1 - x_0$ e $\Delta T = T_1 - T_0$.

Muitas vezes é preferível resolver os problemas de difusão de calor através das formas integradas das equações das taxas de difusão. É preciso ter bem claras as condições limites que permitam a *transferência unidimensional, em regime permanente, sem geração de calor*.

Exemplo 3.2

O diagrama mostra uma seção de um tronco de cone em *piroceram*. A seção reta é circular, com diâmetro $D = ax$, onde $a = 0,25$. A base menor está em $x_1 = 50\text{mm}$ e a base maior em $x_2 = 250\text{mm}$. As temperaturas terminais são $T_1 = 400\text{K}$ e $T_2 = 600\text{K}$, enquanto a superfície lateral está bem isolada.



1. Deduzir uma expressão para a distribuição de temperatura $T(x)$ em forma simbólica, admitindo-se condições unidimensionais. Esquematizar a distribuição de temperatura.
2. Calcular a taxa de transferência de calor q_x através do cone.

Solução:

Dados: Condução num tronco de cone circular com o diâmetro $D = ax$, com $a = 0,25$.

Incógnitas:

1. Distribuição de temperatura $T(x)$.
2. Taxa de transferência de calor q_x .

Hipóteses:

1. As condições são de regime permanente
2. A condução é unidimensional na direção x .
3. Não há geração interna de calor
4. As propriedades são constantes

Propriedades: Tabela A2, *piroceram* (500K): $k = 3,46 \text{ W/m}\cdot\text{K}$

Análise:

1. Uma vez que a condução é unidimensional, em regime permanente e sem geração interna de calor, a taxa de transferência de calor q_x é uma constante independente de x . Então, pela Lei de Fourier (equação 2.1) pode-se determinar a distribuição de temperatura:

$$q_x = -k \cdot A \frac{dT}{dx}$$

Com $A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot x^2}{4}$, a separação das variáveis resulta em

$$\frac{4 \cdot q_x \cdot dx}{\pi \cdot a^2 \cdot x^2} = -k \cdot dT$$

Integrando de x_1 até x no interior do sólido, e lembrando que q_x e k são constantes:

$$\frac{4 \cdot q_x}{\pi \cdot a^2} \int_{x_1}^x \frac{dx}{x^2} = -k \int_{T_1}^T dT \quad \text{Então:}$$

$$\frac{4 \cdot q_x}{\pi \cdot a^2} \cdot \left(-\frac{1}{x} + \frac{1}{x_1} \right) = -k \cdot (T - T_1)$$

ou, resolvendo-se em $T(x)$,

$$T(x) = T_1 - \frac{4 \cdot q_x}{\pi \cdot a^2 \cdot k} \cdot \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x} \right) \quad (I)$$

Embora q_x seja uma constante, ainda é desconhecida. Podemos porém determiná-la pelo cálculo da expressão anterior em $x = x_2$, onde $T(x_2) = T_2$. Daí,

$$T_2 = T_1 - \frac{4 \cdot q_x}{\pi \cdot a^2 \cdot k} \cdot \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right)$$

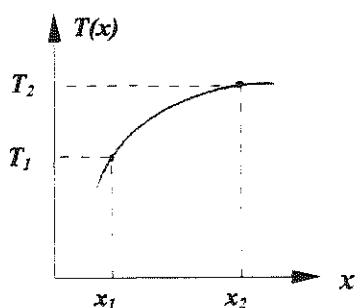
Resolvendo em q_x :

$$q_x = \frac{\pi \cdot a^2 \cdot k \cdot (T_1 - T_2)}{4 \cdot \left[(1/x_1) - (1/x_2) \right]}$$

A substituição de q_x na expressão (I), faz com que a distribuição de temperatura fique:

$$T(x) = T_1 + (T_1 - T_2) \cdot \left[\frac{(1/x) - (1/x_1)}{(1/x_1) - (1/x_2)} \right]$$

Deste resultado, a temperatura pode ser calculada em função de x e a distribuição tem o seguinte aspecto:



Uma vez que $\frac{dT}{dx} = \frac{-4 \cdot q_x}{k \cdot \pi \cdot a^2 \cdot x^2}$
(pela Lei de Fourier), observa-se que o gradiente de temperaturas e o fluxo diminuem quando x aumenta.

2. Levando-se em conta os valores numéricos no resultado precedente, para a taxa de transferência de calor, vem:

$$q_x = \frac{\pi \times (0,25)^2 \times 3,46 \times (400 - 600)}{4 \times \left(\frac{1}{0,05} - \frac{1}{0,25} \right)} = -2,12W$$

Comentários: Quando o parâmetro a aumenta, a hipótese da unidimensionalidade fica menos apropriada, ou seja, a hipótese fica mais fraca à medida que a variação da área da seção reta torna-se mais pronunciada - com a distância.

3.3 - Sistemas Radiais

Sistemas cilíndricos e esféricos têm muitas vezes gradientes de temperaturas numa única direção radial e podem, por isso, ser analisados como unidimensionais. Além disso, em condições de regime permanente sem geração de calor, estes sistemas podem ser analisados mediante dois métodos: padrão, a partir da forma apropriada da equação da condução de calor, ou alternativo, a partir da forma apropriada da Lei de Fourier. Nesta etapa, analisar-se-á sistemas cilíndricos pelo método padrão e sistemas esféricos pelo outro.

3.3.1 - O Cilindro

Um exemplo comum é o cilindro oco cujas superfícies interna e externa estão expostas a fluidos em temperaturas diferentes (Figura 3.6).

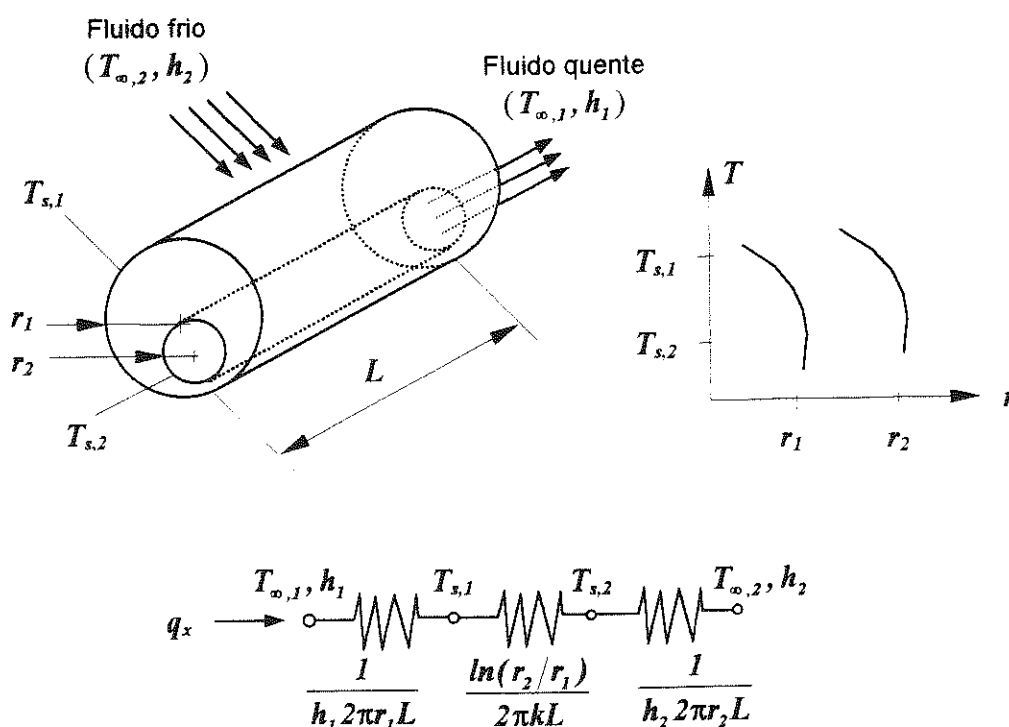


Figura 3.6 - Cilindro oco com condições superficiais convectivas.

Em regime permanente sem geração de calor, a forma apropriada da equação da condução de calor é (equação 2.20):

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(kr \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (3.23)$$

onde, por enquanto, k é tratada como variável. O significado físico deste resultado se torna evidente considerando também a forma apropriada da Lei de Fourier. A taxa de condução de energia através de qualquer superfície cilíndrica no sólido pode ser expressa como:

$$q_r = -kA \frac{dT}{dr} = -k(2\pi rL) \frac{dT}{dr} \quad (3.24)$$

onde $A = 2\pi rL$ é a área normal à direção de transferência de calor. Pelas equações (3.23) e (3.24), segue-se que a taxa de transferência de calor q_r , (não o fluxo de calor $\dot{q}_r$) é uma constante na direção radial. Pode-se determinar a distribuição de temperatura no cilindro mediante a resolução da equação (3.23) com as condições de contorno apropriadas. Admitindo-se que k seja constante, a equação 3.23 pode ser integrada duas vezes para se obter a solução geral:

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2 \quad (3.25)$$

Para calcular as constantes de integração C_1 e C_2 , introduz-se as seguintes condições de contorno:

$$T(r_1) = T_{s,1} \quad \text{e} \quad T(r_2) = T_{s,2}.$$

Levando estas condições à solução geral, obtém-se:

$$T_{s,1} = C_1 \ln(r_1) + C_2 \quad \text{e} \quad T_{s,2} = C_1 \ln(r_2) + C_2.$$

Resolvendo em C_1 e C_2 e retomando a solução geral, tem-se:

$$T(r) = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s,2} \quad (3.26)$$

Observe que a distribuição de temperatura, associada à condução radial através do cilindro, é logarítmica, e não linear (como no caso de uma parede plana, sob as mesmas condições). A distribuição logarítmica está representada num detalhe da Figura 3.6.

Se a distribuição de temperaturas (equação 3.26) for agora usada com a Lei de Fourier (equação 3.24), obtém-se a seguinte expressão para a taxa de transferência de calor:

$$q_r = \frac{2\pi L \cdot k \cdot (T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln(r_2/r_1)} \quad (3.27)$$

Deste resultado é evidente que na condução radial em cilindros ocos, a resistência térmica tem a forma:

$$R_{t,cond} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \cdot k} \quad (3.28)$$

Esta resistência aparece no circuito em série da Figura 3.6. Note que em virtude de q_r ser independente de r , o resultado anterior poderia ter sido obtido mediante o método alternativo, ou seja, mediante a integração da equação (3.24).

Considere agora o sistema composto da Figura 3.7.

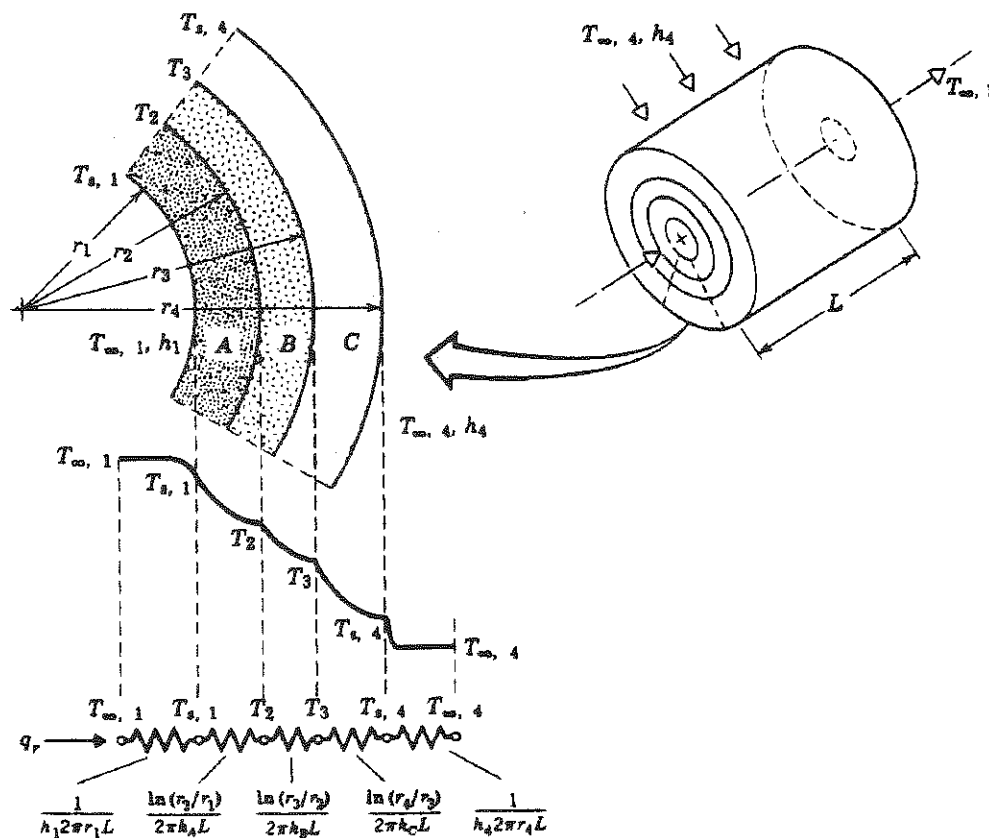


Figura 3.7 - Distribuição de temperatura num sólido cilíndrico composto.

Lembrando como foi o tratamento da parede plana composta, e desprezando as resistências de contato interfaciais, a taxa de transferência de calor pode ser expressa como:

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\frac{1}{2\pi \cdot r_1 \cdot L \cdot h_1} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi \cdot k_A \cdot L} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi \cdot k_B \cdot L} + \frac{\ln(r_4/r_3)}{2\pi \cdot k_C \cdot L} + \frac{1}{2\pi \cdot r_4 \cdot L \cdot h_4}} \quad (3.29)$$

O resultado anterior também pode ser representado em termos de um coeficiente global de transferência de calor, isto é:

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{tot}} = U_1 \cdot A_1 \cdot (T_{\infty,1} - T_{\infty,2}) \quad (3.30)$$

onde $A_1 = 2\pi \cdot r_1 \cdot L$ e:

$$U_1 = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{r_1}{k_A} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{r_1}{k_B} \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) + \frac{r_1}{k_C} \ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right) + \frac{r_1}{r_4} \frac{1}{h_4}} \quad (3.31)$$

A equação (3.30) define U em termos da área interna A_1 do cilindro composto. Esta definição é arbitrária, e o coeficiente global pode também ser definido em termos de A_4 ou de qualquer outra área intermediária. Observe que:

$$U_1 A_1 = U_2 A_2 = U_3 A_3 = U_4 A_4 = \frac{1}{\sum R_r} \quad (3.32)$$

e as formas particulares de U_2 , de U_3 , e de U_4 podem ser inferidas da equação (3.29).

Exemplo 3.3

A presença de efeitos competitivos associados ao aumento da espessura de um isolamento sugere a possível existência de uma espessura ótima do isolamento em sistemas radiais. Em particular, embora a resistência condutiva aumente com o acréscimo de isolante, a resistência convectiva diminui em virtude do aumento da área da superfície externa. Então, pode existir uma espessura de isolamento que minimiza a perda térmica graças à maximização da resistência total à transferência de calor. Resolver esta questão considerando o seguinte sistema:

1. Um tubo de cobre, de paredes delgadas e raio r_i , é usado para transportar um refrigerante a baixa temperatura, numa temperatura T_i , menor que a do ambiente a T_∞ , em torno do tubo. Há uma espessura ótima à camada de isolante aplicada ao tubo?
2. Confirmar o resultado conseguido mediante o cálculo da resistência térmica total por unidade de comprimento num tubo de 10mm de diâmetro, com as seguintes espessuras de isolamento: 0, 2, 5, 10, 20, 40mm. O isolamento é constituído por vidro celular cujo coeficiente de convecção externo é $5 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

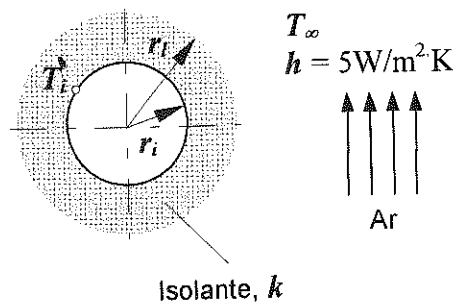
Solução:

Dados: O raio r_i e a temperatura T_i de um tubo de cobre, de paredes delgadas, a ser isolado termicamente do ar ambiente.

Incógnitas:

1. A existência de uma espessura de isolamento ótima que minimizaria a taxa de transferência de calor
2. A resistência térmica do isolamento com vidro celular de diferentes espessuras

Esquema:



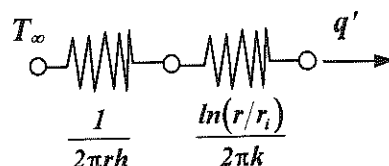
Hipóteses:

1. As condições são de regime permanente.
2. A transferência de calor é unidimensional na direção radial do cilindro.
3. A resistência térmica da parede do tubo é desprezível.
4. A troca radiativa entre a superfície externa do isolamento e ambiente é desprezível.

Propriedades: Tabela A.3, vidro celular (285K, por hipótese): $k = 0,055 \text{ W/mK}$.

Análise:

1. A resistência à transferência de calor entre o refrigerante e o ar é dominada pela condução no isolamento e pela convecção para o ar. O circuito térmico é então:



onde as resistências condutiva e convectiva, por unidade de comprimento do tubo, são dadas, respectivamente, pelas equações (3.28) e (3.29).

A resistência total, por unidade de comprimento do tubo, fica: $R'_{tot} = \frac{\ln(r/r_i)}{2\pi \cdot k} + \frac{1}{2\pi \cdot r \cdot h}$

onde a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo é

$$q' = \frac{T_\infty - T_i}{R'_{tot}}$$

Uma espessura ótima do isolamento estaria associada ao valor de r que tornasse mínima q' , ou máxima R'_{tot} . Este valor pode ser obtido pela equação

$$\frac{dR'_{tot}}{dr} = 0. \quad \text{Portanto,} \quad \frac{1}{2\pi \cdot k \cdot r} - \frac{1}{2\pi \cdot r^2 \cdot h} = 0 \quad \text{ou} \quad r = \frac{k}{h}$$

Para determinar se o resultado anterior torna máxima ou mínima a resistência total, é preciso calcular a derivada segunda. Então:

$$\frac{d^2 R'_{tot}}{dr^2} = -\frac{1}{2\pi \cdot k \cdot r^2} + \frac{1}{\pi \cdot r^3 \cdot h} \quad \text{ou, em } r = k/h:$$

$$\frac{d^2 R'_{tot}}{dr^2} = \frac{1}{\pi(k/h)^2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{2k} \right) = \frac{1}{2\pi \cdot k^3/h^2} > 0$$

Uma vez que este resultado é sempre positivo, $r = k/h$ é o raio do isolamento que faz a resistência total um mínimo, e não um máximo. Então, *não existe* uma espessura ótima do isolamento.

Com o resultado anterior faz mais sentido falar em termos de um *raio crítico de isolamento* (r_{cr}) abaixo do qual q cresce com o aumento de r e acima do qual q diminui com o aumento de r .

$$r_{cr} \equiv \frac{k}{h}$$

2. Com $h = 5 \text{ W/m}^2\text{K}$ e $k = 0,055 \text{ W/mK}$, o raio crítico é $r_{cr} = \frac{0,055}{5} = 0,011 \text{ m}$.

Então, $r_{cr} > r_i$ e a transferência de calor aumenta com a adição de isolamento até uma espessura de $r_{cr} - r_i = 0,011 - 0,005 = 0,006 \text{ m}$.

A resistência térmica correspondente a cada espessura mencionada do isolante pode ser calculada e o resumo está na tabela seguinte:

Espessura do Isolamento ($r - r_i$) [mm]	Resistências Térmicas (r) [m]	Raios de Isolamento [m K/W]		
		R_{cond}	R_{conv}	R_{tot}
0	0,005	0	6,37	6,37
2	0,007	0,97	4,55	5,52
5	0,010	2,00	3,18	5,18
6	$r_{cr} = 0,011$	2,28	2,89	5,17
10	0,015	3,18	2,12	5,30
20	0,025	4,66	1,27	5,93
40	0,045	6,35	0,71	7,06

Comentários:

1. O efeito do raio crítico fica revelado pelo fato de 20mm de isolamento proporcionarem uma resistência total que não é tão grande quando a resistência sem isolamento.
2. Se $r_i < r_{cr}$, como neste caso, a resistência total diminui e a taxa de transferência de calor aumenta com a adição de isolamento. Esta tendência continua a prevalecer até que o raio

externo do isolamento corresponda ao raio crítico. A tendência é desejável no caso da passagem de uma corrente elétrica através de um fio metálico, pois a adição de isolamento elétrico seria um fator auxiliar na transferência do calor dissipado no fio para o ambiente. Inversamente, se $r_i > r_{cr}$, qualquer adição do isolamento aumentaria a resistência total e propiciaria assim uma diminuição de perda de calor. Este comportamento seria desejável no caso do escoamento de vapor de água através de um tubo, quando se adiciona isolamento para reduzir a perda térmica para o ambiente.

3. Nos sistemas radiais, o problema de redução da resistência total mediante a utilização de um isolamento só existe no caso de fios de pequeno diâmetro, ou tubos de pequeno diâmetro, com coeficientes de convecção também pequenos, de modo que $r_{cr} > r_i$. Com um isolamento típico ($k \approx 0,003 \text{ W/mK}$) e convecção livre no ar ($h \approx 10 \text{ W/m}^2\text{K}$), o $r_{cr} = k/h \approx 0,003 \text{ m}$. Este pequeno valor nos mostra que normalmente, $r_i > r_{cr}$, sem que haja necessidade de se levar em conta os efeitos do raio crítico.
4. A existência de um raio crítico ocorre quando a área de transferência de calor se altera na direção da transferência, como é o caso da condução radial num cilindro (ou numa esfera). Numa parede plana, por exemplo, a área perpendicular à direção do fluxo de calor é constante e não há espessura crítica do isolamento (a resistência total sempre aumenta com o aumento da espessura do isolamento).

3.3.2 - A Esfera

Considere a aplicação do método alternativo de análise da condução numa esfera oca (Figura 3.8).

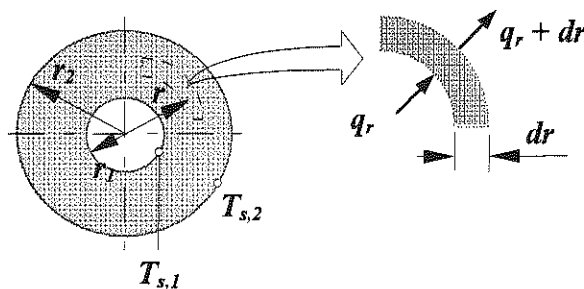


Figura 3.8 - Condução numa casca esférica.

No caso de condução unidimensional em regime permanente sem geração de calor, a conservação de energia exige que, no volume de controle infinitesimal da figura, se tenha $q_r = q_r + dr$. A forma apropriada da Lei de Fourier é

$$q_r = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dr} = -k \cdot (4\pi r^2) \cdot \frac{dT}{dr} \quad (3.33)$$

onde $A = 4\pi r^2$ é a área normal à direção na transferência de calor.

Levando em conta que q_r é uma constante, independente de r , a equação (3.33) pode ser expressa na forma integral:

$$\frac{q_r}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = - \int_{T_{s,1}}^{T_{s,2}} k(T) dT \quad (3.34)$$

Admitindo seja k constante, obtemos

$$q_r = \frac{4\pi \cdot k \cdot (T_{s,1} - T_{s,2})}{\left(\frac{1}{r_1}\right) - \left(\frac{1}{r_2}\right)} \quad (3.35)$$

Lembrando que a resistência térmica é definida como o quociente entre a diferença de temperatura e a taxa de transferência de calor, obtemos:

$$R_{t,cond} = \frac{1}{4\pi \cdot k} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (3.36)$$

Observe que tanto a distribuição de temperaturas quanto as equações (3.35) e (3.36) poderiam ter sido obtidas mediante a abordagem padrão (a forma apropriada da equação da condução do calor).

Os sistemas compostos esféricos podem ser tratados de maneira muito semelhante ao que foi adotado no caso de paredes e cilindros compostos, onde podem ser determinadas as formas da resistência total e do coeficiente global de transferência de calor.

Exemplo 3.4

Um vaso metálico esférico, de paredes delgadas, é usado para guardar nitrogênio líquido a 77 K. O vaso tem diâmetro de 50cm e está dentro de um isolante evacuado, refletivo, constituído por pó de sílica. O isolamento tem 25mm de espessura e sua superfície externa está exposta ao ar ambiente, a 300 K. O coeficiente de convecção é $20 \text{ W/m}^2\text{K}$. O calor latente de vaporização e a densidade do nitrogênio líquido são, respectivamente, 200 kJ/kg e 804 Kg/m^3 . Pergunta-se:

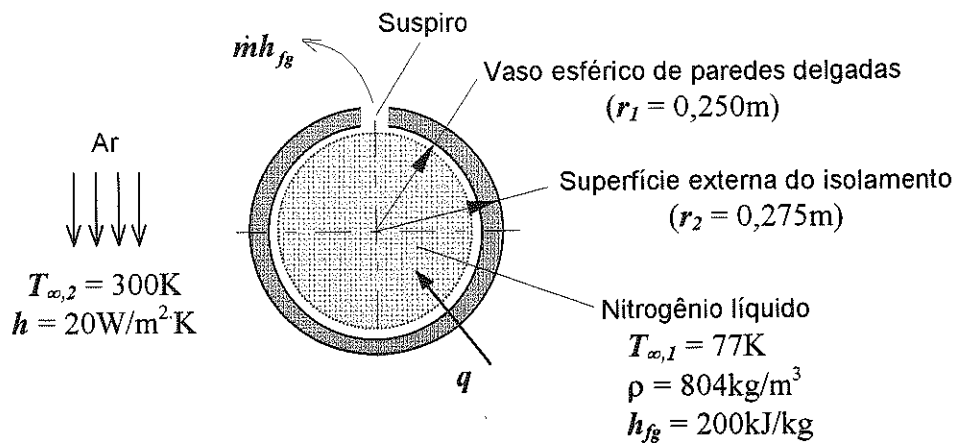
1. Qual é a taxa de transferência de calor para o nitrogênio líquido?
2. Qual é a taxa de perda do líquido por vaporização?

Solução:

Dados: O nitrogênio líquido está num vaso esférico que está isolado do ar ambiente.

Incógnitas:

1. A taxa de transferência de calor para o nitrogênio.
2. A taxa de perda do líquido por vaporização.

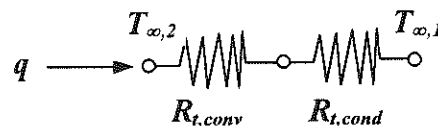
Esquema:Hipóteses:

1. As condições são as de regime permanente.
2. A transferência de calor é unidimensional na direção radial.
3. A resistência à transferência de calor através da parede do vaso, e desta para o nitrogênio são desprezíveis.
4. As propriedades são constantes.
5. A troca radiativa entre a superfície externa do isolamento e o ambiente é desprezível.

Propriedades: Tabela A.3, pó de sílica evacuado (300K): $k = 0,0017\text{W/mK}$.

Análise:

1. O circuito térmico envolve resistências condutiva e convectiva em série cuja representação é dada como se segue:



onde pela equação (3.36),
$$R_{t,cond} = \frac{1}{4\pi \cdot k} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

e, pela equação (3.9),
$$R_{t,conv} = \frac{1}{4\pi \cdot h} \cdot \frac{1}{r_2^2}$$

Então, a taxa de transferência de calor para o nitrogênio líquido fica:

$$q = \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,l}}{\left(\frac{1}{4\pi \cdot k} \right) \left[\left(\frac{1}{r_1} \right) - \left(\frac{1}{r_2} \right) \right] + \left(\frac{1}{4\pi \cdot h \cdot r_2^2} \right)} \quad \text{Assim,}$$

$$q = \frac{(300 - 77)}{\left[\frac{1}{4\pi \cdot (0,0017)} \cdot \left(\frac{1}{0,250} - \frac{1}{0,275} \right) + \frac{1}{4\pi \cdot 20 \cdot (0,275)^2} \right]} = \frac{233}{17,02 + 0,05} = 13,06W$$

2. Fazendo um balanço de energia numa superfície de controle em torno do nitrogênio, segue-se, pela equação (1.12), que $\dot{E}_{sf} - \dot{E}_{sf} = 0$ onde $\dot{E}_{sf} = q$, e $\dot{E}_{sf} = \dot{m}h_{fg}$ está associada à perda de energia latente, em virtude da ebulição. Então: $q - \dot{m}h_{fg} = 0$ e a taxa de vaporização é $\dot{m} = \frac{q}{h_{fg}}$. Dessa forma:

$$\dot{m} = \frac{13,06 \text{ J/s}}{2 \times 10^5 \text{ J/kg}} = 6,53 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$$

A perda por dia é

$$\begin{aligned} \dot{m} &= 6,53 \times 10^{-5} \text{ kg/s} \times 3600 \text{ s/h} \times 24 \text{ h/dia} \\ \dot{m} &= 5,64 \text{ kg/dia} \end{aligned}$$

ou, numa base volumétrica

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{5,64 \text{ kg/dia}}{804 \text{ kg/m}^3} = 0,007 \text{ m}^3/\text{dia} = 7 \text{ litros/dia}.$$

Comentários:

1. $R_{t,conv} \ll R_{t,cond}$.
2. Com o volume do vaso de $\frac{4}{3}\pi r_i^3 = 0,065 \text{ m}^3 = 65 \text{ litros}$, a perda diária corresponde a $(7 \text{ litros} / 65 \text{ litros}) \times 100\% = 10,8\%$ da capacidade.

3.4 - Condução com Geração de Energia Térmica

Na parte precedente, considerou-se problemas de condução nos quais a distribuição de temperatura num meio era determinada exclusivamente pelas condições nas fronteiras do meio. Vamos considerar agora o efeito adicional de processos que possam estar ocorrendo *no interior* do meio sobre a distribuição de temperatura. Em particular, deseja-se considerar situações nas quais *há geração* de energia térmica em virtude da *conversão* de alguma outra forma de energia.

Um processo comum de geração de energia térmica envolve a conversão de *energia elétrica em térmica* num meio condutor de corrente (*aquecimento resistivo*). A taxa de geração de energia, pela passagem de uma corrente I através de um meio de resistência

elétrica R_e , é dada por $\dot{E}_e = I^2 R_e$ (equação 3.37). Se a geração de potência [J/s ou W] ocorrer uniformemente num meio de volume V , a taxa de geração volumar [W/m³] é então:

$$\dot{q} \equiv \frac{\dot{E}_e}{V} = \frac{I^2 R_e}{V} \quad (3.38)$$

A geração de energia pode também ocorrer em consequência da desaceleração e absorção de nêutrons num elemento combustível de um reator nuclear, ou em consequência de reações químicas exotérmicas que ocorrem no interior do meio. Evidentemente, as reações endotérmicas teriam o efeito inverso (haveria um sorvedouro de energia térmica), convertendo a energia térmica na energia de ligação química. Finalmente, é possível a conversão de energia eletromagnética em energia térmica em virtude da absorção de radiação pelo meio. O processo pode ocorrer, por exemplo, em virtude de raios gama serem absorvidos nos componentes externos de um reator nuclear (revestimento, blindagem térmica, vasos de pressão, etc.), ou em virtude de radiação visível ser absorvida num meio semitransparente. É bom lembrar que a *geração de energia* não se confunde com a *acumulação de energia*.

3.4.1 - A Parede Plana

Considere uma parede plana na qual há geração *uniforme* de energia por unidade de volume ($\dot{q}$ é constante) e as superfícies mantidas a $T_{s,1}$ e $T_{s,2}$ (Figura 3.9a). Com condutividade térmica k constante, a forma apropriada da equação da condução do calor, (equação 2.16) é

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad (3.39)$$

$$\text{A solução geral é} \quad T = -\frac{\dot{q}}{2k} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (3.40)$$

onde C_1 e C_2 são constantes de integração. Com as condições de contorno dadas.

$$T(-L) = T_{s,1} \quad \text{e} \quad T(L) = T_{s,2}$$

Assim, as constantes podem ser calculadas e têm a forma

$$C_1 = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2L} \quad \text{e} \quad C_2 = \frac{\dot{q}}{2k} L^2 + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2}$$

Neste caso a distribuição de temperatura é

$$T(x) = \frac{\dot{q} \cdot L^2}{2k} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2} \cdot \left(\frac{x}{L}\right) + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \quad (3.41)$$

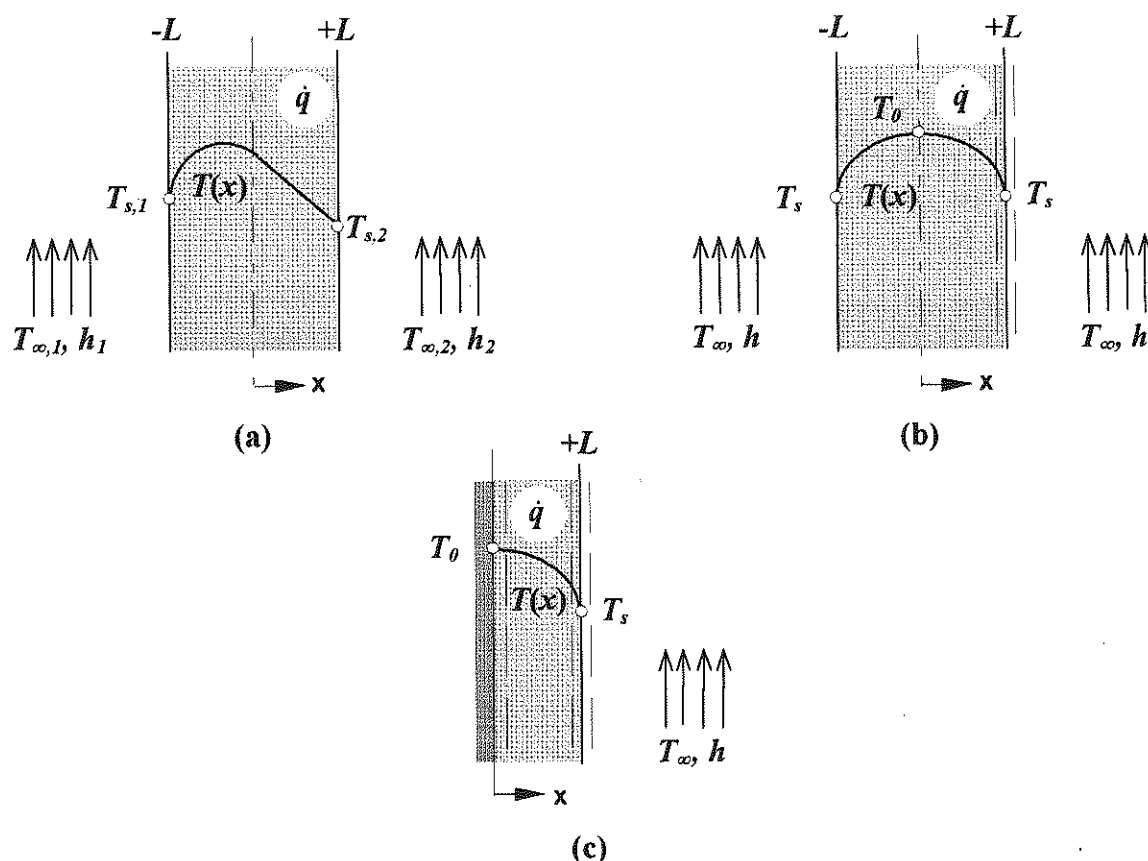


Figura 3.9 - Condução numa parede plana com geração uniforme de calor: (a) condições de contorno assimétricas; (b) condições de contorno simétricas; (c) superfície adiabática no plano mediano.

O fluxo de calor em qualquer ponto da parede pode ser determinado pela equação (3.41) e a pela Lei de Fourier. Observe, no entanto, que com a *geração de calor*, o *fluxo de calor passa a depender de x*.

O resultado precedente fica simplificado quando as duas superfícies são mantidas a uma mesma temperatura, ($T_{s,1} = T_{s,2} \equiv T_s$). A distribuição de temperatura é então simétrica em relação ao plano mediano (Figura 3.9b), e dada por

$$T(x) = \frac{\dot{q} \cdot L^2}{2k} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right) + T_s \quad (3.42)$$

A temperatura máxima ocorre no plano mediano:

$$T(\theta) \equiv T_0 = \frac{\dot{q} \cdot L^2}{2k} + T_s \quad (3.43)$$

e neste caso a distribuição de temperatura (equação 3.42) pode ser expressa como

$$\frac{T(x) - T_0}{T_s - T_0} = \left(\frac{x}{L} \right)^2 \quad (3.44)$$

É importante observar que, no plano de simetria da Figura 3.9b, o gradiente de temperatura é nulo ($(dT/dx)_{x=0} = 0$). Então, este plano pode ser representado pela superfície *adiabática* que aparece na Figura 3.9c. Uma consequência deste fato é o emprego da equação (3.42) em paredes planas perfeitamente isoladas numa face ($x = 0$) e mantidas a uma temperatura fixa T_s na outra face ($x = L$).

Para usar os resultados anteriores, as temperaturas superficiais T_s devem ser conhecidas. No entanto, uma situação comum é aquela em que se conhece a temperatura de um fluido adjacente à parede, T_∞ , e não T_s . Faz-se necessário relacionar T_s a T_∞ . Esta relação pode ser deduzida mediante um balanço de energia na superfície. Consideremos a superfície em $x = L$, da parede plana simétrica (Figura 3.9b), ou da parede plana isolada (Figura 3.9c). Desprezando a radiação, e com as equações de taxas apropriadas, o balanço de energia, dado pela equação (1.12), se reduz a

$$-k \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L} = h \cdot (T_s - T_\infty) \quad (3.45)$$

Voltando para a equação (3.42) a fim de se ter o gradiente de temperatura em $x = L$, e fazendo a substituição, vem

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q} \cdot L}{h} \quad (3.46)$$

Então T_s pode ser calculada a partir do conhecimento de T_∞ , $\dot{q}$, L e h .

A equação (3.46) também pode ser deduzida por um *balanço global de energia* na parede plana das Figuras 3.9b ou 3.9c. Por exemplo, em relação à superfície de controle em torno da parede (Figura 3.9c), a taxa de geração de energia no interior da parede deve ser anulada pela taxa de saída de energia da parede, em consequência da convecção na fronteira. A equação (1.1a) se reduz a

$$\dot{E}_g = \dot{E}_q \quad (3.47)$$

ou, numa área superficial unitária

$$\dot{q} \cdot L = h \cdot (T_s - T_\infty) \quad (3.48)$$

Resolvendo (3.48) em T_s , chega-se à equação (3.46)

A equação (3.46) pode ser combinada com a equação (3.42) a fim de se eliminar T_s , da distribuição de temperaturas, que fica então expressa em termos das grandezas conhecidas $\dot{q}$, L , k , h , e T_∞ . O mesmo resultado pode ser obtido diretamente através da equação (3.45) como condição de contorno, a fim de se calcularem as constantes de integração da equação (3.40).

Exemplo 3.5

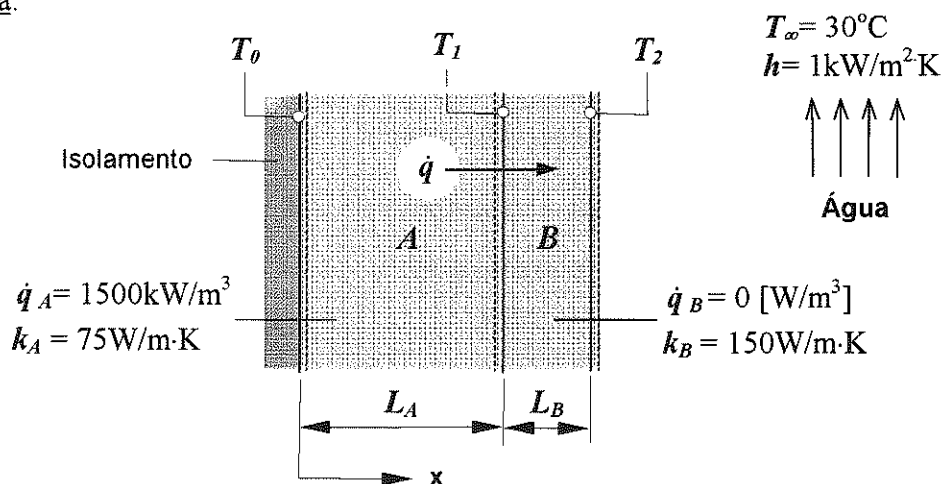
Uma parede plana é composta de dois materiais (A e B). A parede de material A tem uma geração uniforme de calor $\dot{q} = 1500 \text{ kW/m}^3$, $k_A = 75 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ e espessura $L_A = 50 \text{ mm}$. A parede de material B não tem geração de calor, $k_B = 150 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ e espessura $L_B = 20 \text{ mm}$. A superfície interna do material A está bem isolada, enquanto a superfície externa do material B está resfriada por uma corrente de água com $T_\infty = 30^\circ\text{C}$ e $h = 1 \text{ kW/m}^2\cdot\text{K}$. (1) Fazer o gráfico da distribuição de temperatura na parede composta, em regime permanente. (2) Determinar a temperatura T_0 da superfície isolada e a temperatura T_2 da superfície resfriada.

Solução:

Dados: A parede plana de material A tem geração interna de calor, está isolada numa face e limitada na outra face por uma segunda parede de material B , que não tem geração de calor e está sujeita a resfriamento convectivo.

Incógnitas:

1. O gráfico da distribuição de temperatura, em regime permanente, na parede composta.
2. As temperaturas nas faces interna e externa da parede composta.

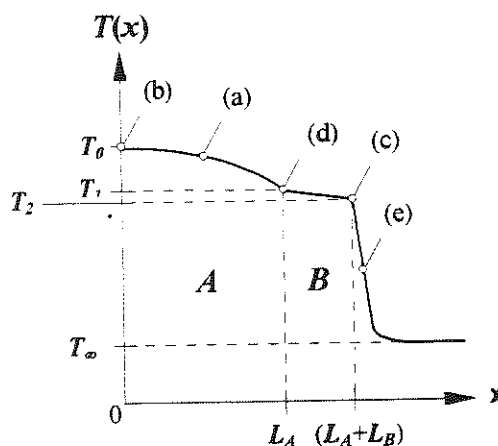
Esquema:**Hipóteses:**

1. As condições são de regime permanente.
2. A condução é unidimensional na direção x .
3. A resistência de contato entre as paredes é desprezível.
4. A superfície interna de A é adiabática.
5. Os materiais A e B têm propriedades constantes.

Análise:

1. De acordo com as condições físicas descritas, a distribuição de temperatura na parede composta tem as seguintes características, conforme o gráfico abaixo:

- (a) É parabólica no material A .
- (b) Tem inclinação nula na fronteira isolada.
- (c) É linear no material B .
- (d) Tem uma variação de inclinação na interface ($k_B/k_A = 2$).



2. A distribuição de temperatura na água é caracterizada por:
- (e) Grandes gradientes nas vizinhanças da superfície.

3. A superfície externa tem uma temperatura T_2 que pode ser calculada mediante um balanço de energia num volume de controle em torno do material B . Uma vez que não há geração de calor neste material, segue-se que, em condições de regime permanente, e numa área superficial unitária, o fluxo de calor que entra no material em $x = L_A$ deve ser igual ao fluxo de calor que sai do material em virtude da convecção em $x = L_A + L_B$. Então,
- $$q'' = h \cdot (T_2 - T_\infty) \quad (I)$$

O fluxo de calor q'' pode ser determinado mediante um segundo balanço de energia, num volume de controle em torno do material A . Em particular, uma vez que a superfície em $x = 0$ é adiabática, não há afluxo, e a taxa em que a energia é gerada deve ser igual à taxa de saída. Assim, numa área superficial unitária,

$$\dot{q} \cdot L_A = q'' \quad (II)$$

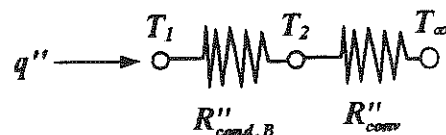
Combinando as equações (I) e (II), a temperatura da face externa é

$$T_2 = T_\infty + \frac{\dot{q} \cdot L_A}{h} = 30 + \frac{1,5 \times 10^6 \times 0,05}{1000} \quad \therefore \quad T_2 = 105^\circ \text{C}$$

Pela equação (3.43), a temperatura da face isolada é

$$T_0 = \frac{\dot{q} \cdot L_A^2}{2k_A} + T_1 \quad (III)$$

onde T_1 pode ser calculada mediante o seguinte circuito térmico:



Isto é, $T_1 = T_\infty + (R''_{cond,B} + R''_{conv}) \cdot q''$ onde as resistências nas áreas superficiais unitárias

são:

$$R''_{cond,B} = \frac{L_B}{k_B} \quad e \quad R''_{conv} = \frac{1}{h}$$

Portanto: $T_1 = 30 + \left(\frac{0,02}{150} + \frac{1}{1000} \right) \times 1,5 \cdot 10^6 \times 0,05 m = 30 + 85 \quad \therefore \quad T_1 = 115^\circ C$

Da equação (III): $T_0 = \frac{1,5 \cdot 10^6 \times (0,05)^2}{2 \times 75} + 115 = 25 + 115 \quad \therefore \quad T_0 = 140^\circ C$

Comentários:

1. O material A, no qual há geração de calor, não pode ser representado por um elemento do circuito.

2. $\frac{T_2 - T_\infty}{T_1 - T_2} = \frac{R''_{conv}}{R''_{cond,B}} = 7,5$

3.4.2 - Sistemas Radiais

A geração de calor pode ocorrer em diversas geometrias radiais. Considere o cilindro comprido e maciço da Figura 3.10, que pode representar um fio condutor de corrente elétrica, ou um elemento combustível num reator nuclear.

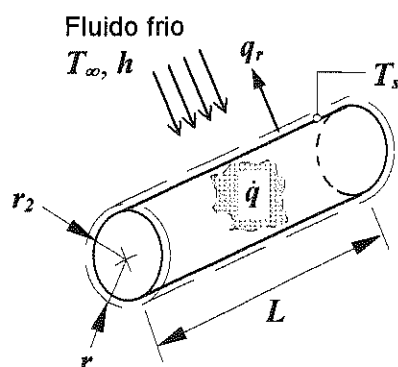


Figura 3.10 - Condução de calor num cilindro maciço com geração uniforme de calor.

Em condições de regime permanente, a taxa de geração de calor no interior do cilindro deve ser igual à taxa de transferência convectiva de calor para um fluido em movimento na superfície do cilindro. Esta condição permite que a temperatura superficial seja mantida num valor fixo (T_s).

Para determinar a distribuição de temperatura num cilindro, inicia-se com a forma apropriada da equação de condução do calor. Coma condutividade térmica k constante, a equação (2.20) se reduz a

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0 \quad (3.49)$$

Separando as variáveis e admitindo que a geração de calor seja uniforme, esta expressão pode ser integrada, levando a:

$$r \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}}{2k} r^2 + C_1 \quad (3.50)$$

Repetindo a integração, a solução geral para a distribuição de temperaturas fica

$$T(r) = -\frac{\dot{q}}{4k} r^2 + C_1 \ln(r) + C_2 \quad (3.51)$$

A fim de se terem as constantes de integração C_1 e C_2 , usamos as condições de contorno

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad \text{e} \quad T(r_0) = T_s$$

A primeira condição é consequência da simetria do problema. No cilindro maciço, o eixo é a linha de simetria da distribuição de temperaturas e nele, o gradiente de temperatura deve ser nulo. É bom lembrar que as mesmas condições existiam no plano mediano de uma parede com condições de contorno simétricas (figura 3.9b). Pela condição de simetria em $r = 0$, e pela equação (3.50), é evidente que $C_1 = 0$. Com a condição de contorno em $r = r_0$, a equação (3.51) leva a

$$C_2 = T_s + \frac{\dot{q}}{4k} r_0^2 \quad (3.52)$$

A distribuição de temperaturas fica

$$T(r) = \frac{\dot{q} \cdot r_0^2}{4k} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) + T_s \quad (3.53)$$

Calculando a temperatura no eixo pela equação (3.53) e dividindo esta equação pelo seu resultado, a distribuição de temperatura aparece na forma adimensional

$$\frac{T(r) - T_s}{T_0 - T_s} = 1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \quad (3.54)$$

onde T_0 é a temperatura no eixo. Evidentemente, a taxa de transferência de calor a qualquer distância do eixo pode ser calculada pela equação (3.53) e pela Lei de Fourier.

A fim de relacionar a temperatura superficial (T_s) à temperatura do fluido frio (T_∞), pode-se fazer tanto um balanço de energia na superfície quanto de energia global. Escolhendo o segundo caso, obteremos

$$\dot{q} \cdot (\pi \cdot r_0^2 \cdot L) = h \cdot (2\pi \cdot r_0 \cdot L) \cdot (T_s - T_\infty) \quad \text{ou} \quad (3.55)$$

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q} \cdot r}{2h}$$

O raciocínio anterior pode ser usado para se obter a distribuição de temperatura em esferas maciças, e em cascas cilíndricas e esféricas, com diversas condições de contorno.

Exemplo 3.6

Considere um tubo comprido sólido, com um isolamento no raio externo r_o e resfriado no raio interno r_i , com uma geração uniforme de calor $\dot{q}$ [W/m³] na parede.

1. Determinar a solução geral da distribuição de temperatura no tubo.
2. Numa certa aplicação, há um limite na temperatura máxima admissível T_o na superfície isolada ($r = r_o$). Determinar as condições de contorno apropriadas para determinar as constantes arbitrárias que aparecem na solução geral.
3. Determinar a taxa de remoção de calor por unidade de comprimento do tubo.
4. Sendo disponível um refrigerante na temperatura T_∞ , deduzir uma expressão para o coeficiente de convecção que teria que existir na superfície interna a fim de ser possível a operação na temperatura T_o , com a taxa de geração $\dot{q}$.

Solução:

Dados: Um tubo, com geração uniforme de calor na parede, está isolado na superfície externa e resfriado na superfície interna.

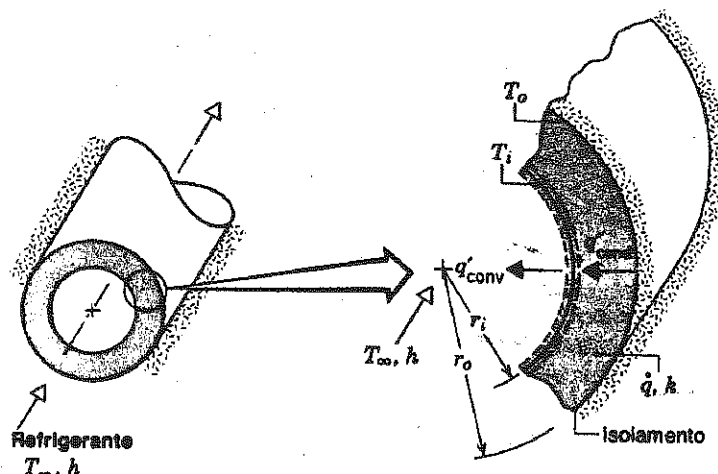
Incógnitas:

1. A solução geral para a distribuição de temperatura $T(r)$.
2. As condições de contorno apropriadas e a forma correspondente da distribuição de temperatura.
3. A taxa de remoção do calor.
4. O coeficiente de convecção na superfície interna.

Hipóteses:

1. As condições são de regime permanente.
2. A condução é unidimensional na direção radial.
3. As propriedades são constantes.
4. A geração volumétrica de calor é uniforme.
5. A superfície externa é adiabática.

Esquema:



Análise:

1. Para se determinar $T(r)$, é necessário resolver a forma apropriada da equação da condução de calor (equação 2.20). Nas condições descritas, esta expressão se reduz à equação (3.49), e a solução geral é dada pela equação (3.51). Então, esta solução se aplica não só a uma casca cilíndrica, mas também a um cilindro maciço (Figura 3.10).
2. São necessárias duas condições de contorno para calcular C_1 e C_2 , e neste problema é conveniente especificar as duas condições em r_o . Invocando o limite de temperatura mencionado,

$$T(r_o) = T_o \quad (\text{I})$$

e aplicando a Lei de Fourier (equação 3.24) na superfície externa adiabática

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r_o} = 0 \quad (\text{II})$$

Mediante as equações (3.51) e (I), segue-se que

$$T_o = -\frac{\dot{q}}{4k} \cdot r_o^2 + C_1 \cdot \ln(r_o) + C_2 \quad (\text{III})$$

Analogamente, pelas equações (3.50) e (II)

$$0 = -\frac{\dot{q}}{2k} \cdot r_o^2 + C_1 \quad (\text{IV})$$

Portanto, pela equação (IV),

$$C_1 = \frac{\dot{q}}{2k} \cdot r_o^2 \quad (\text{V})$$

e pela equação (III)

$$C_2 = T_o + \frac{\dot{q}}{4k} \cdot r_o^2 - \frac{\dot{q}}{2k} \cdot r_o^2 \cdot \ln(r_o) \quad (\text{VI})$$

Retornando, com as equações (V) e (VI) na solução geral (equação 3.51), segue-se que

$$T(r) = T_o + \frac{\dot{q}}{4k} \cdot (r_o^2 - r^2) - \frac{\dot{q}}{2k} \cdot r_o^2 \cdot \ln\left(\frac{r_o}{r}\right) \quad (\text{VII})$$

3. A taxa de remoção de calor pode ser determinada, ou pelo cálculo da taxa de condução em r_i , ou pelo cálculo da taxa total de geração de calor no tubo. Pela Lei de Fourier,

$$q'_r = -k \cdot 2\pi r \cdot \frac{dT}{dr}$$

Então, calculando a derivada pela equação (VII) e determinando o resultado em r_i , vem

$$q'_r(r_i) = -k \cdot 2\pi \cdot r_i \cdot \left(-\frac{\dot{q}}{2k} \cdot r_i + \frac{\dot{q}}{2k} \cdot \frac{r_o^2}{r_i} \right) = -\pi \cdot \dot{q} \cdot (r_o^2 - r_i^2) \quad (\text{VIII})$$

De outra maneira, em virtude de o tubo estar isolado em r_o , a taxa de geração de calor no tubo deve ser igual à taxa de remoção em r_i . Isto é, num volume de controle em torno do tubo, a conservação de energia (equação 1.11a), se reduz a $\dot{E}_g - \dot{E}_{ef} = 0$, onde

$$\dot{E}_g = \dot{q} \cdot \pi \cdot (r_o^2 - r_i^2) \cdot L \quad \text{e} \quad \dot{E}_{ef} = q'_{cond} \cdot L = -q'_r \cdot (r_i) \cdot L \quad \text{Então,}$$

$$q'_r(r_i) = -\pi \cdot \dot{q} \cdot (r_o^2 - r_i^2) \quad (\text{IX})$$

4. Com a conservação de energia, equação (1.12), na superfície interna, conclui-se que

$$q'_{cond} = q'_{conv} \quad \text{ou} \quad \pi \cdot \dot{q} \cdot (r_o^2 - r_i^2) = h \cdot 2\pi \cdot r_i \cdot (T_i - T_\infty).$$

$$\text{Daí,} \quad h = \frac{\dot{q} \cdot (r_o^2 - r_i^2)}{2r_i \cdot (T_i - T_\infty)} \quad (\text{X})$$

onde T_i pode ser obtida para se estimar a equação (VII) em $r = r_i$.

Comentários: Observe que, com a aplicação da Lei de Fourier na Análise 3, o sinal de $q'_r(r_i)$ ficou negativo (equação VIII), ou seja, o fluxo de calor está na direção negativa de r . No entanto, ao se fazer o balanço de energia, verifica-se que o fluxo de calor ocorre para fora da parede. Por isso, representa-se q'_{cond} como $-q'_r(r_i)$, e exprime-se q'_{conv} em termos de $(T_i - T_\infty)$ e não de $(T_\infty - T_i)$.

3.5 - Transferência de Calor em Superfícies Expandidas

Usa-se comumente o termo *superfície expandida* para caracterizar um sólido que sofre transferência de energia por condução no interior das suas fronteiras e também por convecção (ou por radiação, ou por ambos) entre suas fronteiras e as vizinhanças. Um destes sistemas aparece esquematizado na Figura 3.11

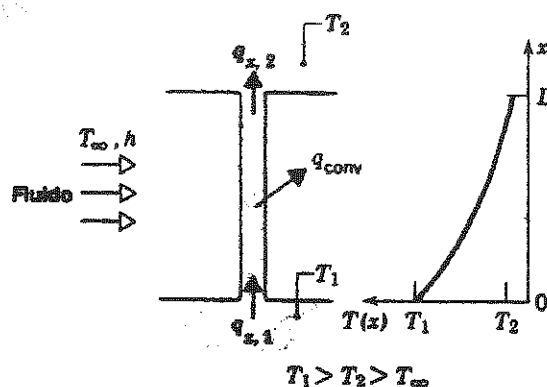


Figura 3.11 - Condução e convecção combinadas num elemento estrutural.

Um montante proporciona o suporte mecânico das duas chapas que estão à temperaturas diferentes. O gradiente de temperaturas na direção x sustenta a transferência de calor interna e condutiva; ao mesmo tempo, há transferência de energia por convecção na superfície. Embora existam muitas situações diferentes que envolvem os efeitos combinados da condução e da convecção, a aplicação mais freqüente é aquela na qual uma superfície expandida é usada especificamente para *aumentar* a taxa de transferência de calor entre um sólido e um fluido adjacente. Esta superfície expandida é uma *aleta*.

Considere uma chapa plana, conforme a Figura 3.12a. Se T_s for fixa, há duas formas pelas quais a taxa de transferência de calor pode ser aumentada. Pode-se aumentar o coeficiente de convecção (h) mediante (1) o aumento da velocidade do fluido, ou (2) pela diminuição da temperatura (T_∞) do fluido, ou ainda pelos dois efeitos. No entanto, encontram-se muitas situações nas quais o aumento de h até o valor máximo possível ou é insuficiente para se conseguir a taxa de transferência de calor desejada, ou está associada a custos proibitivos. Esses custos estão relacionados às exigências da potência do soprador ou da bomba que se precisa para aumentar h , graças ao aumento da velocidade do fluido. Além disso, a redução de T_∞ é freqüentemente inviável (segunda opção).

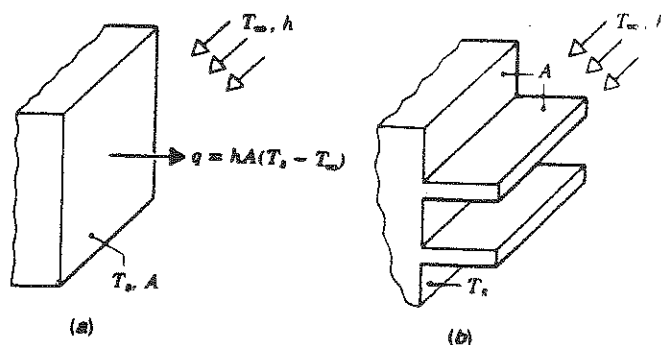


Figura 3.12 - Utilização de aletas para aumentar a transferência de calor de uma chapa plana:
(a) Superfície Desnuda. (b) Superfície aletada.

Ao se examinar a Figura 3.12b, verifica-se que existe uma terceira escolha: a taxa de transferência de calor pode ser aumentada mediante o aumento da área superfície através da qual ocorre a convecção. Isto pode ser feito mediante *aletas* que se *estendem* da chapa para dentro do fluido circundante.

A condutividade térmica do material da *aleta* tem um efeito significativo sobre a distribuição de temperatura ao longo desta, e influencia o grau de aumento da taxa de transferência de calor. Nos casos ideais, esse material deve possuir uma condutividade térmica grande a fim de minimizar as variações de temperatura entre sua base e sua ponta. No limite, com a condutividade térmica infinitamente grande, toda a *aleta* estaria na temperatura da superfície da base e proporcionaria, assim, o aumento máximo possível da transferência de calor. São exemplos as aletas de resfriamento dos cabeçotes de motores de motocicletas. Outro exemplo é o dos tubos aletados que se usam para promover a troca de calor entre o ar e o fluido de operação de um condicionador de ar.

A Figura 3.13 mostra duas montagens comuns de tubos aletados, e a Figura 3.14 mostra diferentes configurações de aletas.

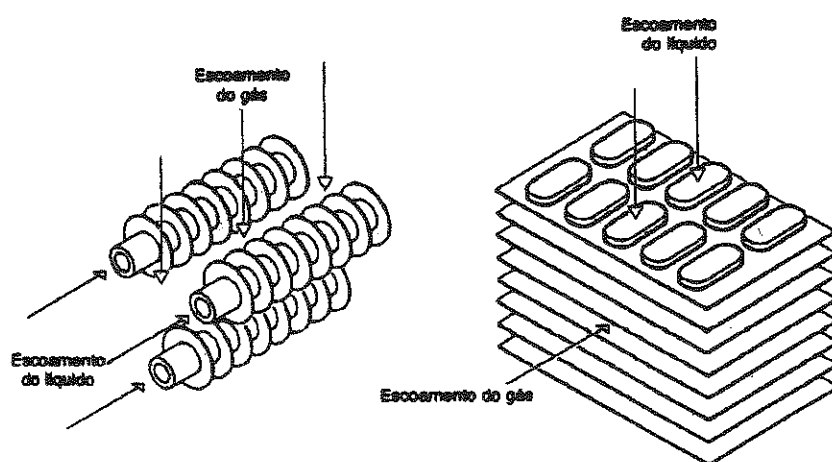


Figura 3.13 - Esquema de trocadores de calor típicos com tubos aletados.

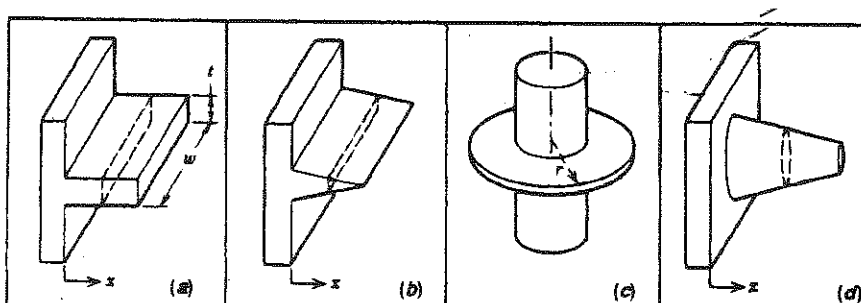


Figura 3.14 - Configurações de aletas: (a) aleta plana de seção reta uniforme; (b) aleta plana de seção reta variável; (c) aleta anular; (d) aleta piniforme.

Uma *aleta plana* é qualquer superfície expandida ligada a uma chapa plana. Pode ter a área da seção reta constante (a) ou variável (b) com a distância x à chapa. As seções retas apresentam geometrias retangulares cujas áreas podem ser expressas como o produto da espessura da aleta t pela largura w . Uma *aleta anular* (c) é aquela acoplada à periferia de um cilindro, e a sua seção reta varia com a distância radial ao eixo do cilindro. A área da seção é dada pelo produto da espessura t pela circunferência $2\pi r$. Em contrapartida, uma *aleta piniforme* (d) é uma superfície expandida com uma seção circular. Ela também pode ter a seção reta, uniforme ou não.

Numa determinada aplicação, a escolha de uma configuração particular de aletas pode depender de considerações sobre o espaço, o peso, a fabricação e o custo, e também sobre a forma em que as mesmas reduzem o coeficiente de convecção na superfície e aumentam a perda de carga associada ao escoamento sobre elas.

3.5.1 - Uma Análise Geral de Condução

Na análise de condução interessa-se em saber a extensão da melhoria da *dissipação* de calor de uma superfície para o fluido circundante que se pode conseguir com uma superfície expandida, ou com uma configuração aletada. Para se determinar a taxa de transferência de calor associada a uma aleta, deve-se obter inicialmente, a distribuição de temperatura ao longo da aleta. Conforme se fez o com os sistemas anteriores, baseia-se por um balanço de energia num elemento infinitesimal apropriado.

Considere a superfície expandida da Figura 3.15. A análise fica mais simples quando se faz algumas hipóteses. Admitem-se as condições de condução unidimensionais na direção longitudinal (x), embora a condução na aleta seja, na realidade, bidimensional. A taxa de convecção da energia para o fluido, em qualquer ponto da superfície da aleta, deve ser equilibrada pela taxa de afluência de energia nesse ponto, provocada pela condução na direção transversal (y, z). No entanto, a aleta na prática é delgada e as variações de temperatura na direção longitudinal são muito maiores que as na transversal.

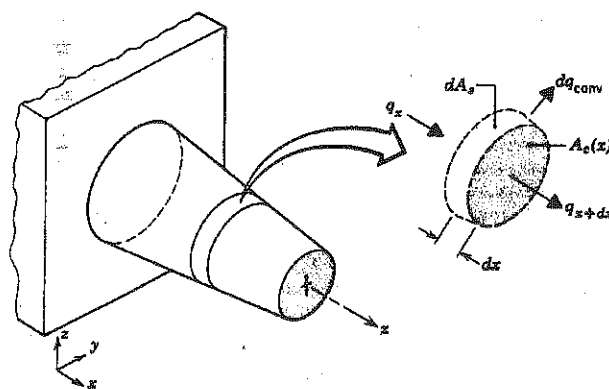


Figura 3.15 - Balanço de energia numa superfície expandida.

3.5.2 - Aletas com a Área de Seção Reta Uniforme.

Para se resolver a equação (3.61) é necessário especificar a geometria das aletas. Iniciemos pelo caso mais simples: aletas planas ou piniformes, com seção reta constante (Figura 3.16).

Cada aleta está ligada na base a uma superfície com a temperatura $T(0) = T_b$ e imersa num fluido à temperatura $\frac{t}{h \cdot 2\pi \cdot L}$. Nestas, A_c é uma constante e $A_s = P \cdot x$, onde A_s é a área superficial medida da base até x e P é o perímetro da aleta. Assim, com $dA_c/dx = 0$ e $dA_s/dx = P$, a equação (3.61) se reduz a:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{h \cdot P}{k \cdot A_c} \cdot (T - T_\infty) = 0 \quad (3.62)$$

Para simplificar a forma desta equação, passa-se da variável dependente para a variável θ , (*excesso de temperatura*) definida por:

$$\theta(x) \equiv T(x) - T_\infty \quad (3.63)$$

onde, uma vez que T_∞ é constante, $\frac{d\theta}{dx} \equiv \frac{dT}{dx}$. Volta-se à equação (3.62), obtendo:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - m^2 \cdot \theta = 0 \quad (3.64)$$

$$\text{com } m^2 \equiv \frac{h \cdot P}{k \cdot A_c} \quad (3.65)$$

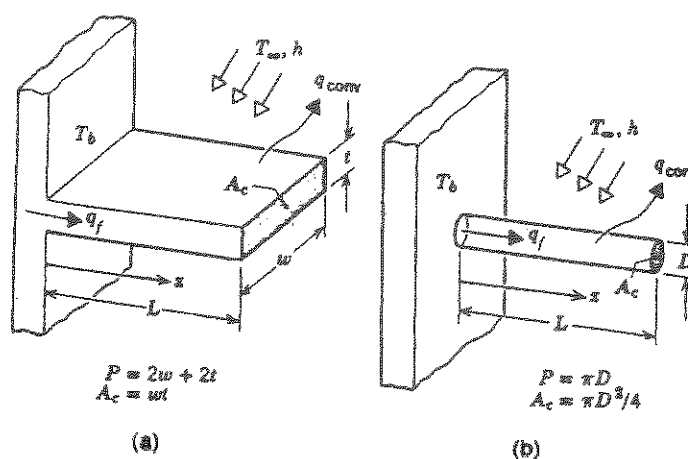


Figura 3.16 - Aletas planas de seção reta uniforme: (a) retangular; (b) piniforme.

A equação (3.64) é uma equação homogênea de segunda ordem, com os coeficientes constantes. A sua solução geral tem a forma:

$$h \cdot A_c \cdot [T/L]$$

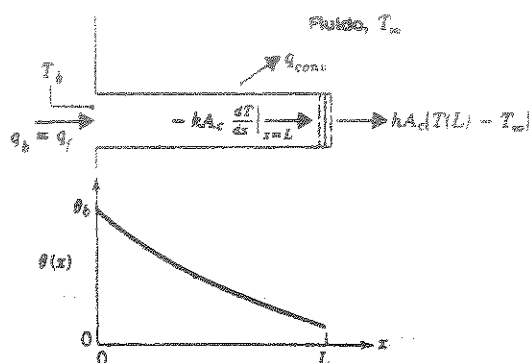


Figura 3.17 - Condução e convecção numa aleta de secção reta uniforme.

Isto mostra que a taxa de transferência de energia para o fluido, através da convecção na ponta da aleta, deve ser igual à taxa de afluência da energia na ponta, pela condução através desta aleta. Levando a equação (3.66) nas equações (3.67) e (3.68), obtém-se respectivamente:

$$\theta_b = C_1 + C_2 \quad \text{e} \quad h \cdot (C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL}) = k \cdot m \cdot (C_2 e^{-mL} - C_1 e^{mL}) \quad (3.69)$$

Resolvendo em C_1 e C_2 , é possível mostrar que, depois de uma série de cálculos e simplificações, tem-se:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh[m(L-x)] + (h/(mk)) \cdot \sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + (h/(mk)) \cdot \sinh(mL)} \quad (3.70)$$

A forma desta distribuição de temperatura aparece esquematicamente na Figura 3.17. Observe a grandeza da diminuição do gradiente de temperatura com o aumento de x .

Esta tendência é consequência da redução na transferência condutiva de calor $q_x(x)$ com o crescimento de x , provocada pelas perdas convectivas contínuas na superfície da aleta. É evidente que a taxa de transferência de calor pela aleta q_f , pode ser estimada por dois caminhos diferentes, ambos com a utilização da distribuição de temperatura (Figura 3.17). O procedimento mais simples envolve a aplicação da Lei de Fourier à base da aleta, isto é:

$$q_f = q_b = -k \cdot A_c \cdot \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -k \cdot A_c \cdot \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} \quad (3.71)$$

Então, conhecendo-se a distribuição de temperatura $q(x)$, é possível calcular q_f :

$$q_f = \sqrt{(h \cdot P \cdot k \cdot A_c)} \cdot \theta_b \cdot \frac{\sinh(mL) + (h/(mk)) \cdot \cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + (h/(mk)) \cdot \sinh(mL)} \quad (3.72)$$

Por outro lado, a conservação da energia afirma que a taxa de transferência convectiva de calor pela aleta deve ser igual à taxa de condução através da base desta. Assim, o outro procedimento para o cálculo de q_f é:

$$q_f = \int_{A_f} h \cdot [T(x) - T_\infty] dA, \quad \text{ou} \quad q_f = \int_{A_f} h \cdot \theta(x) dA, \quad (3.73)$$

onde A_f é a *área superficial total da aleta*, incluindo a área da ponta. A entrada da equação (3.70) na equação (3.73) levará à equação (3.72).

(B) A segunda condição corresponde à hipótese de a perda térmica convectiva pela ponta poder ser tratada como adiabática e:

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0 \quad (3.74)$$

Entrando com a equação (3.66), e fazendo a divisão por m , obtém-se:

$$C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL} = 0$$

Usando-se esta expressão com a equação (3.69), para resolver em C_1 e C_2 , e levando-se os resultados na equação (3.66), obtém-se:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)} \quad (3.75)$$

Com esta distribuição de temperatura na equação (3.71), a taxa de transferência de calor pela aleta fica então:

$$q_f = \sqrt{(h \cdot P \cdot k \cdot A_c)} \cdot \theta_b \cdot \tanh(mL) \quad (3.76)$$

(C) Como no caso anterior, é possível se ter a distribuição de temperatura na aleta e a taxa de calor a partir da temperatura fixada na sua ponta. Assim, a segunda condição de contorno é $\theta(L) = \theta_L$, e as expressões resultantes são da forma:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{(\theta_L/\theta_b) \cdot \sinh(mx) + \sinh[m(L-x)]}{\sinh(mL)} \quad (3.77)$$

$$q_f = \sqrt{(h \cdot P \cdot k \cdot A_c)} \cdot \theta_b \cdot \frac{\cosh(mL) - (\theta_L/\theta_b)}{\sinh(mL)} \quad (3.78)$$

(D) O caso de uma *aleta muito longa* é avaliado como uma generalização interessante deste resultados. Em particular, quando $L \rightarrow \infty$, $\theta_L \rightarrow \theta$ se verifica com facilidade que:

$$\frac{\theta}{\theta_b} e^{-mx} \quad (3.79)$$

$$q_f = \sqrt{(h \cdot P \cdot k \cdot A_c)} \cdot \theta_b \quad (3.80)$$

Na Tabela 3.3 estão resumidos os resultados anteriores.

Tabela 3.3 - Distribuição de temperatura e perda térmica em aletas com a seção reta uniforme.

Condição na ponta ($x = L$)	Distribuição de temperatura θ/θ_b	Taxa de transferência de calor na aleta q_f
Transferência convectiva $h \cdot \theta(L) = -k \cdot \frac{d\theta}{dx} \Big _{x=L}$	$\frac{\cosh[m(L-x)] + (h/(mk)) \cdot \sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + (h/(mk)) \cdot \sinh(mL)}$ (3.70)	$M \cdot \frac{\sinh(mL) + (h/(mk)) \cdot \cosh(mL)}{\cosh(mL) + (h/(mk)) \cdot \sinh(mL)}$ (3.72)
Adiabática $\frac{d\theta}{dx} \Big _{x=L} = 0$	$\frac{\cosh[m(L-x)]}{\cosh(mL)}$ (3.75)	$M \cdot \tanh(mL)$ (3.76)
Temperatura fixada $\theta(L) = \theta_L$	$\frac{(\theta_L/\theta_b) \cdot \sinh(mx) + \sinh[m(L-x)]}{\sinh(mL)}$ (3.77)	$M \cdot \frac{\cosh(mL) - (\theta_L/\theta_b)}{\sinh(mL)}$ (3.78)
Aleta infinita ($L \rightarrow \infty$) $\theta(L) = \theta$	e^{-mx} (3.79)	M (3.80)
$\theta = T - T_\infty$ $\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$ $m^2 = (h \cdot P)/(k \cdot A_c)$ $M = \sqrt{(h \cdot P \cdot k \cdot A_c)} \cdot \theta_b$		

Evidentemente, a análise do comportamento térmico de uma aleta fica bem mais complicada se a seção reta da aleta não for uniforme. Nesses casos, é necessário manter a segunda parcela do primeiro membro da equação (3.61), e as soluções não tem mais a forma de funções exponenciais ou hiperbólicas simples. O desenvolvimento dessas soluções está além do objetivo deste texto.

Exemplo 3.7

Uma barra cilíndrica, de diâmetro 25mm, muito comprida, tem uma extremidade mantida a 100°C. A superfície da barra está exposta ao ar ambiente a 25°C, com um coeficiente de transferência convectiva de calor de 10W/m²K.

1. Quais são as perdas térmicas das barras construídas em (a) cobre puro e (b) aço inoxidável AISI 316.
2. Qual deve ser o comprimento das barras (a) e (b) para que elas possam ser consideradas infinitas?

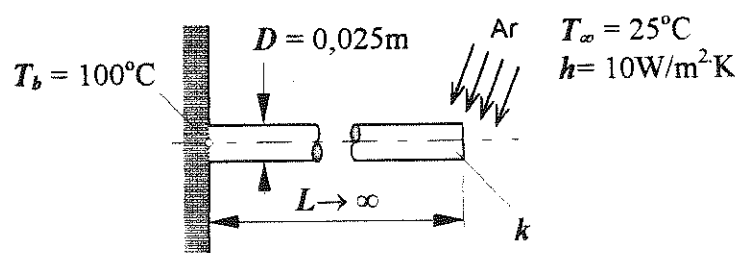
Solução:

Dados: Aleta de seção reta circular, comprida, exposta ao ar ambiente.

Incógnitas:

1. A perda térmica q numa barra de cobre e numa outra de aço inoxidável.
2. Os comprimentos das barras para que possam ser consideradas infinitamente longas.

Esquema:



Hipóteses:

1. As condições são de regime permanente.
2. A condução é unidimensional ao longo da barra.
3. As propriedades são constantes.
4. A troca radiativa com o ambiente é desprezível.
5. O coeficiente de transferência de calor é uniforme.
6. A barra tem um comprimento infinito.

Propriedades:

(a) Tabela A.1, cobre [$T = (T_b + T_\infty)/2 = 62,5^\circ\text{C} \approx 335\text{ K}$]: $k = 398\text{ W/mK}$.

(b) Tabela A.1, aço inoxidável, AISI 316 (335 K): $k = 14\text{ W/mK}$.

Análise:

1. Pela equação (3.80), a perda de calor é $q_f = M = \sqrt{(h \cdot P \cdot k \cdot A_c)} \cdot \theta_b$. Então, temos

(a) para o cobre:

$$q_f = \sqrt{10 \times (\pi \times 0,025) \times 398 \times \left(\frac{\pi}{4}(0,025)^2\right)} \times (100 - 25) \quad \therefore \quad q_f = 29,4\text{ W}$$

(b) para o aço inoxidável:

$$q_f = \sqrt{10 \times (\pi \times 0,025) \times 14 \times \left(\frac{\pi}{4}(0,025)^2\right)} \times (100 - 25) \quad \therefore \quad q_f = 5,5\text{ W}$$

2. Uma vez que não há perda térmica na ponta de uma barra infinitamente comprida, pode-se ter uma estimativa da validade desta aproximação mediante a comparação entre as equações (3.76) e (3.80). A fim de ter uma aproximação satisfatória, as expressões proporcionam resultados equivalentes se $\tanh(mL) \geq 0,99$ ou $mL \geq 2,65$. Então, podemos admitir que a barra seja infinitamente comprida se

$$L \geq L_\infty = \frac{2,65}{m} = 2,65 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot A_c}{h \cdot P}} \quad \text{Então,}$$

(a) no caso do cobre,

$$L_\infty = 2,65 \times \sqrt{\frac{398 \times (\pi/4)(0,025)^2}{10 \times (\pi \times 0,025)}} = 1,32\text{ m}$$

(b) no caso do aço inoxidável,

$$L_\infty = 2,65 \times \sqrt{\frac{14 \times (\pi/4)(0,025)^2}{10 \times (\pi \times 0,025)}} = 0,25\text{ m}$$

Comentários: Os resultados anteriores sugerem que a taxa de transferência de calor pode ser prevista com exatidão mediante a aproximação de uma aleta infinita, se $mL \geq 2,65$. No entanto, se tal aproximação visar prever exatamente a distribuição de temperatura $T(x)$, será necessário um valor mais elevado de mL . Observa-se o efeito da condutividade térmica sobre q_f e L_∞ .

3.5.3 - Desempenho da Aleta

Com visto anteriormente, as aletas são usadas para aumentar a transferência de calor numa superfície, mediante a expansão da área superficial real. No entanto, a própria aleta constitui uma resistência condutiva à transferência de calor da superfície original. Por esta razão, não se tem certeza de que a taxa de transferência de calor aumente graças ao uso de aletas. Pode-se ter uma avaliação desta questão mediante a *efetividade da aleta* (ε_f), a qual pode ser definida como a *razão entre a taxa de transferência de calor com a aleta e a taxa sem ela*. Portanto:

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{h \cdot A_{c,b} \cdot \theta_b} \quad (3.81)$$

onde $A_{c,b}$ é a área da seção reta da aleta, na base. Num projeto razoável, o valor de ε_f deve ser tão grande quanto possível; em geral, o uso de aletas raramente se justifica, a menos que $\varepsilon_f \geq 2$.

Com qualquer uma das quatro condições na ponta que se analisou ($x = L$), a efetividade de uma aleta de seção reta uniforme pode ser calculada pela divisão da expressão apropriada de q_f (Tabela 3.3) por $h \cdot A_{c,b} \cdot \theta_b$. Na aproximação por aleta infinita, o resultado é

$$\varepsilon_f = \sqrt{\frac{k \cdot P}{h \cdot A_c}} \quad (3.82)$$

e daí podem-se deduzir importantes tendências. Evidentemente, a efetividade de uma aleta aumenta com a escolha de um material de condutividade térmica elevada. Embora o cobre seja superior do ponto de vista da condutividade térmica, as ligas de alumínio são mais comuns em virtude dos benefícios adicionais relacionados ao custo mais baixo e ao peso menor. A efetividade da aleta também aumenta quando aumenta a razão entre o perímetro e a área da seção reta. Por isso, o uso de *aletas delgadas*, montadas com pequeno espaçamento, é o preferido na maioria das aplicações da engenharia. A equação (3.82) também sugere que o uso de aletas fica mais bem justificado em condições de pequeno coeficiente de convecção h . Pela Tabela 1.1, fica evidente que a necessidade de aletas é mais forte quando o fluido for um gás, e não um líquido, e, especialmente, quando a transferência superficial de calor se fizer por convecção *livre*. Quando as aletas estiverem numa superfície que separa um gás de um líquido, serão em geral montadas no lado do gás (lado de coeficiente de convecção mais baixo). Um exemplo comum é o da tubulação num radiador de automóvel, onde as aletas ficam na superfície externa da tubulação sobre a qual há o escoamento de ar ambiente (h pequeno), e não na interna na qual há o escoamento de água (h grande). Observe que se $\varepsilon_f > 2$ for usando como critério para justificar a adoção de aletas, a equação (3.82) impõe a exigência $kP/hA_c > 4$.

A equação (3.81) fornece um limite superior para ε_f , atingido quando L tende para infinito. No entanto, com certeza não é preciso usar aletas muito compridas para conseguir uma transferência de calor próxima do máximo. Quando se admite uma condição adiabática na ponta da aleta, 98% da taxa de transferência de calor máxima possível é atingida quando $mL = 2,3$. Portanto, haveria pouco sentido em se estender as aletas além de $L = 2,3/m$.

O desempenho de uma aleta também pode ser quantificado em termos da resistência térmica. Tratando a diferença entre as temperaturas na base e no fluido como o potencial motriz, a *resistência da aleta* pode ser definida como:

$$R_{t,f} = \frac{\theta_b}{q_f} \quad (3.83)$$

Dividindo a expressão da *resistência térmica da base exposta* $R_{t,b}$ pela equação (3.83), e levado em conta a equação (3.81), vem:

$$R_{t,b} = \frac{l}{h \cdot A_{c,b}} \quad (3.84)$$

$$\varepsilon_f = \frac{R_{t,b}}{R_{t,f}} \quad (3.85)$$

Então, a efetividade da aleta pode ser interpretada como a razão entre as duas resistências térmicas; para aumentar ε_f é necessário reduzir a resistência da aleta à condução e à convecção. Se a aleta tiver que aumentar a transferência de calor, a sua resistência não deve exceder a da base exposta.

Uma outra medida do desempenho térmico da aleta é a *eficiência da aleta* (η_f). O potencial motriz máximo para a convecção é a diferença de temperatura entre a base ($x = 0$) e o fluido: $\theta_b = T_b - T_\infty$. Então, a taxa máxima de dissipação de energia pela aleta é a taxa que existiria se toda a superfície da aleta estivesse na temperatura da base. No entanto, uma vez que qualquer aleta se caracteriza por uma resistência finita à condução, há um gradiente de temperatura ao longo da mesma e a condição isotérmica é uma idealização. Uma definição razoável da eficiência da aleta é assim:

$$\eta_f = \frac{q_f}{q_{max}} = \frac{q_f}{h \cdot A_f \cdot \theta_b} \quad (3.86)$$

onde A_f é a área superficial da aleta. Numa aleta plana de seção reta uniforme com a ponta adiabática, as equações (3.76) e (3.86) levam a

$$\eta_f = \frac{M \cdot \tanh(mL)}{h \cdot P \cdot L \cdot \theta_b} = \frac{\tanh(mL)}{mL} \quad (3.87)$$

Conforme a Tabela B.1, este resultado mostra que η_f tende para os valores máximo (1) e mínimo (0) quando L se aproxima de 0 ou de ∞ , respectivamente.

Em lugar da expressão um tanto incômoda da transferência de calor por uma aleta plana retangular com a ponta ativa (equação 3.72), sugere-se usar uma fórmula aproximada, embora exata, que se obtém com os resultados da ponta adiabática (equação 3.76) a partir de um comprimento corrigido da aleta, com a forma $L_c = L + (t/2)$ [9]. Então, a taxa de transferência de calor na aleta com convecção na ponta pode ser aproximada por

$$q_f = M \cdot \tanh(mL_c) \quad (3.88)$$

e a eficiência correspondente é

$$\eta_f = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c} \quad (3.89)$$

Os erros associados com a aproximação são desprezíveis se $ht/k < 0,0625$. Se a largura (w) da aleta for muito maior que a sua espessura (t), o perímetro (P) pode ser aproximado por $P = 2w$, e então

$$mL_c = \sqrt{\frac{hP}{kA_c}} \cdot L_c = \sqrt{\frac{2h}{kt}} \cdot L_c$$

Multiplicando-se o numerador e o denominador por $L_c^{1/2}$ e introduzindo-se uma área corrigida do perfil da aleta ($A_p = L_c t$), segue-se que

$$mL_c = L_c^{3/2} \cdot \left(\frac{2h}{kA_p} \right)^{1/2} \quad (3.90)$$

Então, conforme mostra a Figura 3.18, a eficiência de uma aleta retangular, com convecção na ponta, pode ser representada em função de $L_c^{3/2} \cdot (h/(k \cdot A_p))^{1/2}$.

Embora a discussão anterior tenha se limitado a aletas com a seção reta uniforme, são também usadas outras geometrias. As soluções exatas da equação (3.61), com A_c função de x e A , variando não-linearmente com x , são muito mais difíceis de serem obtidas. Os resultados dessas soluções podem ser representados graficamente, conforme as Figuras 3.18 e 3.19. Uma aleta plana *triangular* ($y \sim x$) é atraente pois, para uma dissipação térmica equivalente, exige muito menos volume (material da aleta) que a aleta de perfil retangular. A este respeito, a dissipação por unidade de volume $(q/V)_f$ é máxima para um perfil *parabólico* ($y \sim x^2$). No entanto, uma vez que $(q/V)_f$ para um perfil parabólico é apenas um pouco maior que para um perfil triangular, justifica-se raramente a sua adoção em face dos custos muito mais elevados da fabricação. A *aleta anular*, com perfil retangular, é comumente usada para aumentar a transferência de calor *para* tubos circulares, ou *de* tubos circulares.

Nas Figuras 3.18 e 3.19, as eficiências das aletas estão plotadas em função do parâmetro $L_c^{3/2} \cdot (h/(k \cdot A_p))^{1/2}$ que se deduziu para a aleta plana retangular. No caso da aleta

anular (Figura 3.19), usa-se um comprimento corrigido da aleta a fim de levar em conta os efeitos da convecção na ponta da aleta.

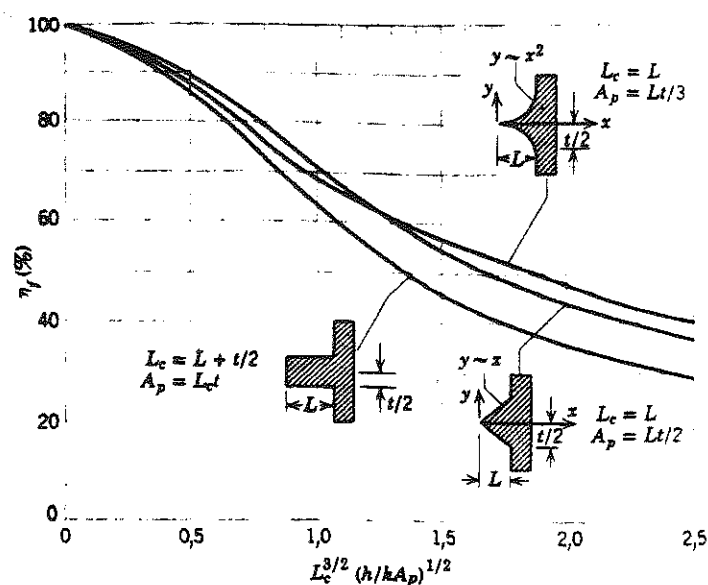


Figura 3.18 - Eficiência de aletas planas (com perfis retangulares, triangulares e parabólicos).

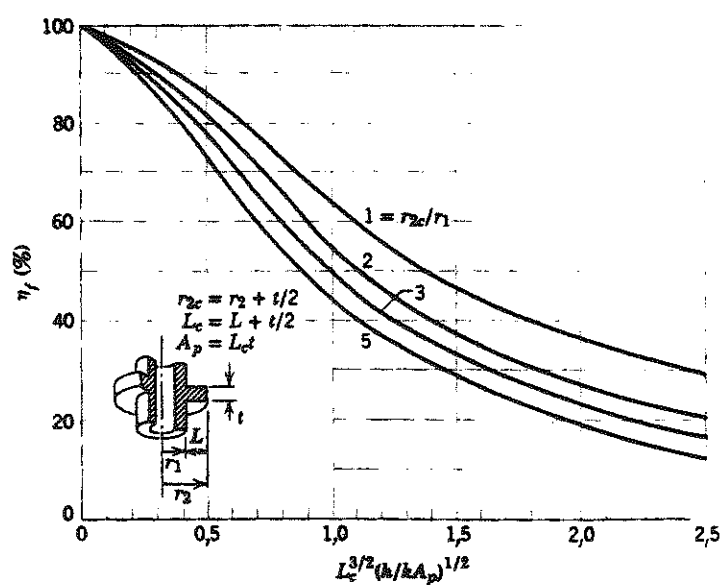


Figura 3.19 - Eficiência global da superfície

A eficiência das aletas, obtidas de gráficos, podem ser usadas para calcular a taxa real de transferência de calor pela aleta mediante a expressão

$$q_f = \eta_f \cdot q_{max} = \eta_f \cdot h \cdot A_f \cdot \theta_b \quad (3.91)$$

onde as áreas superficiais das aletas (a) retangulares, (b) triangulares, (c) parabólicas e (d) anulares podem ser aproximadas por:

$$A_{f(\text{ret})} = 2w \cdot L_c \quad (3.92a)$$

$$A_{f(\text{tri})} = 2w \cdot \sqrt{L^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2} \quad (3.92b)$$

$$A_{f(\text{par})} = 2,05w \cdot \sqrt{L^2 + \left(\frac{t}{2}\right)^2} \quad (3.93a)$$

$$A_{f(\text{ann})} = 2\pi \cdot (r_{2c}^2 - r_1^2) \quad (3.93b)$$

As superfícies expandidas têm numerosas aplicações na engenharia. Devem ser consultados os trabalhos de Schneider [10] e Kern & Kraus [11] para discussões abrangentes dos efeitos térmicos.

3.5.4 - Eficiência Global da Superfície

A eficiência global da superfície η_θ caracteriza um conjunto de aletas e a superfície da base sobre a qual estão montadas. Na Figura 3.20 aparecem montagens representativas onde S designa o passo das aletas. Em cada caso, a eficiência global se define por:

$$\eta_\theta = \frac{q_t}{h \cdot A_t \cdot \theta_b} \quad (3.94)$$

onde q_t é a taxa total de calor e A_t é a área total exposta das superfícies aletadas e nua. A taxa de transferência de calor máxima possível ocorreria se toda a superfície das aletas, e também da base exposta, fossem mantidas à T_b .

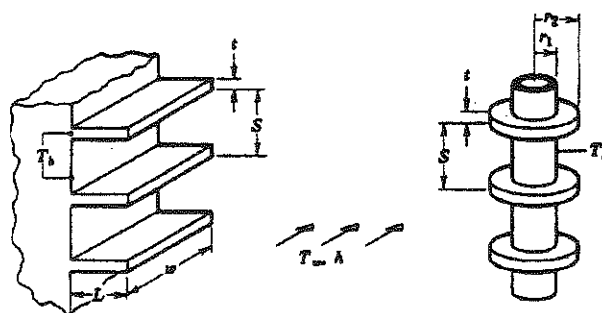


Figura 3.20 - Montagens representativas de aletas: (a) aletas retangulares; (b) aletas anulares

Decompondo a área superficial total nas parcelas devidas à superfície aletada e à superfície da base nua ($A_t = A_f + A_b$), a taxa total de transferência de calor pode ser expressa por:

$$q_t = h \cdot A_b \cdot \theta_b + h \cdot A_f \cdot \eta_f \cdot \theta_b \quad (3.95)$$

onde η_f é a eficiência de uma aleta. Então:

$$q_t = h \cdot [(A_t - A_f) + A_f \cdot \eta_f] \cdot \theta_b = h \cdot A_t \cdot \left[1 - \frac{A_f}{A_t} \cdot (1 - \eta_f) \right] \cdot \theta_b \quad (3.96)$$

Combinando-se as equações (3.96) e (3.94), vem:

$$\eta_o = 1 - \frac{A_f}{A_t} \cdot (1 - \eta_f) \quad (3.97)$$

Usando-se os gráficos das Figuras 3.18 e 3.19 para estimativa da eficiência de uma aleta individual (η_f), pode-se estimar a eficiência global (η_o) e por conseguinte a taxa total de transferência de calor num conjunto de aletas (equação 3.94).

Exemplo 3.8

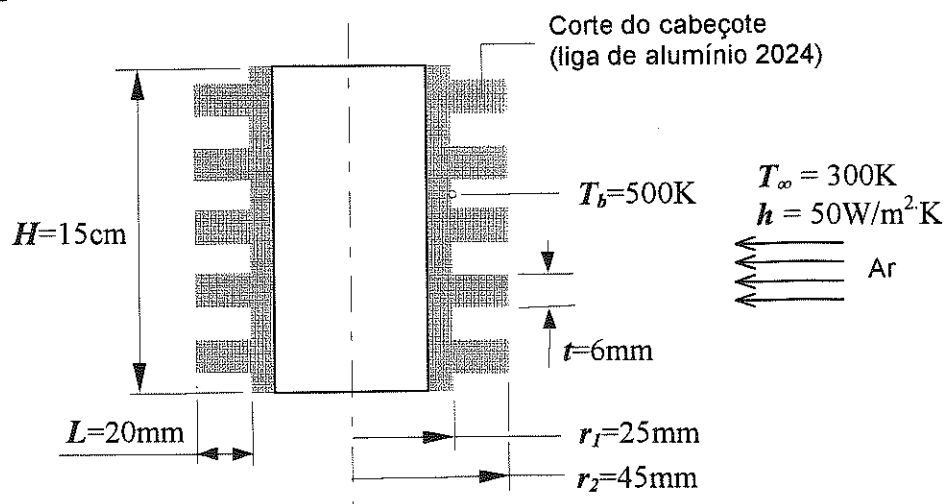
O cabeçote do motor de uma motocicleta é construído em liga de alumínio 2024-T6, tem a altura $H = 15\text{cm}$ e diâmetro externo $D = 50\text{mm}$. Em condições operacionais típicas, a superfície externa do cabeçote está a 500K e exposta ao ar ambiente a 300K , com um coeficiente de convecção de $50\text{W/m}^2\text{K}$. Para aumentar a transferência de calor, montam-se no cabeçote aletas anulares, de perfil retangular. Admitindo que se montem cinco dessas aletas igualmente espaçadas com espessura $t = 6\text{mm}$ e comprimento $L = 20\text{mm}$, qual é o aumento da transferência de calor proporcionado por elas?

Solução:

Dados: As condições operacionais do cabeçote de um motor de motocicleta, com aletas.

Incógnitas: O aumento da transferência de calor associado às aletas.

Esquema:



Hipóteses:

1. As condições são de regime permanente.
2. A condução nas aletas é unidimensional na direção radial.
3. As propriedades são constantes.
4. Não há geração interna de calor.
5. As trocas radiativas com o ambiente são desprezíveis.
6. O coeficiente de convecção é uniforme sobre toda a superfície externa (aletada ou nua).

Propriedades: Tabela A.1, alumínio 2024-T6 ($T = 400 \text{ K}$): $k = 186 \text{ W/m K}$.

Análise: Com as aletas montadas, taxa de transferência de calor é $q = q_f + q_b$.

Pela equação (3.91), a taxa de transferência de calor na aleta é $q_f = N \cdot \eta_f \cdot q_{\max}$, onde N é o número de aletas e, pelas equações (3.91) e (3.93b): $q_{\max} = 2\pi \cdot h \cdot (r_{2c}^2 - r_1^2) \cdot (T_b - T_\infty)$.

A taxa de transferência de calor pela superfície nua do cilindro é $q_b = h \cdot A_b \cdot (T_b - T_\infty)$ onde $A_b = (H - Nt) \cdot (2\pi \cdot r_1)$. Daí,

$$q = (N \cdot \eta_f \cdot h \cdot 2\pi \cdot (r_{2c}^2 - r_1^2) \cdot (T_b - T_\infty)) + (h \cdot (H - Nt) \cdot (2\pi r_1) \cdot (T_b - T_\infty))$$

A eficiência da aleta pode ser conseguida pela Figura 3.19, com:

$$r_{2c} = r_2 + \frac{t}{2} = 0,048 \text{ m}$$

$$L_c = L + \frac{t}{2} = 0,023 \text{ m}$$

$$\frac{r_{2c}}{r_1} = 1,92$$

$$A_p = L_c \cdot t = 1,38 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$L_c^{3/2} \cdot \left(\frac{h}{k \cdot A_p} \right)^{1/2} = 0,15$$

Pela Figura 3.19, $\eta_f \approx 0,95$. Segue-se então que

$$q_f = 5 \times [0,95 \times 50 \times 2\pi \times (0,048^2 - 0,025^2) \times (500 - 300)] = 501,10 \text{ W}$$

$$q_b = 50 \times (0,15 - 5 \times 0,006) \times (2\pi \times 0,025) \times (500 - 300) = 188,50 \text{ W}$$

Portanto, $q = q_f + q_b = 690 \text{ W}$

Sem as aletas, a taxa de transferência de calor seria $q_{\text{no}} = h \cdot A_{\text{no}} \cdot (T_b - T_\infty)$ onde $A_{\text{no}} = 2\pi \cdot r_1 \cdot H$. Assim,

$$q_{\text{no}} = 50 \times (2\pi \times 0,025 \times 0,15) \times (500 - 300) = 236 \text{ W}$$

Comentários:

1. Embora as aletas montadas tenham melhorado significativamente a dissipação térmica do cilindro, a melhoria seria mais considerável se o número de aletas fosse aumentado pela redução de t e pela separação entre as aletas.
2. A transferência de calor pelas aletas também poderia ser calculada pelas equações (3.94) e (3.97). Com $A_f = N \cdot 2\pi \cdot (r_{2c}^2 - r_{1l}^2) = 0,053m^2$ e $A_t = A_f + (H - N \cdot t) \cdot (2\pi \cdot r_{1l}) = 0,072m^2$, a equação (3.97) dá $\eta_o = 1 - 0,736 \times (1 - 0,95) = 0,963$. Portanto, pela equação (3.94), $q_t = \eta_o \cdot h \cdot A_t \cdot \theta_b$ ou $q_t = 0,963 \times 50 \times 0,072 \times (500-300) = 690 W$.

Referências

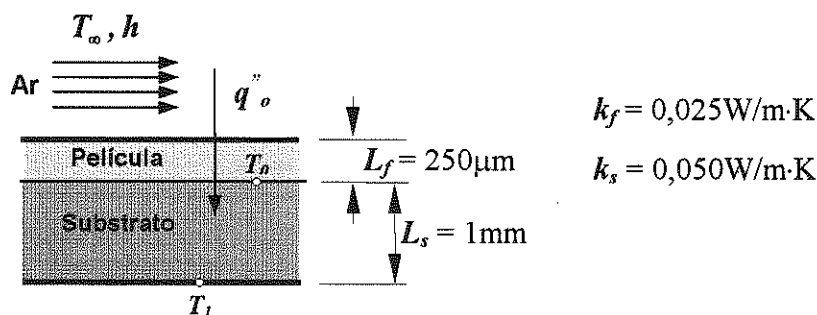
- [1] Fried, E., "Thermal Conduction Contribution to Heat Transfer at Contacts" in R.P. Tye, Ed., Thermal Conductivity, Vol. 2, Academic Press, London, 1969.
- [2] Eid, J.C. and Antonetti, V.W., "Small Scale Thermal Contact Resistance of Aluminium against Silicon" in C.L. Tien V.P. Carey, and J.K. Ferrel, eds., Heat Transfer - 1986. Vol. 2 Hemisphere, New York, 1986, pp. 659-664.
- [3] Snaith, B., O'Callagham, P.W., Probert, S.D. "Interstitial Materials for Controlling Thermal Condutances Across Pressed Metallic Contacts" Appl. Energy, 16, 175 1984.
- [4] Yovanovich, M. M. "Theory and Application of Constriction and Spreading Concepts for Microeletronic Thermal Management" Intern Symposium on Cooling Technology of Electronic Equipment, Honolulu, 1987.
- [5] Peterson, G.P., Fletcher, L.S. "Thermal Contact Resistance of Silicon Chip Bonding Materials" Proc. Of the Intern. Symposium on Cooling Technology of Electronic Equipment, Honolulu, 1987, pp438-448.
- [6] Yovanovich, M. M., Tuarze, M. "Experimental Evidence of Thermal Resistance at Soldered Joints," AIAAJ, Spacecraft Rockets, 6, 1013, 1969.
- [7] Madhusudana, C.V., Fletcher, L.S., "Contact Heat Transfer - The Last Decade", AIAAJ, 24, 510, 1986.
- [8] Yovanovich, M. M., "Recent Developmentes in Thermal Contact Gap and Joint Conductance Theories and Experiment" in C.L. Tien, V.P. Carey, and J.K. Ferrel, Eds. Heat Transfer - 1986, Vol.1, Hemisphere, New York, 1986, pp35-45.
- [9] Harper, D.R., Brown, W.B. "Mathematical Equations for Heat Conduction in the Fins of Air Cooled Engines" NACA Report No. 158, 1922.

- [10] Schneider, P.J. Conduction Heat Transfer, Addison-Wesley, Reading, MA, 1955.
- [11] Kern, D.Q., Kraus, A.D. Extended Surface Heat Transfer, McGraw-Hill, New York, 1972.

Exercícios Propostos

Parede Plana

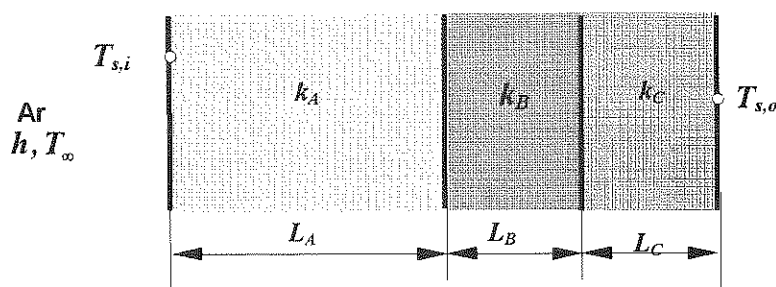
- 3.1 - O vidro traseiro de um automóvel, com espessura de 4mm, é desembaciado pela passagem de uma corrente de ar quente a 40°C sobre a sua face interna, com coeficiente de convecção associado de $30\text{W/m}^2\cdot\text{K}$. Quais as temperaturas das superfícies interna e externa do vidro, quando a temperatura do ar ambiente externo for de -10°C , e o coeficiente de convecção associado à troca térmica na face externa for de $65\text{W/m}^2\cdot\text{K}$?
- 3.2 - Num certo processo de fabricação, uma película transparente é aplicada a um substrato, conforme mostra a figura que se segue:



Para fazer a cura da ligação, na temperatura T_0 , usa-se uma fonte de radiação que proporciona um fluxo térmico q''_o [W/m^2], totalmente absorvido na superfície da ligação. O substrato tem a face posterior mantida a T_1 e a face da película exposta ao ar na temperatura T_∞ , com um coeficiente de transferência convectiva de calor h .

- (a) Esquematizar simbolicamente o circuito térmico que represente a transferência de calor em regime permanente. Tenha a certeza de nomear todos os elementos, os nós e as taxas de calor.
- (b) Calcular o fluxo de calor q''_o necessário para manter a superfície da ligação a $T_0 = 60^{\circ}\text{C}$ quando $T_\infty = 20^{\circ}\text{C}$, $h = 50\text{W/m}^2\cdot\text{K}$ e $T_1 = 30^{\circ}\text{C}$.

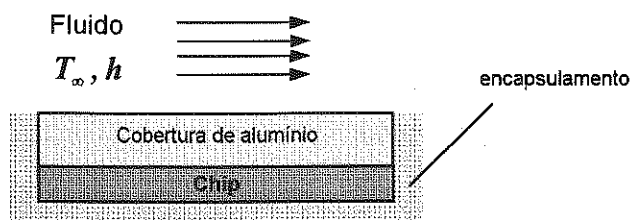
- 3.3 - Um vidro duplo de janela é constituído por duas placas de vidro de 7mm de espessura cada, com um espaço cheio de ar entre elas de 7mm. A janela separa os ares dos ambientes interno (à 20°C) e externo (à -10°C). O coeficiente convectivo associado à face interna (no lado do ambiente interno) é $10\text{W/m}^2\cdot\text{K}$, e o associado ao lado externo (lado do ambiente externo) é $80\text{W/m}^2\cdot\text{K}$. Qual a perda de calor através da janela, com 80cm de comprimento por 1m de largura? Admita que o ar entre os vidros esteja em descanso.
- 3.4 - A parede um forno é composta pelos materiais A, B e C cujas espessuras são respectivamente $L_A = 30\text{cm}$, $L_B = 15\text{cm}$ e $L_C = 15\text{cm}$. A condutividade térmica de A e C são conhecidas ($k_A = 20\text{W/m}\cdot\text{K}$ e $k_C = 50\text{W/m}\cdot\text{K}$). O material B, que está entre as camadas dos materiais A e C, apresenta a condutividade térmica (k_B) desconhecida. Em condições de operação em regime permanente, as medições de temperatura na face externa revelam que $T_{s,o} = 20^{\circ}\text{C}$ e que, na face interna $T_{s,i} = 600^{\circ}\text{C}$. A temperatura do ar no forno é $T_{\infty} = 800^{\circ}\text{C}$, e o coeficiente de transferência convectiva de calor é $h = 25\text{W/m}^2\cdot\text{K}$. Qual o valor de k_B ?



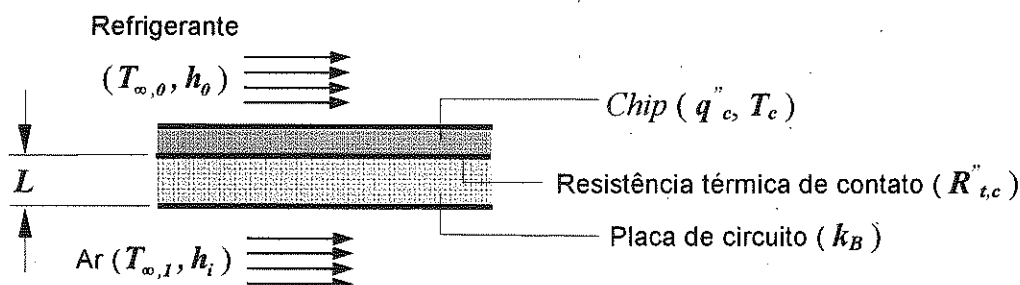
Resistência de Contato

- 3.5 - Uma parede composta separa gases de combustão a 2600°C , de um refrigerante líquido a 100°C . O coeficiente convectivo no lado do gás é $50\text{W/m}^2\cdot\text{K}$ e no lado líquido, $1000\text{W/m}^2\cdot\text{K}$. A parede é composta por uma camada de óxido de berílio no lado do gás, com 10mm de espessura, e uma chapa de aço inoxidável (AISI 304) de 20mm de espessura no lado do líquido. A resistência de contato entre o óxido e o aço é $0,05\text{m}^2\cdot\text{K/W}$. Qual é a perda térmica por área unitária superficial do composto? Esquematizar a distribuição de temperatura, do gás para o líquido.
- 3.6 - Um *chip* de silício está encapsulado de modo que, em regime permanente, toda a potência dissipada se transfere por convecção para uma corrente de fluido na qual $h = 1000\text{W/m}^2\cdot\text{K}$ e $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$. O *chip* está separado do fluido por uma cobertura de

alumínio, com 2mm de espessura, e a resistência térmica de contato na interface chip-alumínio é $0,05 \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$. A área superficial do chip é de 100 mm^2 e a temperatura máxima admissível é 85°C . Qual é a dissipação de potência máxima permissível no *chip*?



- 3.7 - Num único circuito integrado (*chip*) podem ser colocados aproximadamente 10^4 componentes elétricos discretos, com uma dissipação do calor gerado eletricamente tão alta quanto 30 kW/m^2 . O *chip*, que é muito delgado, é resfriado por convecção na sua superfície externa, com $h_o = 1000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ e $T_{\infty,o} = 20^\circ \text{C}$. Ele está montado numa placa de circuito em contato com a sua face interna, onde a resistência térmica de contato entre o *chip* e a placa é $10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$, a espessura da placa é $L = 5 \text{ mm}$ e a condutividade térmica é $k_B = 1 \text{ W/m} \cdot \text{K}$. A outra face da placa está exposta ao ambiente com $h_i = 40 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ e $T_{\infty,i} = 20^\circ \text{C}$.

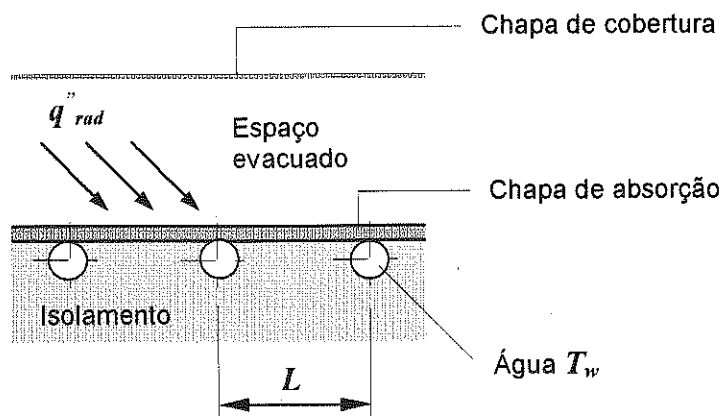


- Esquematizar o circuito térmico equivalente que corresponde ao regime permanente. Indique as resistências, temperaturas e fluxos térmicos.
- Qual é a temperatura do *chip* em condições de regime permanente, com a dissipação térmica do chip de $q_c'' = 30 \text{ kW/m}^2$?

Superfícies Expandidas

- 3.8 - Na chapa de absorção de um coletor solar de chapa plana estão soldadas tubulações de cobre, conforme a figura. A chapa de absorção tem 6mm de espessura e é feita em liga de alumínio (2024-T6). A face superior da chapa está separada de uma chapa de

cobertura transparente por um espaço evacuado. Os tubos de cobre estão regularmente espaçados um do outro de $L = 0,20\text{m}$ e há circulação de água no interior de cada um para remover o calor recolhido pela chapa de absorção. Pode-se admitir que a água esteja na temperatura uniforme $T_w = 60^\circ\text{C}$.



Em condições de operação em regime permanente, nas quais o fluxo líquido de radiação na superfície é $q''_{rad} = 800\text{W/m}^2$:

- qual é a temperatura máxima na chapa?
- qual a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento dos tubos?

Observar que q''_{rad} representa o efeito líquido da absorção de radiação solar pela chapa homônima, e a troca radiativa entre as chapas de absorção e de cobertura. Pode-se admitir ainda que a temperatura da chapa de absorção, diretamente acima de um tubo, seja igual à temperatura da água.

- 3.9 - Determinar o aumento percentual da transferência de calor provocado pela colocação de aletas de alumínio com perfil retangular numa chapa plana. As aletas têm 50mm de comprimento, 0,5mm de espessura e estão igualmente espaçadas de uma distância de 4mm (250 aletas por metro). O coeficiente de convecção associado à chapa nua é $40\text{W/m}^2\cdot\text{K}$, enquanto o provocado pela colocação das aletas é $30\text{W/m}^2\cdot\text{K}$.
- 3.10 - Uma aleta anular de alumínio, com perfil retangular, está montada num tubo circular com diâmetro de 25mm e temperatura superficial de 250°C . A aleta possui 1mm de espessura e 10mm de comprimento, e o fluido adjacente está a temperatura de 25°C com coeficiente de convecção associado de $25\text{W/m}^2\cdot\text{K}$.
 - Qual é a perda de calor por aleta?
 - Se 200 aletas estiverem espaçadas de 5mm ao longo do comprimento do tubo, qual é a perda de calor por metro de tubo?

Capítulo 4 - Introdução à Convecção

Até agora focalizou-se a atenção na transferência condutiva de calor e só se considerou a convecção na medida em que ela proporciona possível condição de contorno para problemas de condução. No Item 1.2.2 usamos o conceito de **convecção** para descrever a transferência de energia entre uma superfície e um fluido em movimento sobre esta. Embora a difusão (movimento aleatório das moléculas do fluido) contribua para este tipo de transferência, a contribuição dominante é a provocada pelo movimento geral, de massa, das partículas do fluido.

No tratamento sobre a convecção, existem dois objetivos maiores. Além de se pretender adquirir entendimento sólido sobre os mecanismos físicos que estão subjacentes à transferência convectiva, deseja-se também desenvolver os meios de efetuar os cálculos da transferência convectiva. Neste capítulo, são introduzidos os efeitos da transferência convectiva de massa, analogamente com os da transferência convectiva de calor. Na transferência de massa pela convecção, o movimento geral do fluido combina-se com a difusão para promover o transporte de uma espécie, na qual existe um gradiente de concentração.

4.1 - O Problema da Transferência Convectiva

Considere o escoamento nas condições da Figura 4.1a.

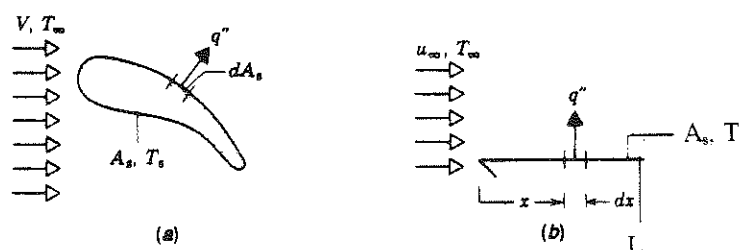


Figura 4.1 - Efeitos local e total da transferência convectiva de calor:
(a) superfície com forma arbitrária; (b) chapa plana.

O fluido, com velocidade V e temperatura T_∞ escoa sobre uma superfície de forma arbitrária e de área A . A superfície, por hipótese, está a uma temperatura uniforme T_s e, se $T_s \neq T_\infty$, ocorrerá a transferência convectiva de calor. O *fluxo de calor local* q'' pode exprimir-se como:

$$q'' = h \cdot (T_s - T_\infty) \quad (4.1)$$

onde h é o *coeficiente local de convecção*. Em virtude de as condições de escoamento variarem de ponto para ponto sobre a superfície, q'' e também h se diversificarão ao longo

desta superfície. A taxa total de transferência de calor q pode ser obtida pela integração dos fluxos locais sobre toda a superfície, ou seja,

$$q = \int_{A_s} q'' dA, \quad (4.2)$$

ou, pela equação (4.1)

$$q = (T_s - T_\infty) \int_{A_s} h dA, \quad (4.3)$$

Definindo-se o coeficiente médio de convecção $\bar{h}$ para toda a superfície, a taxa total de transferência de calor pode exprimir-se na forma

$$q = \bar{h} \cdot A_s (T_s - T_\infty) \quad (4.4)$$

Mediante a igualdade das equações (4.3) e (4.4), conclui-se que os coeficientes médios e local de convecção estão relacionados pela expressão:

$$\bar{h} = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h dA, \quad (4.5)$$

No caso especial do escoamento sobre uma chapa plana (Figura 4.1b), h varia com a distância x da borda frontal e a equação (4.5) se reduz a

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h dx \quad (4.6)$$

Resultados semelhantes podem ser conseguidos para a transferência convectiva de massa. Se um fluido, com a concentração molar desta espécie $C_{A,\infty}$ [kmol/m³] escoa sobre uma superfície na qual a concentração da espécie A se mantém com um valor uniforme $C_{A,s} \neq C_{A,\infty}$ (Figura 4.2a), ocorrerá a transferência convectiva da espécie considerada.

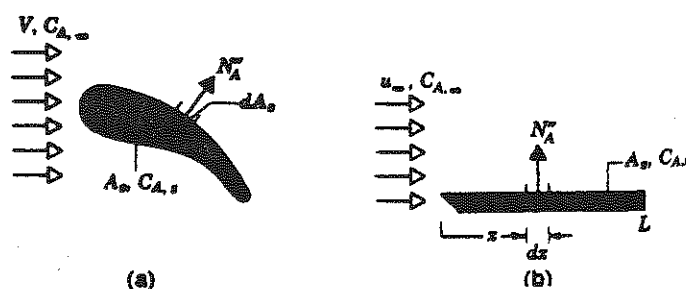


Figura 4.2 - Efeitos local e total da transferência convectiva de massa:
(a) superfície com forma arbitrária; (b) chapa plana.

A espécie A, num caso típico, é um vapor que se transfere para uma corrente de gás em virtude da evaporação, ou da sublimação, de uma superfície líquida ou sólida respectivamente, e o nosso interesse é determinar a taxa desta transferência. Como no caso da transferência de calor, o cálculo pode se basear no uso de um coeficiente de convecção

Em particular, pode-se relacionar o fluxo molar da espécie A ao produto de um coeficiente de transferência por uma diferença de concentração. Tendo em vista a Figura 4.2, o fluxo molar da espécie A (N_A'' [kmol/s m²]) pode exprimir-se como

$$N_A'' = h_m \cdot (C_{A,s} - C_{A,\infty}) \quad (4.7)$$

onde h_m [m/s] é o *coeficiente de transferência convectiva de massa*. A taxa total da transferência molar de massa para uma superfície, N_A [kmol/s], fica então expressa por:

$$N_A = \bar{h}_m \cdot A_s \cdot (C_{A,s} - C_{A,\infty}) \quad (4.8)$$

onde os coeficientes médio e local da transferência convectiva de massa estão relacionados pela equação:

$$\bar{h}_m = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} h_m dA_s \quad (4.9)$$

Numa chapa plana, Figura 4.2b, segue-se que

$$\bar{h}_m = \frac{1}{L} \int_0^L h_m dx \quad (4.10)$$

A transferência de uma espécie química também pode ser expressa como o fluxo de massa n_A'' [kg/s m²], ou como a taxa de transferência de massa n_A [kg/s], pela simples multiplicação dos dois membros das equações (4.7) e (4.8) pela massa molecular M_A [kg/mol] da espécie A. Assim,

$$n_A'' = h_m (\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) \quad (4.11)$$

$$\text{e} \quad n_A = \bar{h}_m A_s (\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}) \quad (4.12)$$

onde ρ_A [kg/m³] é a massa específica da espécie A.

A fim de se efetuar o cálculo de transferência convectiva de massa, é necessário determinar os valores de $C_{A,s}$, ou de $\rho_{A,s}$. Esta determinação se faz com facilidade observando-se que na interface do gás com a fase sólida, ou líquida, existe o equilíbrio termodinâmico. A existência deste equilíbrio impõe a igualdade entre a temperatura da interface T_s . Uma segunda consequência é a de o vapor estar *saturado*, e neste caso, as tabelas termodinâmicas (como a Tabela A.6 para a água) podem ser usadas para se obter as densidades a partir do conhecimento de T_s . Com uma boa aproximação, a concentração molar do vapor na superfície pode também ser determinada a partir da pressão de vapor, mediante a lei dos gases perfeitos:

$$C_{A,s} = \frac{p_{\text{sat}}(T_s)}{R \cdot T_s} \quad (4.13)$$

onde R é a constante universal dos gases e $p_{sat}(T_s)$ é a pressão de vapor correspondente à saturação na temperatura T_s . A densidade do vapor e a concentração molar estão relacionadas por $\rho_A = M_A \cdot C_A$.

Em qualquer problema de convecção, o fluxo local de transferência, a taxa total de transferência, ou ambos, são de importância preeminente. Estas grandezas são determinadas pelas equações das taxas (equações 4.1, 4.4, 4.7 e 4.8) que dependem do conhecimento dos coeficientes local e médio. Por isso, a determinação desses coeficientes é considerada o *problema de convecção*, que por sinal não é simples, pois além de dependerem de *diversas propriedades do fluido* - densidade, viscosidade, condutividade térmica e calor específico - os coeficientes dependem também da *geometria da superfície* e das *condições de escoamento*. Esta multiplicidade de variáveis independentes surge devido a transferência convectiva ser determinada pelas *camadas limites* que se desenvolvem sobre a superfície.

Exemplo 4.1

Os resultados experimentais da medida do coeficiente local de transferência convectiva de calor h_x , num escoamento sobre uma chapa plana, com superfície muito áspera, mostraram que se pode adotar a relação $h_x(x) = ax^{-0.1}$, onde a [$\text{W}/\text{m}^{1.9}\cdot\text{K}$] é um coeficiente e x [m] é a distância medida a partir da borda frontal da chapa.

1. Deduzir a expressão da razão entre o coeficiente médio de transferência de calor $\bar{h}_x$, sobre uma chapa de comprimento x , e o coeficiente local de transferência de calor h_x , no ponto x .
2. Mostrar *qualitativamente* a variação de h_x e de $\bar{h}_x$ em função de x .

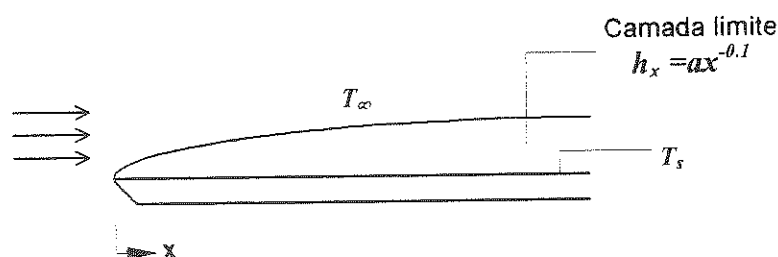
Solução:

Dados: A variação do coeficiente local de transferência de calor $h_x(x)$.

Incógnitas:

1. A razão entre o coeficientes médio $\bar{h}_x$ e local $h_x(x)$ de transferência de calor.
2. A variação gráfica de h_x , e de $\bar{h}_x$, com x .

Esquema:



Análise:

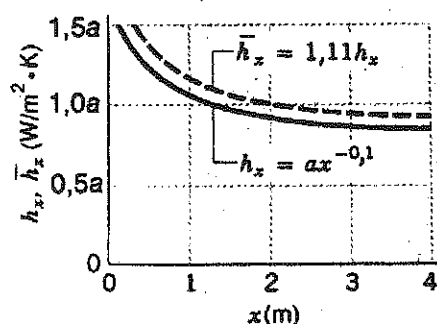
1. Pela equação (4.6), o valor médio do coeficiente de transferência convectiva de calor sobre a região de 0 até x é

$$\bar{h}_x = \bar{h}_x(x) = \frac{1}{x} \int_0^x h_x(x) dx$$

Com a expressão do coeficiente local $h_x(x) = ax^{-0,1}$ e a integração dá:

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x} \int_0^x ax^{-0,1} dx = \frac{a}{x} \int_0^x x^{-0,1} dx = \frac{a}{x} \left(\frac{x^{+0,9}}{0,9} \right) = 1,11ax^{-0,1} \quad \therefore \quad \bar{h}_x = 1,11h_x$$

2. A variação de h_x e de $\bar{h}_x$ é a seguinte:



Comentários: O desenvolvimento da camada limite provoca a diminuição dos coeficientes local e médio com o aumento da distância à borda frontal. O coeficiente médio até x deve, por isso, ser maior que o valor local em x .

4.2 - As Camadas Limites da Convecção

4.2.1 - A Camada Limite Cinética

A fim de introduzir o conceito de camada limite, considere o escoamento sobre a chapa plana da Figura 4.3.

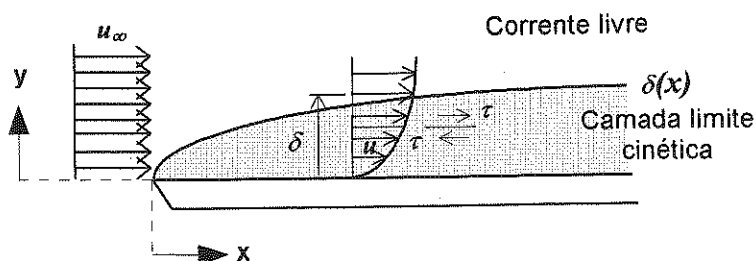


Figura 4.3 - Desenvolvimento da camada limite cinética sobre uma chapa plana.

Quando as partículas do fluido entram em contato com a superfície, a velocidade que assumem é nula. Essas partículas retardam então o movimento das que estão na camada vizinha do fluido, que por sua vez, retardam o movimento das partículas na camada subsequente, e assim sucessivamente, até que, a uma distância $y = \delta$ da superfície, o efeito se torna desprezível. Este retardo do movimento do fluido é uma consequência das *tensões de cisalhamento* τ que atuam nos planos paralelos à velocidade do fluido (Figura 4.3). Com isso, o aumento da velocidade do fluido u deve então crescer até atingir o valor u_∞ da corrente livre. O índice ∞ é usado para indicar as condições da *corrente livre*, fora da camada limite.

A grandeza δ é a espessura da camada limite e se define nos casos típicos como o valor de y para o qual $u = 0,99u_\infty$. O *perfil de velocidade na camada limite* representa a variação de u com y na camada limite. Assim, o escoamento do fluido se caracteriza por duas regiões distintas: uma camada delgada do fluido (a camada limite), na qual os gradientes da velocidade e das tensões de cisalhamento são grandes; e uma região externa à camada limite na qual a velocidade e as tensões de cisalhamento têm gradientes desprezíveis. Com o aumento da distância em relação à borda frontal da chapa, os efeitos da viscosidade atingem mais profundamente a corrente livre, e com isso a camada limite aumenta (δ aumenta com x).

Em virtude de referir-se à velocidade do fluido, a camada limite que se descreveu pode ser denominada mais especificamente como a *camada limite cinética*. Ela se desenvolve sempre que um fluido escoar sobre uma superfície e tem importância fundamental nos problemas que envolvem o transporte convectivo. Na Mecânica dos Fluidos, o seu significado para o engenheiro provém das relações que guarda com a tensão de cisalhamento na superfície τ_s , ou seja, com os efeitos do atrito na superfície. No escoamento externo a um corpo, ela proporciona a base para a determinação do *coeficiente de atrito local* C_f

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho \cdot u_\infty^2 / 2} \quad (4.14)$$

o qual é um parâmetro adimensional decisivo de onde se pode determinar o arraste provocado pelo atrito na superfície. Admitindo *fluido newtoniano*, a tensão de cisalhamento na superfície pode ser calculada pelo conhecimento do gradiente de velocidade na superfície

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (4.15)$$

onde μ é uma propriedade do fluido conhecida como *viscosidade dinâmica*.

4.2.2 - A Camada Limite Térmica

Assim como uma camada limite cinética se instala quando houver o escoamento de um fluido sobre uma superfície, a *camada limite térmica* deve se desenvolver quando as temperaturas da corrente livre e da superfície forem diferentes. Considere o escoamento sobre uma chapa plana, isotérmica (figura 4.4).

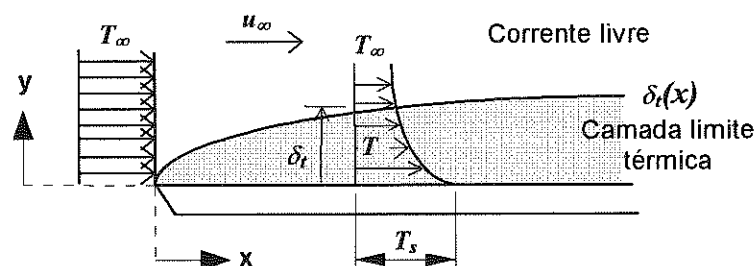


Figura 4.4 - Desenvolvimento da camada limite térmica sobre uma chapa isotérmica.

Na borda frontal, o *perfil de temperatura* é uniforme, com $T(y) = T_\infty$. No entanto, as partículas do fluido que entram em contato com a chapa ficam em equilíbrio térmico na temperatura da superfície da chapa. Por sua vez, essas partículas trocam energia com as da camada de fluido adjacente desenvolvendo assim gradientes de temperatura deste. A região do fluido na qual existem tais gradientes é a camada limite térmica, e a sua espessura δ_t é definida nos casos típicos como o valor de y para o qual a razão $(T_s - T)/(T_s - T_\infty) = 0,99$. Com o aumento da distância à borda frontal da chapa, os efeitos da transferência de calor penetram mais profundamente na corrente livre, e a camada limite térmica aumenta.

É facilmente possível demonstrar a relação entre as condições nessa camada limite e o coeficiente de transferência convectiva de calor. A qualquer distância x da borda frontal da chapa, o fluxo *local* de calor pode ser obtido mediante a Lei de Fourier aplicada ao *fluido* em $y = 0$. Isto é:

$$q_s'' = -k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (4.16)$$

Esta expressão é apropriada pois *na superfície não há movimento do fluido e a transferência de energia ocorre somente por condução*. A combinação da equação (4.16) com a lei do resfriamento de Newton (equação 4.1) dá

$$h = \frac{-k_f \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{T_s - T_\infty} \quad (4.17)$$

Então, as condições nas camadas limites cinética e térmica, que influenciam fortemente o gradiente de temperatura na parede $\partial T / \partial y|_{y=0}$, determinam a taxa de transferência de calor através dessa camada. Uma vez que $(T_s - T_\infty)$ é uma constante independente de x , e enquanto δ_t aumenta com o aumento de x , os gradientes de temperatura na camada limite devem diminuir com tal aumento. Desta forma, a grandeza $\partial T / \partial y|_{y=0}$ diminui e com isso, q'' e h também diminuem com o aumento de x .

4.2.3 - A Camada Limite de Concentração

Da mesma forma que as camadas limites cinéticas e térmicas determinam o atrito na parede e a transferência convectiva de calor, a *camada limite de concentração* determina a transferência convectiva de massa. Se uma mistura binária das espécies químicas A e B escorre sobre uma superfície, e se a concentração da espécie A na superfície $C_{A,s}$ difere da concentração da corrente livre $C_{A,\infty}$, haverá o desenvolvimento de uma camada limite de concentração. É a região do fluido na qual existem gradientes de concentração cuja espessura δ_c define-se como o valor de y para o qual $(C_{A,s} - C_A) / (C_{A,s} - C_{A,\infty}) = 0,99$. A transferência convectiva de uma espécie química, entre a superfície e a corrente livre de fluido, é determinada pelas condições nessa camada limite.

A relação entre a transferência convectiva de uma espécie e a concentração na camada limite pode ser demonstrada considerando-se, inicialmente, que o fluxo molar associado à transferência difusiva da espécie é determinado por uma expressão análoga à Lei de Fourier que traduz a Lei de Fick e tem a forma:

$$N_A'' = -D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial y} \quad (4.18)$$

onde D_{AB} é a propriedade da mistura binária conhecida como o *coeficiente de difusão binário*. Em qualquer ponto correspondente a $y > 0$ (camada limite de concentração da Figura 4.5), a transferência das espécies se deve ao movimento geral do fluido e à difusão. No entanto, em $y = 0$, não há movimento do fluido, e a transferência das espécies ocorre somente por difusão.

Com a Lei de Fick em $y = 0$, o fluxo de uma espécie, a qualquer distância da borda frontal da chapa, é então

$$N_A'' = D_{AB} \left. \frac{\partial C_A}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (4.19)$$

Combinando as equações (4.7) e (4.19), vem

$$h_m = \frac{-D_{AB} \left. \frac{\partial C_A}{\partial y} \right|_{y=0}}{C_{A,s} - C_{A,\infty}} \quad (4.20)$$

Portanto, as condições na camada limite de concentração que influenciam fortemente o gradiente de concentração na superfície $\partial C_A / \partial y|_{y=0}$, afetarão também o coeficiente de transferência convectiva de massa e, conseqüentemente, a taxa de transferência da espécie na camada limite.

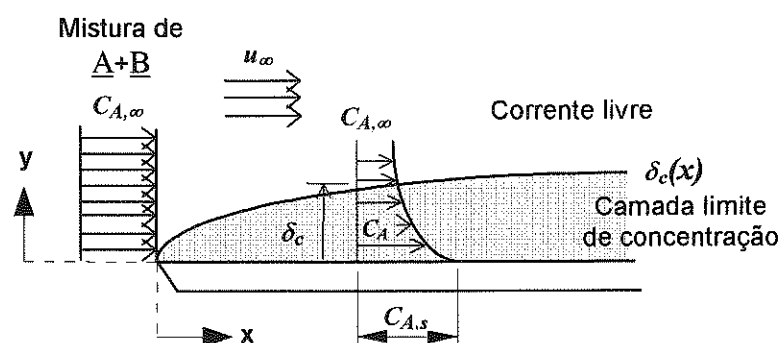


Figura 4.5 - Desenvolvimento da camada limite de concentração sobre uma superfície plana.

Os resultados anteriores se exprimem também numa base de massa em lugar da base molar. Multiplicando os dois membros da equação (4.18) pela massa molecular da espécie (M_A), o fluxo de massa devido à difusão é

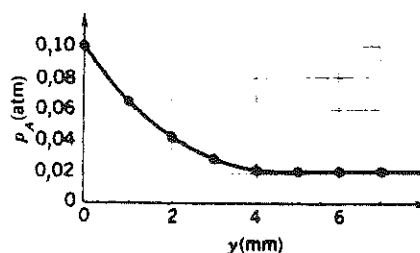
$$n_A'' = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} \quad (4.21)$$

Usando esta equação em $y = 0$, e combinando-a com a equação (4.11), vem

$$h_m = \frac{-D_{AB} \left. \frac{\partial \rho_A}{\partial y} \right|_{y=0}}{\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}} \quad (4.22)$$

Exemplo 4.2

Num determinado ponto da superfície da água que está numa bandeja, foram feitas medidas da pressão do vapor de água p_A [atm] em função da distância y à superfície. Os resultados estão no gráfico seguinte.



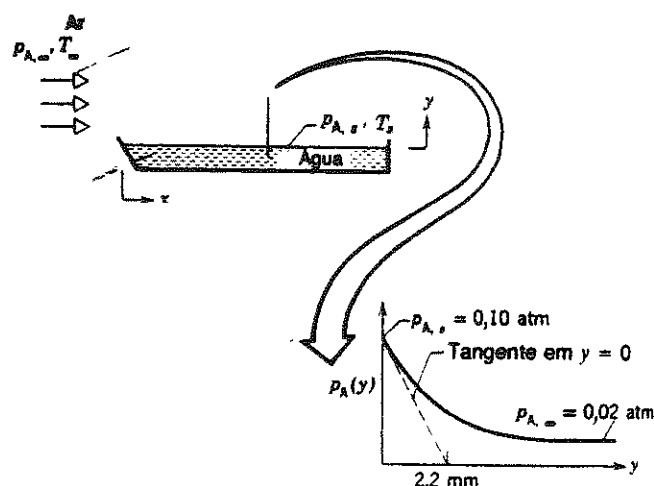
Determinar o coeficiente de transferência convectiva de massa $h_{m,x}$ neste ponto.

Solução:

Dados: A pressão parcial do vapor de água p_A em função da distância y a um certo ponto na superfície de uma camada de água.

Incógnita: O coeficiente de transferência convectiva de massa no ponto determinado.

Esquema:



Hipóteses:

1. O vapor de água pode ser considerado um gás perfeito.
2. As condições são isotérmicas

Propriedades:

- Tabela A.6, vapor de água saturado (0,1 atm = 0,101 bar): $T_s = 319$ K.
- Tabela A.8, vapor de água-ar (319 K):

$$D_{AB}(319 \text{ K}) = D_{AB}(298 \text{ K}) \times (319 \text{ K} / 298 \text{ K})^{3/2} = 0,288 \times 10^{-4} \text{ m/s.}$$

Análise: Pela equação (4.22), o coeficiente de transferência convectiva de massa é

$$h_{m,x} = \frac{-D_{AB} \cdot \left(\partial p_A / \partial y \right)_{y=0}}{\rho_{A,s} - \rho_{A,\infty}}$$

ou, tratando o vapor como um gás perfeito

$$p_A = \rho_A \cdot R \cdot T$$

e em condições isotérmicas (T constante):

$$h_{m,x} = \frac{-D_{AB} \cdot \left(\frac{\partial p_A}{\partial y} \right)_{y=0}}{p_{A,s} - p_{A,\infty}}$$

A partir da distribuição experimental da pressão de vapor

$$\left. \frac{\partial p_A}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{0 - 0,1}{0,0022 - 0} = -45,5 \text{ atm/m}$$

Então,

$$h_{m,x} = \frac{-0,288 \times 10^{-4} \cdot (-45,5)}{0,1 - 0,02} = 0,0164 \text{ m/s}$$

Comentários: A partir do equilíbrio termodinâmico na interface líquido-vapor, a temperatura interfacial foi determinada pela Tabela A.6.

4.2.4 - Significado das Camadas Limites

Em resumo, a camada limite cinética tem a espessura $\delta(x)$ e se caracteriza pela presença de gradientes de velocidades e tensões de cisalhamento. A camada limite térmica tem a espessura $\delta_t(x)$ e se caracteriza pelos gradientes de temperatura e pela transferência de calor. Finalmente, a camada limite de concentração tem a espessura $\delta_c(x)$ e se caracteriza pelos gradientes de concentração e pela transferência de espécies químicas. Para o engenheiro, as principais manifestações das três camadas limites são, respectivamente, o *atrito superficial*, a *transferência convectiva de calor* e a *transferência convectiva de massa*. Os parâmetros chave das camadas limites são então o *coeficiente de atrito* C_f , o *coeficiente de transferência convectiva de calor* h e o *coeficiente de transferência convectiva de massa* h_m .

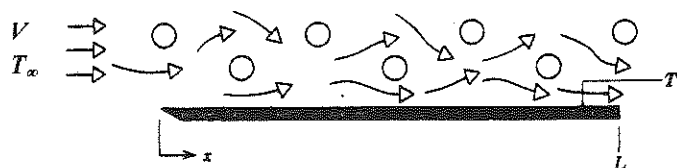
No escoamento de um fluido sobre qualquer superfície, existe sempre uma camada limite cinética e portanto, existe sempre atrito na superfície. No entanto, a camada limite térmica e, portanto, a transferência convectiva de calor só existem se a superfície e a corrente livre tiverem temperaturas diferentes. Analogamente, só existirão a camada limite de concentração e a transferência convectiva de massa se a concentração na superfície de uma espécie for diferente da concentração dessa espécie na corrente livre. Podem ocorrer situações nas quais todas as três camadas limites estejam presentes. Nestes casos, as camadas limites raramente se estabelecem à mesma taxa e os valores de δ , de δ_t e de δ_c , num certo ponto x , não são iguais.

Referências

- [1] Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, 7th ed., McGraw - Hill, New York, 1979.
- [2] Bird, R. B., Stewart, W. E. and Lighfoot, E. N. *Transport Phenomena*, Chapters 10 and 18, Wiley, New York, 1966.
- [3] Eckert, E. R. G., and Drake Jr., R. M., *Analysis of Heat and Mass Transfer*, McGraw - Hill, New York, 1973, pp. 270 - 275.
- [4] Hartnett, J. P., "Mass Transfer Cooling", in W. M. Rohsenow and J. P. Hartnett, Eds., *Handbook of Heat Transfer*, McGraw - Hill, New York, 1973.
- [5] Kays, W. M., and M. E. Crawford, *Convective Heat and Mass Transfer*, McGraw - Hill, New York, 1980.
- [6] Shah, R. K., and A. L. London, *Laminar Flow Forced Convection in Ducts*, Academic Press, New York, 1978.
- [7] Burmeister, L. C., *Convective Heat Transfer*, Wiley - Interscience, New York, 1983.
- [8] Roache, P. J., *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Publishers, Albuquerque, NM, 1976.
- [9] Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corp., New York, 1980.
- [10] Fox, R. W., and A. T. McDonald, *Introduction to Fluid Mechanics*, Wiley, New York, 1978.
- [11] Colburn, A. P., *Trans. Am. Inst. Chem. Eng.*, 29, 174, 1933.
- [12] Chilton, T. H., and A. P. Colburn, *Ind. Eng. Chem.*, 26, 1183, 1934.
- [13] Hinze, J. O., *Turbulence*, 2nd ed., McGraw - Hill, New York, 1975.
- [14] Laufer, B. E., and D. B. Spalding, *Mathematical Models of Turbulence*, Academic Press, New York, 1972.
- [15] Bradshaw, P., T. Cebeci, and J. Whitelaw, *Engineering Computational Methods for Turbulent Flow*, Academic Press, New York, 1981.

Exercícios Propostos

- 4.1 - Num escoamento laminar sobre uma chapa, o coeficiente local de transferência de calor h_x varia com $x^{-1/2}$, onde x é a distância à borda frontal da chapa ($x = 0$). Qual a razão entre o *coeficiente médio*, sobre a distância da borda frontal até um certo ponto x na chapa, e o *coeficiente local* em x ?
- 4.2 - Numa convecção livre laminar sobre uma superfície vertical aquecida, o coeficiente local de convecção pode ser expresso como $h_x = Cx^{-1/4}$, onde h_x é o coeficiente no ponto à distância x da borda frontal da superfície e o parâmetro C , que depende das propriedades do fluido, é independente de x . Determinar a expressão da razão $\bar{h}_x/h_x$, onde $\bar{h}_x$ é o coeficiente médio entre a borda frontal ($x = 0$) e o ponto x . Fazer o gráfico da variação de h_x e de $\bar{h}_x$ com x .
- 4.3 - Um jato de gás quente com seção reta circular a T_∞ , incide normalmente numa chapa circular que tem o raio r_0 e mantida na temperatura uniforme T_s . O gás flui sobre a chapa, com simetria axial, e provoca um coeficiente de transferência convectiva de calor que tem uma dependência radial da forma $h(r) = a + br^n$, onde a , b e n são constantes. Determinar a taxa de transferência de calor para a chapa, exprimindo o resultado em termos de T_∞ , T_s , r_0 , a , b , n .
- 4.4 - O escoamento paralelo do ar atmosférico sobre uma chapa plana com comprimento de $L = 3\text{ m}$ é perturbado por um conjunto de barras estacionárias colocadas acima da chapa. As medidas, em laboratório, do coeficiente local de convecção na superfície da chapa foram feitos com valores determinados de V e de $T_s > T_\infty$ e correlacionados por uma expressão da forma $h_x = 0,7 + 13,6x - 3,4x^2$, com h_x em $[\text{W}/\text{m}^2\text{K}]$ e x em $[\text{m}]$.



- (a) Estimar o coeficiente médio de convecção h_L sobre toda a chapa
- (b) Estimar a razão $\bar{h}_L/h_L$ na borda traseira da chapa.

Apêndice A

PROPRIEDADES TERMOFÍSICAS DA MATÉRIA¹

Tabela

- A.1 *Propriedades Termofísicas de Alguns Sólidos Metálicos*
- A.2 *Propriedades Termofísicas de Alguns Sólidos Não-Metálicos*
- A.3 *Propriedades Termofísicas de Metais Comuns*
 - Materiais de Construção*
 - Materiais e Sistemas Isolantes*
 - Isolamento Industrial*
 - Outros Materiais*
- A.4 *Propriedades Termofísicas de Gases na Pressão Atmosférica*
- A.5 *Propriedades Termofísicas de Fluidos Saturados*
 - Líquidos Saturados*
 - Líquido-vapor Saturado, 1 atm*
- A.6 *Propriedades Termofísicas da Água Saturada*
- A.7 *Propriedades Termofísicas de Metais Líquidos*
- A.8 *Coefficiente de Difusão Binário a 1 atm*
- A.9 *Constante de Henry para Alguns Gases em Água, a Pressão Moderada*
- A.10 *Solubilidade de Gases em Sólidos*

¹ A conversão adotada para apresentar os valores numéricos das grandezas fica ilustrada pelo seguinte exemplo:

T (K)	$\nu \cdot 10^7$ (m ² /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m·K)
300	0,349	521

significa $\nu = 0,349 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ e $k = 521 \times 10^{-3} = 0,521 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ a $T = 300 \text{ K}$

Tabela A.1 Propriedades termofísicas de alguns sólidos metálicos*

COMPOSIÇÃO	PONTO DE FUSÃO (K)	PROPRIEDADES A 300 K					PROPRIEDADES A VÁRIAS TEMPERATURAS (K)									
		ρ (kg·m ⁻³)	ρ_s (20 kg·K)	α (W/m·K)	α (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	α (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500
		ρ (10 ⁻³ g·cm ⁻³)	ρ_s (10 ⁻³ g·cm ⁻³)	α (W/m·K)	α (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	α (10 ⁻⁶ K ⁻¹)										
Alumínio																
Puro	933	2702	903	237	97,1	302	302	237	240	231	218					
Liga 2024-T6 (4,5% Cu, 1,5% Mg, 0,6% Mn)	775	2770	875	177	73,0	65	482	798	949	1033	1146					
Liga 195, Fundida (4,5% Cu)	2790	883	168	68,2		473	473	787	923	1042						
Berílio	1550	1850	1825	200	59,2	990	990	301	161	126	106	90,8	78,7	3519		
Bismuto	545	9780	122	1,86	6,59	16,5	203	1114	2191	2604	2823	3018	3277			
Boro	2573	2500	1107	27,0	9,76	128	128	600	1463	1892	2160	2338				
Cádmio	594	8650	231	96,8	48,4	203	99,3	94,7								
Chumbo	601	11340	129	35,3	24,1	39,7	36,7	34,0	31,4							
Cobalto	1769	8862	421	99,2	26,6	167	122	85,4	67,4	58,2	52,1	49,3	42,5	674		
Cobre																
Puro	1358	8933	385	401	117	482	413	393	379	366	352	339				
Bronze comercial (90% Cu, 10% Al)	1293	8800	420	52	14	252	356	397	417	433	451	480				
Bronze fosforoso de engrenagens (89% Cu, 11% Sn)	1104	8780	355	54	17		41	65	74							
Latão para cartuchos (latão 71) (70% Cu, 30% Zn)	1188	8530	380	110	33,9	75	95	137	149							
Constantan (55% Cu, 45% Ni)	1493	8920	384	23	6,71	17	19									
Cromo	2118	7160	449	93,7	29,1	159	111	90,9	80,7	71,3	65,4	61,9	57,2	49,4		
Essanho	505	7310	227	66,6	40,1	118	215	243								
Ferro																
Puro	1810	7870	447	80,2	23,1	134	94,0	69,5	54,7	43,3	32,8	28,3	22,1	654		
Armco (99,75% puro)	7870	7870	447	72,7	20,7	95,6	80,6	65,7	53,1	42,2	32,3	28,7	21,4	654		
Aço carbono																
Neo-ligado (Mn $\leq$ 1%, Si $\leq$ 0,1%)	7854	7854	434	60,5	17,7	56,7	48,0	39,2	30,0							
AISI 1010	7832	7832	434	63,9	18,8	58,2	48,8	39,2	31,3							
Carbono-aço (Mn $\leq$ 1%, 0,1% < Si $\leq$ 0,6%)	7817	7817	446	51,9	14,9	49,8	44,0	37,4	29,3							
Carbono-manganes-aço (1% < Mn $\leq$ 1,65%, 0,1% < Si $\leq$ 0,6%)	8131	8131	434	41,0	11,6	42,2	39,7	35,0	27,6							
Aço de baixo carbono 0,5 Cr-0,25 Mo-Si (0,18% C, 0,65% Cr, 0,25% Mo, 0,6% Si)	7882	7882	444	37,7	10,9	38,2	36,7	33,3	26,9							
1 Cr-0,5 Mo (0,16% C, 1% Cr, 0,54% Mo, 0,39% Si)	7858	7858	442	42,3	12,2	42,0	39,1	34,5	27,4							
1 Cr-V (0,2% C, 1,02% Cr, 0,15% V)	7836	7836	443	48,9	14,1	46,8	42,1	36,3	28,2							
Aço inoxidáveis																
AISI 302	8055	8055	480	15,1	3,91	17,3	20,0	22,8	25,4							
AISI 304	1670	7900	477	14,9	3,95	16,6	19,8	22,6	25,4							
AISI 316	8238	8238	468	13,4	3,48	15,2	18,3	21,3	24,2							
AISI 347	7978	7978	480	14,2	3,71	15,8	18,9	21,9	24,7							
Germânio	1211	5360	322	59,9	34,7	232	96,8	43,2	27,3	19,8	17,4	17,4	395			
Índio	2720	22500	130	147	50,3	172	153	144	138	132	126	120	111			
Magnésio	923	1740	1024	156	87,6	169	159	153	149	146						
Molibdênio	2894	10240	251	138	53,7	179	143	134	126	118	112	105	98			
Níobio	2741	8570	265	53,7	23,6	55,2	52,6	52,6	52,6	52,6	52,6	52,6	52,6			
Níquel																
Puro	1728	8900	444	90,7	23,0	164	107	80,2	65,6	67,6	71,8	76,2	82,6			
Nichrome (80% Ni, 20% Cr)	1672	8400	420	12	3,4	232	383	485	592	530	562	594	616			
Inconel X-750 (75% Ni, 15% Cr, 6,7% Fe)	1665	8510	439	11,7	3,1	8,7	10,3	13,5	17,0	20,5	24,0	27,6	33,0			
Ouro	1336	19300	129	317	127	327	323	311	298	284	270	255	235			

Tabela A.1 Propriedades termofísicas de alguns sólidos metálicos* (cont.)

COMPOSIÇÃO	PONTO DE FUSÃO (K)	PROPRIEDADES A 300 K										PROPRIEDADES A VARIAS TEMPERATURAS (K)									
		ρ (g/cm ³)	c_p (J/kg K)	α (1/m K)	ν (10 ¹⁰ m/s)	κ (W/m K)	λ (W/m K)	σ (10 ¹⁰ m/s)	ν (10 ¹⁰ m/s)	κ (W/m K)	λ (W/m K)	σ (10 ¹⁰ m/s)	ν (10 ¹⁰ m/s)	κ (W/m K)	λ (W/m K)	σ (10 ¹⁰ m/s)	ν (10 ¹⁰ m/s)	κ (W/m K)	λ (W/m K)	σ (10 ¹⁰ m/s)	ν (10 ¹⁰ m/s)
Paládio	1827	12020	244	71,8	24,5	76,5	71,6	70,1	86,9	94,2	102	110	30	110	30	110	30	110	30	110	30
Platina	2045	21450	133	71,6	25,1	77,5	72,6	71,8	73,2	75,6	78,1	80,6	83,1	85,6	88,1	90,6	93,1	95,6	98,1	100,6	103,1
Puro	1800	16630	162	47	17,4	100	125	136	141	146	151	156	161	166	171	176	181	186	191	196	201
Liga 60Pt-40Rh (60% Pt, 40% Rh)	1235	10500	235	429	174	444	430	425	412	396	379	361	343	325	307	289	271	253	235	217	199
Prata	3453	21100	136	47,9	16,7	58,9	51,0	46,1	44,2	44,1	44,1	44,1	44,1	44,1	44,1	44,1	44,1	44,1	44,1	44,1	44,1
Rênio	2236	12450	243	150	49,6	186	154	146	136	127	121	116	110	104	98	92	86	80	74	68	62
Ródio	1685	2330	712	148	89,2	884	264	264	264	264	264	264	264	264	264	264	264	264	264	264	264
Silício	3289	16600	140	57,5	24,7	59,2	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5	57,5
Tântalo	1943	4500	522	21,9	9,32	30,5	24,5	20,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4
Tungstênio	3660	19300	132	174	68,3	208	186	159	137	125	118	113	107	102	96	90	84	78	72	66	60
Uranio	1406	19070	116	27,6	12,5	21,7	25,1	29,6	34,0	38,8	43,9	49,0	54,0	58,9	63,8	68,7	73,6	78,5	83,4	88,3	93,2
Vanádio	2192	6100	489	30,7	10,2	35,8	31,7	27,6	23,5	19,4	15,3	11,2	7,1	3,0	1,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3
Zinco	693	7140	389	116	41,8	117	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116	116
Zircônio	2125	6570	278	22,7	12,4	20,5	26,4	30,0	33,2	36,2	39,2	42,2	45,2	48,2	51,2	54,2	57,2	60,2	63,2	66,2	69,2

*Adaptada das referências bibliográficas 1-3.

Tabela A.2 Propriedades termofísicas de alguns sólidos não-metálicos*

COMPOSIÇÃO	PONTO DE FUSÃO (K)	PROPRIEDADES A 300 K					PROPRIEDADES A VARIAS TEMPERATURAS (K)											
		ρ (g/cm ³)	c_p (J/kg K)	α (1/m K)	κ (W/m K)	ν (10 ¹⁰ m/s)	100	200	400	600	800	1000	1200	1500	2000	2500		
Boro	2573	2500	1105	27,6	9,99	190	55,2	18,7	11,3	8,1	6,3	5,2						
Carbeto de silício	3100	3160	675	490	230	—	—	1490	1880	2135	2350	2555	30					
Carbeto Amorf	1500	1950	—	1,60	—	0,67	1,18	1,89	2,19	2,37	2,53	2,84	3,48	—				
Diamante, isolante tipo Ia	—	3500	509	2300	10000	4000	1540	—	—	—	—	—	—	—				
					21	194	853											
Dióxido de silício, cristalino (quartzo)	1883	2650				39	16,4	7,6	5,0	4,2								
k - ao eixo c				10,4		20,8	9,5	4,70	3,4	3,1								
k - ao eixo a				6,21		—	—	885	1075	1250								
c_p			745			—	—	—	—	—								
			745	1,38	0,834	0,69	1,14	1,51	1,75	2,17	2,87	4,00						
Dióxido de silício, policristalino (silica fundida)	1883	2228				—	—	905	1040	1105	1155	1195						
			710	8,4	2,8	—	—	7,01	5,02	3,94	3,46	3,28						
Dióxido de titânio, policristalino	2133	4157				—	—	805	880	930	945							
			235	13	6,1	—	—	10,2	6,6	4,7	3,68	3,12	2,75	2,5				
Dióxido de zircônio	3573	9110				—	—	255	274	285	295	300	315	330				
Enxofre	392	2070	708	0,206	0,141	0,165	0,185											
						403	606											

Tabela A.2 Propriedades termofísicas de alguns sólidos não-metálicos* (cont.)

COMPOSIÇÃO	PROPRIEDADES A 300 K					PROPRIEDADES A VÁRIAS TEMPERATURAS (K)						
	PUNTO DE FUSÃO (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (J/kg·K)	λ (W/m·K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m ² /s)	λ (W/m·K)	c_p (J/kg·K)	λ (W/m·K)	c_p (J/kg·K)	λ (W/m·K)	c_p (J/kg·K)	λ (W/m·K)
Epóxi com fibras de boro (30% volumares)	590	2080		2,29		2,29		2,10	2,23	2,28		
k, λ as fibras			1122	0,59		0,37	0,49	0,60				
k, λ as fibras						364	757	1451				
c_p						5,7	8,7	13,0				
Epóxi com fibras de grafita (25% volumares)	450	1400		11,1		0,46	0,68	1,11				
k, λ as fibras			935	0,87		357	642	1216				
k, λ as fibras						4970	3230	1390	802	66*	534	448
c_p						16,8	9,25	4,09	2,68	2,01	1,60	1,34
Grafita, parafina	2273	2210		1950		136	411	992	1406	1650	1793	1890
k, λ as camadas			709	5,70								1974
k, λ as camadas												2043
c_p												7,16
Níquel de silício	2173	2400	691	16,0	9,65	—	578	13,9	9,88	8,76	1155	1226
Óxido de alumínio, policristalino	2323	3970	765	36,0	11,9	—	—	26,4	15,8	10,4	7,85	6,55
Óxido de alumínio, safira	2323	3970	765	46	15,1	—	—	32,4	18,9	13,0	10,5	—
Óxido de berílio	2725	3000	1030	272	86,0	—	—	940	111,0	1180	1225	—
c_p						196	111	70	47	2055	2145	2750
Proceram, Corning 9806	1623	2600	806	3,98	1,89	5,25	4,78	3,64	3,08	2,96	2,87	2,79
						—	—	908	1058	1122	1197	1264

Adaptada das referências bibliográficas 1, 2, 3 e 6

Tabela A.3 Propriedades termofísicas de materiais comuns*

Materiais de construção

DESCRIÇÃO/COMPOSIÇÃO	PROPRIEDADES TÍPICAS A 300 K		
	DENSIDADE, ρ (kg/m ³)	CONDUTIVIDADE TÉRMICA, λ (W/m·K)	CALOR ESPECÍFICO c_p (J/kg·K)
Alvenaria			
Argamassa de cimento	1.860	0,72	780
Tijolo comum	1.920	0,72	835
Tijolo de fachada	2.083	1,3	—
Tijolo cerâmico,oco	—	—	—
1 célula, 10 cm de espessura	—	0,52	—
3 células, 30 cm de espessura	—	0,69	—
Bloco de concreto, 3 furos redondos	—	1,0	—
areia/brita, 20 cm de espessura	—	0,67	—
agregado de cinzas, 20 cm de espessura	—	—	—
Bloco de concreto, furos retangulares	—	1,1	—
2 furos, 20 cm de espessura, 16 kg	—	0,60	—
O mesmo, com os furos cheios	—	—	—
Materiais de emboço			
Emboço de cimento e areia	1.860	0,72	—
Emboço de gesso e areia	1.680	0,22	1.085
Emboço de gesso e vermiculita	720	0,25	—
Painéis de revestimento, ou estruturais			
Chapa de cimento-amianto	1.920	0,58	—
Painel de gesso ou de estuque	800	0,17	—
Compensado de madeira	545	0,12	1.215
Revestimento isolante, densidade regular	290	0,055	1.300
Painel isolante, acústico	290	0,058	1.340
Papelão, densidade regular	640	0,094	1.170
Papelão, densidade alta	1.010	0,15	1.380
Agglomerado de madeira, densidade baixa	590	0,078	1.300
Agglomerado de madeira, densidade alta	1.000	0,170	1.300
Madeira			
Madeira de lei	720	0,16	1.255
Madeira mole (pinho)	510	0,12	1.380

Materiais e sistemas isolantes

Mantas			
Fibra de vidro com revestimento de papel	16	0,046	—
	28	0,038	—
	40	0,035	—
Fibra de vidro, revestida, para dutos	32	0,038	835
Folhas e placas			
Vidro celular	145	0,058	1.000
Fibra de vidro, com cimento orgânico	105	0,036	795
Poliestireno, expandido			
extrudado (R-12)	55	0,027	1.210
pérolas moldadas	16	0,040	1.210
Chapa para telhados	265	0,049	—
Chapa de cavacos de madeira aglutinados	350	0,087	1.590
Chapa de cortiça	120	0,039	1.800
Enchimentos			
Cortiça granulada	160	0,045	—
Silica de diatomáceas,	350	0,069	—
granulação grossa	400	0,091	—
Silica de diatomáceas,	200	0,052	—
granulação fina	275	0,061	—
Fibra de vidro, soprada ou derramada	16	0,043	835
Vermiculita em escamas	80	0,068	835
	160	0,063	1.000
Material formado, ou espomado, in loco			
Grânulos de lá mineral com cimento de amianto/inorgânico, aspergido	190	0,046	—
Mastique de cortiça e acetato de polivinila: aspergido ou aplicado a colher	—	0,100	—
Urethane: mistura de duas partes; espuma rígida	70	0,026	1.045
Revestimentos refletores			
Folha de alumínio separando mantas de vidro, fofas; 10-12 camadas; evacuado; para aplicações criogênicas (150 K)	40	0,00016	—
Folha de alumínio e papel de vidro laminado; 75-150 camadas; evacuado, para aplicações criogênicas (150 K)	120	0,000017	—
Pó de sílica típico, evacuado	160	0,0017	—

*Adaptada das referências bibliográficas 1, 2, 3 e 11

Tabela A.3 Propriedades termofísicas de materiais comuns*(cont.)

Isolamento industrial

DESCR. ADO COMPOSIÇÃO	TEMPERATURA MÁXIMA DE OPERAÇÃO (K)	DENSIDADE TÍPICA (kg/m ³)	CONDUTIVIDADE TÉRMICA TÍPICA k (W/m.K) A VARIAS TEMPERATURAS (K)										
			200	215	230	240	255	270	285	300	310	325	340
Blocos, chapas e isolamentos de tubos													
Folha de amianto, laminada e ondulada	420	190											
4 folhas	420	255								0,078	0,082	0,098	
6 folhas	420	300								0,071	0,074	0,085	
8 folhas	590	185								0,068	0,071	0,082	
Magnesita a 85%	920	190									0,051	0,055	0,061
Silício de café	700	145									0,055	0,059	0,063
Vidro escurido	1.145	345										0,079	
Sílica de diatomáceas	1.310	385										0,092	0,104
Poliésteres rígidos												0,101	0,115
Extrudido (R-12)	350	56											
Extrudido (R-12)	350	35											
Perlas moladas	350	16											
Espuma de borracha rígida	340	70											
Cimento isolante													
Com fibra mineral (de rocha, de escória ou de vidro) e aglutinante de argila	1.255	430											
Com cimento hidráulico de pega	922	560											
Enchimentos													
Cristalose, pasta de madeira ou de papel	—	45											
Perlite expandida	—	122											
Vermiculita expandida	—	80											
Mantas													
Manta de fibra mineral	920	96-192											
com reforço metálico	815	40-96											
Manta de fibra mineral e vidro, fibra fina	450	10											
com cimento orgânico		12											
		16											
		24											
		32											
		48											
Manta com fibra de alumina e sílica	1.530	64											
		96											
		128											
Feltro semi-rígido com cimento orgânico	480	50-125											
Feltro laminado sem cimento	730	50											
	920	120											

Tabela A.3 Propriedades termofísicas de materiais comuns*(cont.)

Outros materiais

DESCR. ADO COMPOSIÇÃO	TEMPERATURA (K)	DENSIDADE ρ (kg/m ³)	CONDUTIVIDADE TÉRMICA k (W/m.K)	CALOR ESPECÍFICO c_p (J/kg.K)
Algodão	300	80	0,06	1.300
Alimentos				
Banana (com teor de água de 75,7%)	300	980	0,481	1.350
Maça vermelha (com teor de água de 75%)	300	840	0,513	3.600
Massa de bolo	300	720	0,223	—
Bolo cozido	300	280	0,121	—
Carne branca de frango	198	—	1,60	—
(com teor de água de 74,4%)	233	—	1,49	—
	253	—	1,35	—
	263	—	1,20	—
	273	—	0,476	—
	283	—	0,480	—
	293	—	0,489	—
Antracito	300	1.350	0,26	1.260
Areia	300	1.515	0,27	800
Argila	300	1.460	1,3	880
Asfalto	300	2.115	0,062	920
Baquelite	300	1.300	1,4	1.465
Borracha galvanizada				
Mole	300	1.100	0,13	2.010
Dura	300	1.190	0,16	—
Concreto (com brita)	300	2.300	1,4	880
Couro (solado)	300	998	0,159	—
Gelo	273	920	1,88	2.040
	253	—	2,03	945
Madeira, contra o grão				
Abeto	300	415	0,011	2.720
Balsa	300	140	0,055	—
Carvalho	300	545	0,17	2.385
Cipreste	300	465	0,097	—
Pinho amarelo	300	640	0,15	2.805
Pinho branco	300	435	0,11	—
Madeira, radial				
Carvalho	300	545	0,19	2.385
Abeto	300	420	0,14	2.720
Neve	273	110	0,049	—
		500	0,190	—
		930	0,180	1.340
Papel	300	900	0,240	2.890
Parafina	300			
Rocha				
Arenito (Berea)	300	2.150	2,90	745
Calcário (Salem)	300	2.320	2,15	810
Granito (Barre)	300	2.630	2,79	775
Mármore (Halston)	300	2.680	2,80	830
Quartzito (Sioux)	300	2.640	5,38	1.105
Solo	300	2.050	0,52	1.840
Tecido humano				
Pele	300	—	0,37	—
Camada adiposa	300	—	0,2	—
Músculo	300	—	0,41	—
Teflon	300	2.200	0,35	—
	400	—	0,43	—
Tijolo refratário				
Carborundo	872	—	18,5	—
	1.672	—	11,0	—
Tijolo de cromita	473	3.010	2,3	835
	823	—	2,5	—
	1.173	—	2,0	—
Tijolo de magnesita	478	—	3,8	1.130
	922	—	2,8	—
	1.478	—	1,9	—
Tijolo refratário comum	478	2.645	1,0	960
	922	—	1,5	—
	1.478	—	1,8	—
Tijolo refratário queimado a 1.600 K	773	2.050	1,0	960
	1.073	—	1,1	—
	1.373	—	1,1	—
Tijolo refratário queimado a 1.725 K	773	2.325	1,3	960
	1.073	—	1,4	—
	1.373	—	1,4	—
Tijolo de sílica de diatomáceas, queimado	478	—	0,25	—
	1.145	—	0,30	—
Vidro				
Folha (vidro de soda)	300	2.500	1,4	750
Pyrex	300	2.225	1,4	835

*Adaptada das referências bibliográficas 1, 8-11

Tabela A.4 Propriedades termodinâmicas de gases na pressão atmosférica

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg K)	μ (N·s/m ²)	α (m ² /s)	ν (m ² /s)	λ (W/m·K)	Pr
Água (Vapor H ₂ O)							
300	0,5853	2,060	127,1	21,08	24,6	20,4	1,06
400	0,5542	2,014	134,4	24,25	28,1	30,8	1,01
450	0,5402	1,980	152,5	31,11	37,9	38,8	0,98
500	0,4405	1,985	170,4	38,68	47,4	47,4	0,93
550	0,4005	1,997	188,4	47,04	57,0	57,0	0,91
600	0,3652	2,026	206,7	56,60	66,8	66,8	0,90
700	0,3380	2,056	224,7	66,48	77,1	77,1	0,90
800	0,2739	2,119	260,4	88,84	99,2	99,2	1,01
850	0,2579	2,186	278,6	101,7	115,1	115,1	1,02
Amônia (NH ₃)							
300	0,6894	2,158	101,5	14,7	24,7	16,6	0,887
400	0,6448	2,170	109	16,9	27,2	19,4	0,870
500	0,6059	2,192	116,5	19,2	29,3	22,1	0,872
600	0,5716	2,221	124	21,7	31,6	24,9	0,872
700	0,5410	2,254	131	24,2	34,0	27,9	0,869
800	0,5136	2,287	138	26,9	37,0	31,5	0,853
900	0,4888	2,322	145	29,7	39,6	35,6	0,833
1000	0,4664	2,357	152,5	32,7	42,4	39,6	0,826
1100	0,4460	2,393	159	35,7	45,4	43,4	0,822
1200	0,4273	2,430	166,5	39,0	48,2	47,4	0,822
1300	0,4101	2,467	173	42,2	51,9	51,9	0,813
1400	0,3952	2,504	180	45,7	55,7	55,7	0,824
1500	0,3833	2,540	186,5	49,1	59,7	59,7	0,827
1600	0,3738	2,577	193	52,0	63,8	63,8	0,817
1700	0,3653	2,613	199,5	56,5	68,1	68,1	0,817
Ar atmosférico							
100	3,5562	1,032	71,7	2,00	9,34	2,54	0,786
200	2,354	1,032	103,4	4,426	13,8	5,44	0,758
300	1,7858	1,007	132,5	7,590	18,1	10,3	0,737
400	1,3947	1,006	159,6	11,44	22,3	15,9	0,720
500	1,1614	1,007	186,6	15,89	26,3	22,5	0,707
600	0,9950	1,009	208,2	20,92	29,9	26,9	0,700
700	0,8711	1,014	230,1	26,41	33,8	30,3	0,690
800	0,7840	1,021	250,7	32,39	37,3	33,3	0,683
900	0,7240	1,030	270,1	38,79	40,7	36,7	0,683
1000	0,6849	1,040	288,4	45,57	43,9	40,7	0,685
1100	0,6535	1,051	305,8	52,69	46,9	43,9	0,695
1200	0,6282	1,063	322,5	60,21	49,7	46,9	0,707
1300	0,6085	1,075	338,8	68,10	52,4	49,7	0,720
1400	0,5935	1,087	354,6	76,37	54,9	52,4	0,737
1500	0,5822	1,099	369,8	84,93	57,3	54,9	0,758
1600	0,5738	1,110	384,3	93,80	59,6	57,3	0,786
1700	0,5670	1,121	398,1	102,9	62,0	59,6	0,817
1800	0,5616	1,131	411,3	112,2	64,3	62,0	0,849
1900	0,5573	1,141	424,4	121,9	66,7	64,3	0,881
2000	0,5540	1,150	437,0	131,8	69,1	66,7	0,913
2100	0,5516	1,159	449,0	141,8	71,5	69,1	0,945
2200	0,5500	1,168	460,6	151,9	73,9	71,5	0,977
2300	0,5492	1,177	472,0	162,9	76,3	73,9	1,009
2400	0,5490	1,186	482,6	173,9	78,7	76,3	1,041
2500	0,5490	1,195	492,6	184,9	81,1	78,7	1,073
2600	0,5490	1,204	502,1	195,9	83,5	81,1	1,105
2700	0,5490	1,213	511,1	206,9	85,9	83,5	1,137
2800	0,5490	1,222	519,6	217,9	88,3	85,9	1,169
2900	0,5490	1,231	527,6	228,9	90,7	88,3	1,201
3000	0,5490	1,240	535,1	239,9	93,1	90,7	1,233
3100	0,5490	1,249	542,6	250,9	95,5	93,1	1,265
3200	0,5490	1,258	550,1	261,9	97,9	95,5	1,297
3300	0,5490	1,267	557,6	272,9	100,3	97,9	1,329
3400	0,5490	1,276	565,1	283,9	102,7	100,3	1,361
3500	0,5490	1,285	572,6	294,9	105,1	102,7	1,393
3600	0,5490	1,294	580,1	305,9	107,5	105,1	1,425
3700	0,5490	1,303	587,6	316,9	110,0	107,5	1,457
3800	0,5490	1,312	595,1	327,9	112,4	110,0	1,489
3900	0,5490	1,321	602,6	338,9	114,8	112,4	1,521
4000	0,5490	1,330	610,1	349,9	117,3	114,8	1,553
4100	0,5490	1,339	617,6	360,9	119,7	117,3	1,585
4200	0,5490	1,348	625,1	371,9	122,1	119,7	1,617
4300	0,5490	1,357	632,6	382,9	124,5	122,1	1,649
4400	0,5490	1,366	640,1	393,9	126,9	124,5	1,681
4500	0,5490	1,375	647,6	404,9	129,3	126,9	1,713
4600	0,5490	1,384	655,1	415,9	131,7	129,3	1,745
4700	0,5490	1,393	662,6	426,9	134,1	131,7	1,777
4800	0,5490	1,402	670,1	437,9	136,5	134,1	1,809
4900	0,5490	1,411	677,6	448,9	138,9	136,5	1,841
5000	0,5490	1,420	685,1	459,9	141,3	138,9	1,873
5100	0,5490	1,429	692,6	470,9	143,7	141,3	1,905
5200	0,5490	1,438	700,1	481,9	146,1	143,7	1,937
5300	0,5490	1,447	707,6	492,9	148,5	146,1	1,969
5400	0,5490	1,456	715,1	503,9	150,9	148,5	1,999
5500	0,5490	1,465	722,6	514,9	153,3	150,9	2,031
5600	0,5490	1,474	730,1	525,9	155,7	153,3	2,063
5700	0,5490	1,483	737,6	536,9	158,1	155,7	2,095
5800	0,5490	1,492	745,1	547,9	160,5	158,1	2,127
5900	0,5490	1,501	752,6	558,9	162,9	160,5	2,159
6000	0,5490	1,510	760,1	569,9	165,3	162,9	2,191
6100	0,5490	1,519	767,6	580,9	167,7	165,3	2,223
6200	0,5490	1,528	775,1	591,9	170,1	167,7	2,255
6300	0,5490	1,537	782,6	602,9	172,5	170,1	2,287
6400	0,5490	1,546	790,1	613,9	174,9	172,5	2,319
6500	0,5490	1,555	797,6	624,9	177,3	174,9	2,351
6600	0,5490	1,564	805,1	635,9	179,7	177,3	2,383
6700	0,5490	1,573	812,6	646,9	182,1	179,7	2,415
6800	0,5490	1,582	820,1	657,9	184,5	182,1	2,447
6900	0,5490	1,591	827,6	668,9	186,9	184,5	2,479
7000	0,5490	1,600	835,1	679,9	189,3	186,9	2,511
7100	0,5490	1,609	842,6	690,9	191,7	189,3	2,543
7200	0,5490	1,618	850,1	701,9	194,1	191,7	2,575
7300	0,5490	1,627	857,6	712,9	196,5	194,1	2,607
7400	0,5490	1,636	865,1	723,9	198,9	196,5	2,639
7500	0,5490	1,645	872,6	734,9	201,3	198,9	2,671
7600	0,5490	1,654	880,1	745,9	203,7	201,3	2,703
7700	0,5490	1,663	887,6	756,9	206,1	203,7	2,735
7800	0,5490	1,672	895,1	767,9	208,5	206,1	2,767
7900	0,5490	1,681	902,6	778,9	210,9	208,5	2,799
8000	0,5490	1,690	910,1	789,9	213,3	210,9	2,831
8100	0,5490	1,699	917,6	800,9	215,7	213,3	2,863
8200	0,5490	1,708	925,1	811,9	218,1	215,7	2,895
8300	0,5490	1,717	932,6	822,9	220,5	218,1	2,927
8400	0,5490	1,726	940,1	833,9	222,9	220,5	2,959
8500	0,5490	1,735	947,6	844,9	225,3	222,9	2,991
8600	0,5490	1,744	955,1	855,9	227,7	225,3	3,023
8700	0,5490	1,753	962,6	866,9	230,1	227,7	3,055
8800	0,5490	1,762	970,1	877,9	232,5	230,1	3,087
8900	0,5490	1,771	977,6	888,9	234,9	232,5	3,119
9000	0,5490	1,780	985,1	899,9	237,3	234,9	3,151
9100	0,5490	1,789	992,6	910,9	239,7	237,3	3,183
9200	0,5490	1,798	1000,1	921,9	242,1	239,7	3,215
9300	0,5490	1,807	1007,6	932,9	244,5	242,1	3,247
9400	0,5490	1,816	1015,1	943,9	246,9	244,5	3,279
9500	0,5490	1,825	1022,6	954,9	249,3	246,9	3,311
9600	0,5490	1,834	1030,1	965,9	251,7	249,3	3,343
9700	0,5490	1,843	1037,6	976,9	254,1	251,7	3,375
9800	0,5490	1,852	1045,1	987,9	256,5	254,1	3,407
9900	0,5490	1,861	1052,6	998,9	258,9	256,5	3,439
10000	0,5490	1,870	1060,1	1009,9	261,3	258,9	3,471

Ar atmosférico (continuação)

Dióxido de Carbono (CO ₂)									
280	1.9022	1.770	0.830	5.193	96.3	19.8	73.0	28.9	0.686
300	1.7730	1.770	5.193	107	107	26.4	81.9	38.8	0.679
320	1.6609	1.770	5.193	118	118	33.9	90.7	50.2	0.676
340	1.5618	1.770	5.193	129	129	39.2	99.2	59.2	0.673
360	1.4743	1.770	5.193	139	139	44.5	107.2	76.2	0.673
380	1.3961	1.770	5.193	149	149	49.8	115.1	—	—
400	1.3257	1.770	5.193	150	150	54.9	123.1	107	0.673
420	1.2625	1.770	5.193	160	160	60.0	130	141	0.682
440	1.2054	1.770	5.193	170	170	66.0	137	—	—
460	1.1533	1.770	5.193	180	180	72.2	145	—	—
480	1.1052	1.770	5.193	190	190	78.3	152	180	0.680
500	1.0611	1.770	5.193	204	204	84.4	160	295	0.673
520	1.0190	1.770	5.193	221	221	90.7	170	—	—
540	0.9789	1.770	5.193	243	243	97.2	187	—	—
560	0.9408	1.770	5.193	263	263	104.8	204	—	—
580	0.9047	1.770	5.193	283	283	112.4	220	434	0.668
600	0.8706	1.770	5.193	304	304	120.0	234	—	—
620	0.8385	1.770	5.193	324	324	127.6	248	—	—
640	0.8084	1.770	5.193	344	344	135.2	262	—	—
660	0.7793	1.770	5.193	364	364	142.8	276	768	0.654
680	0.7512	1.770	5.193	384	384	150.4	290	—	—
700	0.7241	1.770	5.193	404	404	158.0	304	—	—
720	0.6980	1.770	5.193	424	424	165.6	318	—	—
740	0.6729	1.770	5.193	444	444	173.2	332	—	—
760	0.6488	1.770	5.193	464	464	180.8	346	—	—
780	0.6257	1.770	5.193	484	484	188.4	360	—	—
800	0.6036	1.770	5.193	504	504	196.0	374	—	—
820	0.5825	1.770	5.193	524	524	203.6	388	—	—
840	0.5624	1.770	5.193	544	544	211.2	402	—	—
860	0.5433	1.770	5.193	564	564	218.8	416	—	—
880	0.5252	1.770	5.193	584	584	226.4	430	—	—
900	0.5081	1.770	5.193	604	604	234.0	444	—	—
920	0.4920	1.770	5.193	624	624	241.6	458	—	—
940	0.4769	1.770	5.193	644	644	249.2	472	—	—
960	0.4628	1.770	5.193	664	664	256.8	486	—	—
980	0.4497	1.770	5.193	684	684	264.4	500	—	—
1000	0.4376	1.770	5.193	704	704	272.0	514	—	—
Hidrógeno (H ₂)									
100	0.2425	11.21	42.1	17.4	67.0	24.6	0.099	79.9	0.707
150	0.1615	12.60	56.0	34.7	101	131	0.099	49.6	0.704
200	0.1215	13.54	68.1	56.2	131	157	0.099	29.5	0.707
250	0.0969	14.06	78.9	81.4	157	183	0.099	11.5	0.707
300	0.0807	14.31	89.8	111	183	204	0.099	5.9	0.707
350	0.0692	14.43	98.8	143	204	226	0.099	3.6	0.707
400	0.0605	14.48	108.2	179	226	247	0.099	2.5	0.707
450	0.0538	14.50	117.2	218	247	266	0.099	1.8	0.707
500	0.0484	14.52	126.4	261	266	283	0.099	1.3	0.707
550	0.0440	14.53	134.3	305	283	305	0.099	0.9	0.707
600	0.0404	14.55	142.4	352	305	324	0.099	0.7	0.707
650	0.0374	14.61	150.8	406	324	342	0.099	0.6	0.707
700	0.0346	14.65	157.8	456	342	359	0.099	0.5	0.707
750	0.0320	14.68	164.3	502	359	374	0.099	0.4	0.707
800	0.0296	14.70	170.0	544	374	388	0.099	0.3	0.707
850	0.0274	14.72	175.0	584	388	402	0.099	0.2	0.707
900	0.0255	14.74	179.4	624	402	416	0.099	0.2	0.707
950	0.0238	14.76	183.2	664	416	430	0.099	0.1	0.707
1000	0.0224	14.79	186.5	704	430	444	0.099	0.1	0.707

Tabela A.4 Propriedades termofísicas de gases na pressão atmosférica*(cont.)

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg K)	$\mu \cdot 10^7$ (N s/m ²)	$\nu \cdot 10^6$ (m ² /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m ² /s)	Pr
Hidrogênio (H ₂) (continuação)							
1100	0,02204	15,17	213,0	966	488	1460	0,662
1200	0,02020	15,37	226,2	1120	528	1700	0,659
1300	0,01865	15,59	238,5	1279	568	1955	0,655
1400	0,01732	15,81	250,7	1447	610	2230	0,650
1500	0,01616	16,02	262,7	1626	655	2530	0,643
1600	0,0152	16,28	273,7	1801	697	2815	0,639
1700	0,0143	16,58	284,9	1992	742	3130	0,637
1800	0,0135	16,96	296,1	2193	786	3435	0,639
1900	0,0128	17,49	307,2	2400	835	3730	0,643
2000	0,0121	18,25	318,2	2630	878	3975	0,661
Monóxido de carbono (CO)							
200	1,6888	1,045	127	7,52	17,0	9,63	0,781
220	1,5341	1,044	137	8,93	19,0	11,9	0,753
240	1,4055	1,043	147	10,5	20,6	14,1	0,744
260	1,2967	1,043	157	12,1	22,1	16,3	0,741
280	1,2038	1,042	166	13,8	23,6	18,8	0,733
300	1,1233	1,043	175	15,6	25,0	21,3	0,730
320	1,0529	1,043	184	17,5	26,3	23,9	0,730
340	0,9909	1,044	193	19,5	27,8	26,9	0,725
360	0,9357	1,045	202	21,6	29,1	29,8	0,725
380	0,8864	1,047	210	23,7	30,5	32,9	0,729
400	0,8421	1,049	218	25,9	31,8	36,0	0,719
450	0,7483	1,055	237	31,7	35,0	44,3	0,714
500	0,67352	1,065	254	37,7	38,1	53,1	0,710
550	0,61226	1,076	271	44,3	41,1	62,4	0,710
600	0,56126	1,088	286	51,0	44,0	72,1	0,707
650	0,51806	1,101	301	58,1	47,0	82,4	0,705
700	0,48102	1,114	315	65,5	50,0	93,3	0,702
750	0,44899	1,127	329	73,3	52,8	104	0,702
800	0,42095	1,140	343	81,5	55,5	116	0,705
Nitrogênio (N ₂)							
100	3,4388	1,070	68,8	2,00	9,58	2,60	0,768
150	2,2594	1,050	100,6	4,45	13,9	5,86	0,759
200	1,6883	1,043	129,2	7,65	18,3	10,4	0,736
250	1,3488	1,042	154,9	11,48	22,2	15,8	0,727
300	1,1233	1,041	178,2	15,86	25,9	22,1	0,716
350	0,9625	1,042	200,0	20,78	29,3	29,2	0,711
400	0,8425	1,045	220,4	26,16	32,7	37,1	0,704
450	0,7485	1,050	239,6	32,01	35,8	45,6	0,703
500	0,6739	1,056	257,7	38,24	38,9	54,7	0,700
550	0,6124	1,065	274,7	44,86	41,7	63,9	0,702
600	0,5616	1,075	290,8	51,79	44,6	73,9	0,701
700	0,4812	1,098	321,0	66,71	49,9	94,4	0,706
800	0,4211	1,122	349,1	82,90	54,8	116	0,715
900	0,3743	1,146	375,3	100,3	59,7	139	0,721
1000	0,3368	1,167	399,9	118,7	64,7	165	0,721
1100	0,3062	1,187	423,2	138,2	70,0	193	0,718
1200	0,2807	1,204	445,3	158,6	75,8	224	0,707
1300	0,2591	1,219	466,2	179,9	81,0	256	0,701
Oxigênio (O ₂)							
100	3,945	0,962	76,4	1,94	9,25	2,44	0,796
150	2,585	0,921	114,8	4,44	13,8	5,80	0,766
200	1,930	0,915	147,5	7,64	18,3	10,4	0,737
250	1,542	0,915	178,6	11,58	22,6	16,0	0,723
300	1,284	0,920	207,2	16,14	26,8	22,7	0,711

Tabela A.4 Propriedades termofísicas de gases na pressão atmosférica*(cont.)

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg K)	$\mu \cdot 10^7$ (N s/m ²)	$\nu \cdot 10^6$ (m ² /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m K)	$\alpha \cdot 10^6$ (m ² /s)	Pr
Oxigênio (O ₂) (continuação)							
350	1,100	0,929	233,5	21,23	29,6	29,0	0,733
400	0,9620	0,942	258,2	26,84	33,0	36,4	0,737
450	0,8554	0,956	281,4	32,90	36,3	44,4	0,741
500	0,7698	0,972	303,3	39,40	41,2	55,1	0,716
550	0,6998	0,988	324,0	46,30	44,1	63,8	0,726
600	0,6414	1,003	343,7	53,59	47,3	73,5	0,729
700	0,5498	1,031	380,8	69,26	52,8	93,1	0,744
800	0,4810	1,054	415,2	86,32	58,9	116	0,743
900	0,4275	1,074	447,2	104,6	64,9	141	0,740
1000	0,3848	1,090	477,0	124,0	71,0	169	0,733
1100	0,3498	1,103	505,5	144,5	75,8	196	0,736
1200	0,3206	1,115	532,5	166,1	81,9	229	0,725
1300	0,2960	1,125	558,4	188,6	87,1	262	0,721

* Adaptada das referências bibliográficas 8, 14 e 15

Tabela A.5 Propriedades termofísicas de fluidos saturados*

Líquidos saturados							
T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg K)	$\mu \cdot 10^7$ (N s/m ²)	$\nu \cdot 10^6$ (m ² /s)	$k \cdot 10^3$ (W/m K)	$\alpha \cdot 10^7$ (m ² /s)	Pr
Etilenoglicol [C ₂ H ₄ (OH) ₂]							
273	1 130,8	2,294	6,51	57,6	242	0,933	617
280	1 125,8	2,323	4,20	37,3	244	0,933	400
290	1 118,8	2,368	2,47	22,1	248	0,936	236
300	1 114,4	2,415	1,57	14,1	252	0,939	151
310	1 103,7	2,460	1,07	9,65	255	0,939	103
320	1 096,2	2,505	0,757	6,91	258	0,940	73,5
330	1 089,5	2,549	0,561	5,15	260	0,936	55,0
340	1 083,8	2,592	0,431	3,98	261	0,929	42,8
350	1 079,0	2,637	0,342	3,17	261	0,917	34,6
360	1 074,0	2,682	0,278	2,59	261	0,906	28,6
370	1 066,7	2,728	0,228	2,14	262	0,900	23,7
373	1 058,5	2,742	0,215	2,03	263	0,906	22,4
Freon (refrigerante-12) (CCl ₂ F ₂)							
230	1 528,4	0,8816	0,0457	0,299	68	0,505	5,9
240	1 498,0	0,8923	0,0385	0,257	69	0,516	5,0
250	1 469,5	0,9037	0,0354	0,241	70	0,527	4,6
260	1 439,0	0,9163	0,0322	0,224	73	0,554	4,0
270	1 407,2	0,9301	0,0304	0,216	73	0,558	3,9
280	1 374,4	0,9450	0,0283	0,208	73	0,562	3,7
290	1 340,5	0,9609	0,0265	0,198	73	0,567	3,5
300	1 305,8	0,9781	0,0254	0,195	72	0,564	3,5
310	1 268,9	0,9963	0,0244	0,192	69	0,546	3,4
320	1 228,6	1,0155	0,0233	0,190	68	0,543	3,5
Glicerina [C ₃ H ₈ (OH) ₃]							
273	1 276,0	2 261	1,060	8,310	282	0,977	85,000
280	1 271,9	2 298	534	4,200	284	0,972	43,200
290	1 265,8	2 367	185	1,460	286	0,955	15,300
300	1 259,9	2 427	79,9	634	286	0,935	6,780
310	1 253,9	2 490	35,2	281	286	0,916	3,060
320	1 247,2	2 564	21,0	168	287	0,897	1,870

Tabela A.5 Propriedades termofísicas de fluidos saturados* (cont.)

Líquidos saturados

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg K)	μ (N s/m ²)	ν (m ² /s)	k (W/m K)	α (m ² /s)	Pr	β (K ⁻¹)
Mercúrio (Hg)								
273	13 595	0,1404	0,1688	0,1240	8 180	42,85	0,0290	0,181
300	13 529	0,1393	0,1523	0,1125	8 540	45,30	0,0248	0,181
350	13 407	0,1377	0,1309	0,0976	9 180	49,75	0,0196	0,181
400	13 287	0,1365	0,1171	0,0882	9 800	54,05	0,0163	0,181
450	13 167	0,1357	0,1075	0,0816	10 400	58,10	0,0140	0,181
500	13 048	0,1353	0,1007	0,0771	10 950	61,90	0,0125	0,182
550	12 929	0,1352	0,0953	0,0737	11 450	65,55	0,0112	0,184
600	12 809	0,1355	0,0911	0,0711	11 950	68,80	0,0103	0,187
Óleo de máquina (virgem)								
273	899,1	1,796	385	4,280	147	0,910	47,000	0,70
280	895,3	1,827	217	2,430	144	0,880	27,500	0,70
290	890,0	1,868	99,9	1,120	145	0,872	12,900	0,70
300	884,1	1,909	48,6	550	145	0,859	6,400	0,70
310	877,9	1,951	25,3	288	145	0,847	3,400	0,70
320	871,8	1,993	14,1	161	143	0,823	1,965	0,70
330	865,8	2,035	8,36	96,6	141	0,800	1,205	0,70
340	859,9	2,076	5,31	61,7	139	0,779	793	0,70
350	853,9	2,118	3,56	41,7	138	0,763	546	0,70
360	847,8	2,161	2,52	29,7	138	0,753	395	0,70
370	841,8	2,206	1,86	22,0	137	0,738	300	0,70
380	836,0	2,250	1,41	16,9	136	0,723	233	0,70
390	830,6	2,294	1,10	13,3	135	0,709	187	0,70
400	825,1	2,337	0,874	10,6	134	0,695	152	0,70
410	818,9	2,381	0,698	8,52	133	0,682	125	0,70
420	812,1	2,427	0,564	6,94	133	0,675	103	0,70
430	806,5	2,471	0,470	5,83	132	0,662	88	0,70

Líquido-vapor, saturados, 1 atm*

FLUIDO	T_{sat} (K)	h_{fg} (kJ/kg)	ρ_f (kg/m ³)	ρ_g (kg/m ³)	α (10 ³)
Etilanol	351	846	757	1,44	17,7
Etilenoglicol	470	812	1,111	—	32,7
Glicerina	563	974	1,260	—	63,0
Mercúrio	630	301	12 740	3,90	417
Refrigerante R-12	243	165	1,488	6,32	15,8
Refrigerante R-13	321	147	1,511	7,38	15,9

*Adaptada das referências bibliográficas 15 e 16

*Adaptada das referências bibliográficas 8, 17 e 18

*Os valores correspondem à temperatura de 300 K

Tabela A.6 Propriedades termofísicas da água saturada*

TEMPERATURA T (K)	PRESSÃO P (bar)	VOLUME ESPECÍFICO v (m ³ /kg)	CALOR DE VAPORIZAÇÃO h_{fg} (kJ/kg)	CALOR ESPECÍFICO c_p (kJ/kg K)	VISCOSIDADE μ (N s/m ²)	CONDUTIVIDADE TÉRMICA k (W/m K)	NÚMERO DE PRANDTL Pr	TENSÃO SUPERFICIAL σ (N/m)	COEFICIENTE DE EXPANSÃO β (K ⁻¹)	TEMPERATURA T (K)
273,15	0,00611	1,000 206,3	2502	4,217	1,854	1790	8,02	569	18,2	273,15
275	0,00697	1,000 181,7	2497	4,211	1,855	1652	8,09	574	18,3	275
280	0,00990	1,000 130,4	2483	4,198	1,838	1422	8,29	582	18,6	280
285	0,01387	1,000 99,4	2473	4,189	1,801	1225	8,49	590	18,9	285
290	0,01917	1,001 69,7	2461	4,184	1,864	1080	8,69	598	19,3	290
295	0,02617	1,002 51,94	2449	4,181	1,868	959	8,89	606	19,5	295
300	0,03531	1,003 39,13	2438	4,179	1,872	855	9,09	613	19,6	300
305	0,04712	1,005 29,74	2426	4,178	1,877	769	9,29	620	19,8	305
310	0,06221	1,007 22,93	2414	4,178	1,882	695	9,49	628	20,0	310
315	0,08132	1,009 17,82	2402	4,179	1,888	631	9,69	634	20,2	315
320	0,1053	1,011 13,98	2390	4,180	1,895	577	9,89	640	20,4	320
325	0,1351	1,013 11,06	2378	4,182	1,903	528	10,09	645	20,6	325
330	0,1719	1,016 8,87	2366	4,184	1,911	489	10,29	650	20,8	330
335	0,2167	1,018 7,09	2354	4,186	1,920	453	10,49	656	21,0	335
340	0,2713	1,021 5,74	2342	4,188	1,930	420	10,69	660	21,2	340
345	0,3372	1,024 4,683	2329	4,191	1,941	389	10,89	668	21,4	345
350	0,4163	1,027 3,846	2317	4,195	1,954	365	11,09	668	21,6	350
355	0,5100	1,030 3,180	2304	4,199	1,968	343	11,29	671	21,8	355
360	0,6209	1,034 2,645	2291	4,203	1,983	324	11,49	674	22,0	360
365	0,7514	1,038 2,212	2278	4,209	1,999	306	11,69	677	22,2	365
370	0,9040	1,041 1,861	2265	4,214	2,017	289	11,89	679	22,4	370
375	1,0833	1,044 1,574	2252	4,217	2,029	279	12,09	681	22,6	375
380	1,2869	1,048 1,337	2239	4,220	2,036	274	12,29	683	22,8	380
385	1,5233	1,053 1,142	2225	4,222	2,040	268	12,49	685	23,0	385

Tabela A.6 Propriedades termofísicas da água saturada* (cont.)

TEMPERATURA T (K)	PRESSÃO P (bar)	VOLUME ESPECÍFICO (m ³ /kg)	CALOR DE VAPORIZAÇÃO h _{fg} (kJ/kg)	CALOR ESPECÍFICO (kJ/kg·K)	VISCOSIDADE (N·s/m ²)	CONDUTIVIDADE TÉRMICA (W/m·K)	NÚMERO DE PRANDTL Pr	TENSÃO SUPERFICIAL σ _s (N/m)	COEFICIENTE DE EXPANSÃO β _v (1/K)	TEMPERATURA T (K)
390	1,794	1,078	2212	4,239	2,104	686	1,47	1,013	841	390
400	2,435	1,067	2183	4,256	2,158	672	1,34	1,033	846	400
410	3,302	1,077	2153	4,278	2,221	658	1,24	1,054	852	410
420	4,370	1,088	2123	4,302	2,291	644	1,16	1,075	858	420
430	5,699	1,099	2091	4,331	2,369	630	1,09	1,10	864	430
440	7,333	1,110	2059	4,36	2,46	616	1,04	1,12	870	440
450	9,319	1,123	2024	4,40	2,56	602	0,99	1,14	876	450
460	11,71	1,137	1989	4,44	2,68	588	0,95	1,17	882	460
470	14,55	1,152	1951	4,48	2,79	574	0,92	1,20	888	470
480	17,90	1,167	1912	4,53	2,94	560	0,89	1,23	894	480
490	21,83	1,184	1870	4,59	3,10	546	0,87	1,25	900	490
500	26,40	1,203	1825	4,66	3,27	532	0,86	1,28	906	500
510	31,66	1,222	1778	4,74	3,47	518	0,85	1,31	912	510
520	37,70	1,244	1730	4,84	3,70	504	0,84	1,35	918	520
530	44,58	1,268	1679	4,95	3,96	490	0,83	1,39	924	530
540	52,38	1,294	1622	5,08	4,27	476	0,86	1,43	930	540
550	61,19	1,323	1564	5,24	4,64	462	0,87	1,47	936	550
560	71,08	1,355	1504	5,43	5,09	448	0,90	1,52	942	560
570	82,16	1,392	1439	5,68	5,67	434	0,94	1,57	948	570
580	94,51	1,433	1355	6,00	6,40	420	0,99	1,63	954	580
590	108,3	1,482	1274	6,41	7,35	406	1,05	1,69	960	590
600	123,5	1,541	1176	7,00	8,75	392	1,14	1,75	966	600
610	137,3	1,612	1068	7,85	11,1	378	1,20	1,80	972	610
620	159,1	1,705	941	9,35	15,4	364	1,32	1,86	978	620
630	189,1	1,778	838	10,6	18,3	350	1,45	1,92	984	630
640	219,7	1,856	781	12,6	22,1	336	1,60	1,98	990	640
650	250,9	1,935	683	16,4	27,6	322	1,77	2,04	996	650
660	282,7	2,075	560	26	42	308	2,0	2,1	1002	660
670	321,2	2,351	361	90	—	294	2,6	2,16	1008	670
680	367,3	3,170	0,0032	—	—	280	3,5	2,22	1014	680

*Adaptada da referência bibliográfica 19.
1 bar = 10⁵ N/m² = 10⁵ Pa.
Temperatura crítica

Tabela A.7 Propriedades termofísicas de metais líquidos*

COMPOSIÇÃO	PONTO DE FUSÃO (K)	T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg·K)	$\nu \cdot 10^7$ (m ² /s)	k (W/m·K)	$\alpha \cdot 10^7$ (m ² /s)	Pr
Bismuto	544	589 811 1033	10.011 9.739 9.467	0,1444 0,1545 0,1645	1,617 1,133 0,8343	16,4 15,6 15,6	0,138 1,035 1,001	0,0142 0,0110 0,0083
Chumbo	600	644 755 977	10.540 10.412 10.140	0,159 0,155 —	2,276 1,849 1,347	16,1 15,6 14,9	1,084 1,223 —	0,024 0,017 —
Potássio	337	422 700 977	807,3 741,7 674,4	0,80 0,75 0,75	4,608 2,397 1,905	45,0 39,5 33,1	6,99 7,07 6,55	0,0066 0,0034 0,0029
Sódio	371	366 644 977	929,1 860,2 778,5	1,38 1,30 1,26	7,516 3,270 2,285	86,2 72,3 59,7	6,71 6,48 6,12	0,011 0,0051 0,0037
NaK (45%/55%)	292	366 644 977	887,4 821,7 740,1	1,130 1,055 1,043	6,522 2,871 2,174	25,6 27,5 28,9	2,552 3,17 3,74	0,026 0,0091 0,0058
NaK (22%/78%)	262	366 672 1033	849,0 775,3 690,4	0,946 0,879 0,883	5,797 2,666 2,118	24,4 26,7 —	3,05 3,92 —	0,019 0,0068 —
PbBi (44,5%/55,5%)	398	422 644 922	10.524 10.236 9.835	0,147 0,147 —	— 1,496 1,171	9,05 11,86 —	0,586 0,790 —	— 0,189 —
Mercurio	234	Ver Tabela A.5						

*Adaptada de Liquid Materials Handbook, 23 ed Atomic Energy Commission, Department of the Navy, Washington, D.C., 1952.

Tabela A.8 Coeficiente de difusão binário a uma atmosfera*

SUBSTÂNCIA A	SUBSTÂNCIA B	T (K)	D _{AB} (m ² /s)
Gases			
NH ₃	Ar atmosférico	298	0,28 × 10 ⁻⁴
H ₂ O	Ar atmosférico	298	0,26 × 10 ⁻⁴
CO ₂	Ar atmosférico	298	0,16 × 10 ⁻⁴
H ₂	Ar atmosférico	298	0,41 × 10 ⁻⁴
O ₂	Ar atmosférico	298	0,21 × 10 ⁻⁴
Acetona	Ar atmosférico	273	0,11 × 10 ⁻⁴
Benzeno	Ar atmosférico	298	0,88 × 10 ⁻⁵
Naftaleno	Ar atmosférico	300	0,62 × 10 ⁻⁵
Ar	N ₂	293	0,19 × 10 ⁻⁴
H ₂	O ₂	273	0,70 × 10 ⁻⁴
H ₂	N ₂	273	0,68 × 10 ⁻⁴
H ₂	CO ₂	273	0,55 × 10 ⁻⁴
CO ₂	N ₂	293	0,16 × 10 ⁻⁴
CO ₂	O ₂	273	0,14 × 10 ⁻⁴
O ₂	N ₂	273	0,18 × 10 ⁻⁴
Soluções diluídas			
Cafeína	H ₂ O	298	0,63 × 10 ⁻⁹
Etnanol	H ₂ O	298	0,12 × 10 ⁻⁹
Glicose	H ₂ O	298	0,69 × 10 ⁻⁹
Glicol	H ₂ O	298	0,94 × 10 ⁻⁹
Acetona	H ₂ O	298	0,13 × 10 ⁻⁹
CO ₂	H ₂ O	298	0,20 × 10 ⁻⁹
O ₂	H ₂ O	298	0,24 × 10 ⁻⁹
H ₂	H ₂ O	298	0,63 × 10 ⁻⁹
N ₂	H ₂ O	298	0,26 × 10 ⁻⁹
Sólidos			
O ₂	Borracha	298	0,21 × 10 ⁻⁹
N ₂	Borracha	298	0,15 × 10 ⁻⁹
CO ₂	Borracha	298	0,11 × 10 ⁻⁹
He	SiO ₂	293	0,4 × 10 ⁻¹³
H ₂	Fe	293	0,26 × 10 ⁻¹⁷
Cd	Cu	293	0,27 × 10 ⁻¹⁷
Al	Cu	293	0,13 × 10 ⁻¹⁷

*Adaptada, com autorização, das referências bibliográficas 20, 21 e 22.
*Com a hipótese de comportamento ideal, a dependência entre o coeficiente de difusão numa mistura binária de gases e a pressão e a temperatura pode ser estimada pela relação D_{AB} ∝ p⁻¹ T^{3/2}.

Tabela A.9 Constante de Henry para alguns gases em água, a pressão moderada*

H = p _A / x _A (bar)								
T (K)	NH ₃	Cl ₂	H ₂ S	SO ₂	CO ₂	CH ₄	O ₂	H ₂
273	21	265	260	165	710	22.880	25.500	58.000
280	23	365	335	210	960	27.800	30.500	61.500
290	26	480	450	315	1300	35.200	37.600	66.500
300	30	615	570	440	1730	42.800	45.700	71.600
310	—	755	700	600	2175	50.000	52.500	76.000
320	—	860	835	800	2650	56.300	56.800	78.600
323	—	890	870	850	2870	58.000	58.000	79.000

*Adaptada, com autorização, da referência bibliográfica 23.

Tabela A.10 Solubilidade de gases em sólidos*

GAS	SÓLIDO	T (K)	S = C ₂ /p ₁ (kmol/m ³ ·bar)
O ₂	Borracha	298	3,12 × 10 ⁻³
N ₂	Borracha	298	1,56 × 10 ⁻³
CO ₂	Borracha	298	40,15 × 10 ⁻³
He	SiO ₂	293	0,45 × 10 ⁻³
H ₂	Ni	358	9,01 × 10 ⁻³

*Adaptada, com autorização, da referência bibliográfica 22.