

LES0458 - Teoria Microeconômica II

LISTA 5 – Monopólio

Questão 1)

a) Jogo simultâneo (estabelecem quantidades com a mesma informação disponível)

b) Não, existem infinitas ações que podem ser tomadas.

c)

$$\Pi = PQ - C$$

$$\Pi_1 = Pq_1 - cq_1$$

$$\Pi_1 = (a - b(q_1 - q_2))q_1 - cq_1$$

$$\Pi_1 = aq_1 - bq_1^2 - bq_2q_1 - cq_1$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c = 0$$

$$q_1 = \frac{a - bq_2 - c}{2b}$$

$$q_2 = \frac{a - bq_1 - c}{2b}$$

d)

$$q_1 = \frac{\left(a - b \left(\frac{a - bq_1 - c}{2b}\right) - c\right)}{2b}$$

Resolvendo para q_1

$$q_1 = \frac{a - c}{2b} = q_2$$

e)

$$q_1 = q_2 = \frac{140 - 20}{3 * 4} = 10$$

Questão 2)

$$C_1 = 30Q_1, \quad C_2 = 30Q_2 \quad \therefore \quad CMG_1 = CMG_2 = 30$$

$$\pi_1 = PQ_1 - C_1$$

$$\pi_1 = (150 - Q_1 - Q_2) \cdot Q_1 - 30Q_1$$

$$\pi_1 = 150Q_1 - Q_1^2 - Q_2Q_1 - 30Q_1$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial Q_1} = 150 - 2Q_1 - Q_2 - 30 = 0$$

$$-2Q_1 = -120 + Q_2$$

$$Q_1 = \frac{-1}{2}Q_2 + 60 \quad \left| \quad Q_2 = \frac{-1}{2}Q_1 + 60 \right|$$

$$\text{Curve Recce 1} \quad \quad \quad \text{Curve Recce 2}$$

$$Q_1 = \frac{-1}{2} \left(\frac{-1}{2}Q_1 + 60 \right) + 60$$

$$Q_1 = \frac{1}{4}Q_1 - 30 + 60$$

$$\frac{3}{4}Q_1 = 30 \quad Q_1 = 40, \quad Q_2 = 40$$

$$P = 150 - 40 - 40 = 70$$

$$\pi_1 = \pi_2 = 70 \cdot 40 - 30 \cdot 40 = 1600$$

b) Duopol $\pi_T = \pi_1 + \pi_2$

$$\pi_T = (150 - Q)Q - 30Q$$

$$\pi_T = 150Q - Q^2 - 30Q$$

$$\frac{\partial \pi_T}{\partial Q} = 150 - 2Q - 30 = 0$$

$$120 = 2Q \quad Q = 60$$

$$P = 150 - 60 = 90$$

$$\pi = 90 \cdot 60 - 30 \cdot 60 = 5400 - 1800 = 3600$$

$$\pi_1 = \frac{\pi}{2} = 1800 ; \quad \pi_2 = \frac{\pi}{2} = 1800$$

c) Se houvesse o monopólio, nesse caso $Q_1 = Q_2$ e $\pi_1 = \pi_2$, obtendo a alternativa (b) *

$Q_1 = 60$
$P = 90$
$\pi = 3600$

d) Se a empresa respeita o acordo, então $Q_1 = 30$, já Q_2 decide abandonar seu nível de produção, usando a sua função de reação

$$Q_2 = 60 - 0,5 Q_1 = 60 - 0,5 \cdot 30 = 45$$

sendo assim

$$Q = 45 + 30 = 75 \quad P = 150 - 75 = 75$$

$$\pi_1 = 75 \cdot 30 - 30 \cdot 30 = 1350$$

$$\pi_2 = 75 \cdot 45 - 30 \cdot 45 = 2025$$

$\pi_2 > \pi_1$ caso
for o cartel

Questão 3)

O paradoxo de Bertrand apresenta que em uma guerra de preços, o mesmo tende a se igualar ao custo marginal dos agentes. Pressupostos explícitos:

- Custos marginais idênticos e constantes;
- Produtos homogêneos;
- Sem restrição de capacidade.

Pressuposto implícito:

- Retorno constantes à escala

Questão 4)

O modelo de Cournot é um jogo simultâneo que determina quantidades; O modelo de Stackelberg é um jogo sequencial que determina quantidades.

Questão 5)

$$\begin{aligned}
 P &= 1000 - 0,5(q_1 + q_2) \\
 C_1 &= 2q_1 \\
 C_2 &= 2q_2 \\
 \pi_1 &= (1000 - 0,5q_1 - 0,5q_2) \cdot q_1 - 2q_1 \\
 \pi_1 &= 1000q_1 - 0,5q_1^2 - 0,5q_1q_2 - 2q_1 \\
 \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} &= 1000 - q_1 - 0,5q_2 - 2 = 0 \\
 \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} &= 998 - q_1 - 0,5q_2 = 0 \quad q_2 = 998 - 0,5q_1 \\
 \pi_1 &= (1000 - 0,5q_1 - 0,5(998 - 0,5q_1))q_1 - 2q_1 \\
 \pi_1 &= 1000q_1 - 0,5q_1^2 - 499q_1 + 0,25q_1^2 - 2q_1 \\
 \pi_1 &= 1000 - q_1 - 499 + 0,5q_1 - 2 \\
 \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} &= 499 - 0,5q_1 = 0 \quad q_1 = \frac{499}{0,5} = 998 \\
 q_2 &= 998 - \frac{998}{2} = 499 \\
 P &= 1000 - 0,5(499 + 998) \\
 P &= 1000 - 748,5 = 251,5
 \end{aligned}$$

Questão 6)

$$\begin{aligned}
 \pi_1 &= (200 - 2q_1 - 2q_2) \cdot q_1 - 20q_1 + \frac{q_1^2}{2} \\
 \pi_1 &= 200q_1 - 2q_1^2 - 2q_2q_1 - (20q_1 + \frac{q_1^2}{2}) \\
 \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} &= 200 - 4q_1 - 2q_2 - 20 - \frac{q_1}{2} \\
 200 - 6q_1 - 2q_2 &= 0 \\
 180 - 6q_1 - 2q_2 &= 0 \\
 180 - 2q_2 &= 6q_1 \quad q_1 = \frac{180}{6} - \frac{2}{6}q_2 \\
 q_1 &= 30 - \frac{1}{3}q_2 \quad q_2 = 30 - \frac{1}{3}q_1 \\
 q_1 &= 30 - \frac{1}{3}\left(30 - \frac{1}{3}q_1\right) \Rightarrow q_1 = 30 - 10 + \frac{1}{9}q_1 \\
 q_1 - \frac{1}{9}q_1 &= 20 \quad \frac{8}{9}q_1 = 20 \\
 q_1 &= 22,5 = q_2 \\
 P &= 200 - 4 \cdot 22,5 = 110 \\
 \pi_1 &= 110 \cdot 22,5 - (20 \cdot 22,5 + \frac{22,5^2}{2}) \\
 \pi_1 &= 2475 - 450 - 506,25 \\
 \pi_1 &= 1518,75 = \pi_2
 \end{aligned}$$

b) $\pi_i = \pi_1 + \pi_2$

$\pi = P \cdot Q - C$

$$\pi_1 = (200 - 2Q)Q - \left[20\left(\frac{Q}{2}\right) + \left(\frac{Q}{2}\right)^2 \right] 2 =$$

$$\pi_1 = 200Q - 2Q^2 - 20Q - \frac{1}{2}Q^2$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial Q} = 200 - 4Q - 20 - Q = 0$$

$$180 - 5Q = 0 \quad Q = 180/5 = 36$$

$$P = 200 - 2 \cdot 36 = 128$$

$$\pi_1 = 128 \cdot 36 - 20 \cdot 36 - \frac{(36)^2}{2} = 3240$$

$$\pi_1 = \pi_2 = 1620 = \tilde{\pi}_2$$

c)

q_1 Coverat	q_2 Cartel
22,5	19

$Q = 22,5 + 19 = 40,5$

$P = 200 - 2 \cdot (40,5) = 119$

$$\pi_1 = 22,5 \cdot 119 - (20 \cdot 22,5 + 22,5^2) = 1721,25$$

$$\pi_2 = 19 \cdot 119 - (20 \cdot 19 + 19^2) = 1458$$

		Renault		
		Coverat	Cartel	
Ford	Coverat	1518,75	1721,25	1458
	Cartel	1458	1721,25	1620

Nash = {Coverat, Coverat}

Questão 7)

① $q_A = 21 - p_A + p_B$ $CA(q_A) = q_A \cdot 175$
 $q_B = 20 - 2p_B + p_A$ $CB(q_B) = 2q_B + 100$

$\pi_A = p_A \cdot q_A - CA$

$\pi_A = (21 - p_A + p_B) \cdot p_A - (q_A) \cdot 175$

$\pi_A = 21p_A - p_A^2 - p_A p_B - 175(21 - p_A + p_B) - 175$

$\frac{\partial \pi_A}{\partial p_A} = 21 - 2p_A - p_B + 175 = 0 \Rightarrow 22 - 2p_A - p_B = 0$

$2p_A$

$p_A = \frac{22 - p_B}{2}$ Com o valor
substitua A

② $\pi_B = p_B \cdot q_B - CB$

$(20 - 2p_B + p_A) \cdot p_B - 2(20 - 2p_B + p_A) - 100$

$\pi_B = 20p_B - 2p_B^2 + p_A p_B - 40 + 4p_B - 2p_A - 100$

$\frac{\partial \pi_B}{\partial p_B} = 20 - 4p_B + p_A + 4 = 0 \Rightarrow 24 - 4p_B + p_A = 0$

$0p_B$ $p_B = \frac{24 - p_A}{4}$

$p_B = 0 \Rightarrow p_A$

$p_A = \frac{22 + \left(\frac{24 - p_A}{4}\right)}{2} \Rightarrow p_A = 11 + 3 + \frac{p_A}{8}$

$p_A - \frac{p_A}{8} = 14$

$\frac{7}{8} p_A = 14 \Rightarrow p_A = 16$

$p_B = \frac{24 - 16}{4} = 2$

$\pi_A = (21 - 16 + 2) \cdot 16 - (21 - 16 + 2) \cdot 175 = 0$

$\pi_B = (20 - 2 \cdot 2 + 16) \cdot 2 - 2(20 - 2 \cdot 2 + 16) - 100$

$\pi_B = 20 \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 - 16 \cdot 2 - 40 + 16 - 32 - 100$

$\pi_B = -24$

$\pi_A + \pi_B = -24$

Questão 8)

$$S_2 = 2p \quad D = 100 - p \quad C_1 = S_1$$

$$S_1 = D - S_2 = 100 - p - 2p = 100 - 3p$$

$$S_1 = 100 - 3p$$

$$p = \frac{100 - S_1}{3}$$

$$\pi_1 = p \cdot S_1 - S_2$$

$$\pi_1 = \left(\frac{100 - S_1}{3} \right) S_1 - S_1 = \frac{100S_1 - S_1^2}{3} - S_1$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial S_1} = \frac{100 - 2S_1}{3} - 1 = 0 \quad S_1 = \frac{97}{2} = 48,5$$

$$p = \left(\frac{100 - 48,5}{3} \right) = 17,166$$

$$S_2 = 2 \cdot 17,166 = 34,333$$

Questão 9)

Resposta esperada: Como existem 50 empresas, a curva de demanda inversa será $P(Q) = 150 - (\sum_{i=1}^{50} Q_i)$ e a função de lucro da i -ésima empresa:

$$\pi_i = (150 - \sum_{j \neq i}^{50} Q_j - Q_i)Q_i - 30Q_i \quad (19)$$

$$\pi_i = 150Q_i - Q_i \sum_{j \neq i}^{50} Q_j - 30Q_i - Q_i^2 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial Q_i} = 150 - 2Q_i - \sum_{j \neq i}^{50} Q_j - 30 = 0 \quad (21)$$

$$150 - 2Q_i^* - 49Q_i^* - 30 = 0 \quad (22)$$

$$Q_i^* = \frac{150 - 30}{51} \approx 2,35 \quad (23)$$

$$P(Q^*) = 150 - 50 \times 2,35 = 32,5. \quad (24)$$

A fórmula para n empresas pode ser encontrada (assim como sua derivação) em Fiani (2009, p. 131-132). Para os nossos propósitos, basta saber que a fórmula, quando

uma função de demanda inversa tem o formato $P(Q) = A - b \sum_{i=1}^n Q_i$ e a função de custo total de cada empresa $C_i(Q_i) = cQ_i$:

$$Q_i^* = \frac{A - c}{b(n+1)}. \quad (25)$$

Note que (25) é idêntica a (23) quando $n = 50$, $c = 30$, $A = 150$ e $b = 1$. Como existem n empresas, a quantidade total ofertada no mercado será a quantidade produzida por cada companhia multiplicada n vezes:

$$Q^* = \frac{n(A - c)}{b(n+1)} \quad (26)$$

$$Q^* = \frac{A - c}{b} \frac{n}{(n+1)} \quad (27)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Q^* = \frac{A - c}{b} \times 1 \quad (28)$$

Ou seja, quando o número de empresas em um dado mercado tende ao infinito (ou é muito grande), a quantidade ofertada no mercado tende àquela produzida em concorrência perfeita. Lembre-se que, na concorrência perfeita, $P = Cmg$, logo, $A - bQ = c$, que é idêntico a (28).

Comentários adicionais: Veja que n não precisa ser tão grande assim para que o resultado se aproxime da concorrência perfeita. Na primeira parte dessa questão, com $n = 50$, a quantidade de mercado produzida fora de 117,5 unidades - muito próximo à quantidade que seria ofertada em concorrência perfeita, de 120 unidades.

Questão 10)

Concorrência versus coalizão

$$Q_1 = 12 - 2P_1 + P_2$$

$$Q_2 = 12 - 2P_2 + P_1$$

$$\text{Custo Fixo} = 10$$

a)

$$\Pi_1 = P_1 Q_1 - 10$$

$$\Pi_1 = P_1(12 - 2P_1 + P_2) - 10$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial P_1} = 12 - 4P_1 + P_2 = 0$$

$$P_1 = 3 + \frac{P_2}{4}$$

∴

$$P_2 = 3 + \frac{P_1}{4}$$

$$P_1 = P_2 = 4$$

$$Q_1 = Q_2 = 8$$

$$\Pi_1 = \Pi_2 = 22$$

b) Cartel

$$\Pi = (24 - 2P)P - 20$$

$$\Pi = 24P - 2P^2 - 20$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial P} = 24 - 4P = 0$$

$$P = P_1 = P_2 = 6$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = 12$$

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = 52$$

$$\Pi_1 = \Pi_2 = 26$$

c)

Empresa 1 \ Empresa 2	$P_2 = 4$	$P_2 = 6$
	$P_1 = 4$	$P_1 = 6$
$P_1 = 4$	(22,22)	(30,14)
$P_1 = 6$	(14,30)	(26,26)