

**SEM0501**

# Dinâmica Aplicada às Máquinas

Aula #17 — Conservação da energia  
para corpos rígidos e exercícios

Laboratório de

**Prof. Dr. Thiago Boaventura**

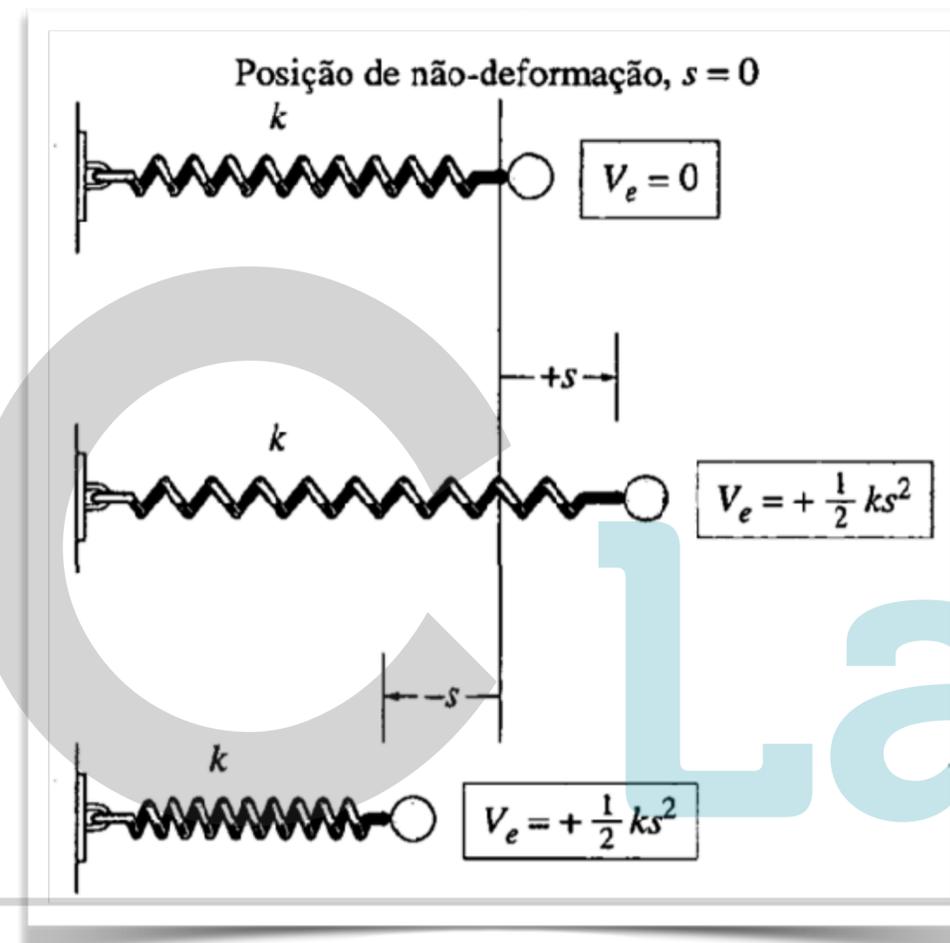
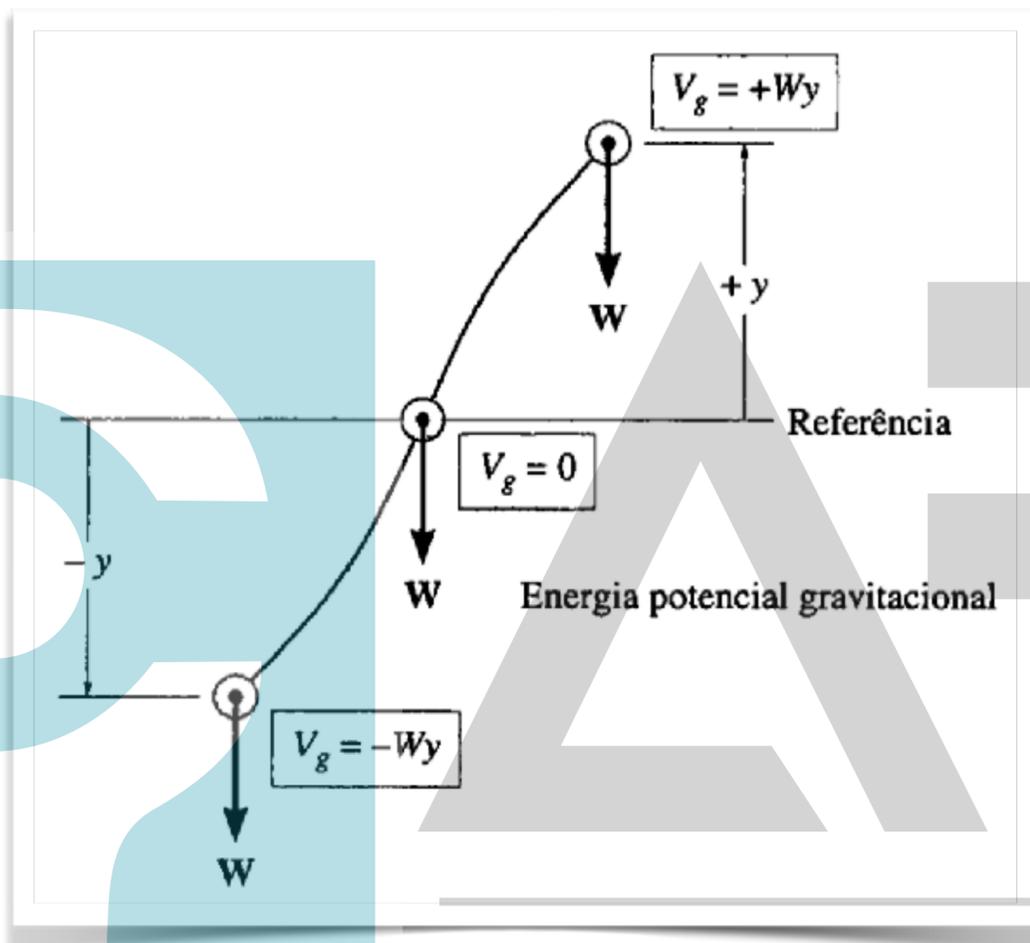
[tboaventura@usp.br](mailto:tboaventura@usp.br)

São Carlos, 21/10/19





# Forças conservativas



$$\mathbf{F} = -\nabla V$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}\right) \mathbf{i} + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right) \mathbf{j} + \left(\frac{\partial}{\partial z}\right) \mathbf{k}$$



# Conservação da energia mecânica

princípio do  
trabalho e energia

$$\sum_i U_i = T_2 - T_1$$

$$U = V_1 - V_2$$

quando todas as forças são  
conservativas:

$$V_1 - V_2 = T_2 - T_1$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

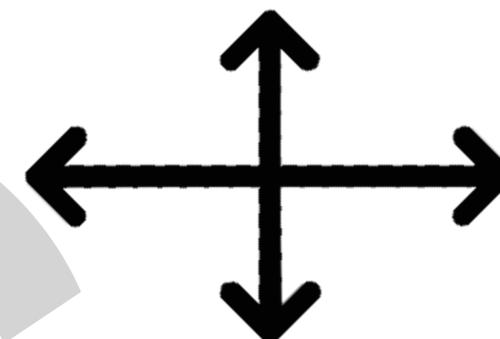
**conservação  
da energia mecânica**



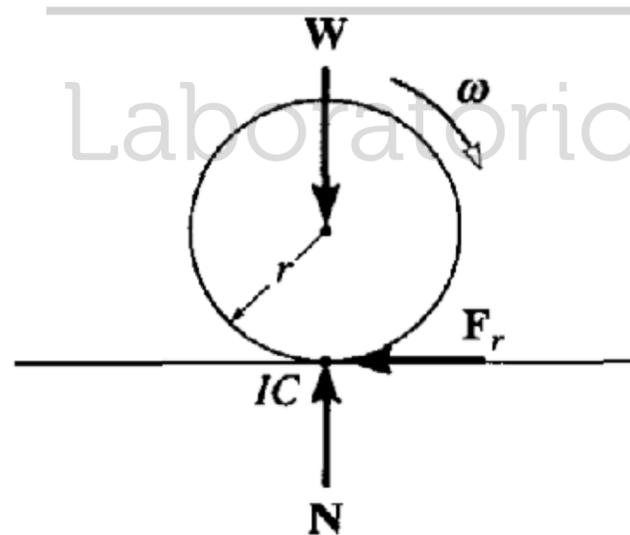
# Forças que **não** realizam trabalho



reações de apoio



forças perpendiculares



Forças de atrito sem escorregamento

Laboratório de Controle de Robótica Avançada

Revisão aula passada...

# Trabalho e energia em de corpos rígidos

Revisão aula passada...



Trabalho de um binário:

$$U_M = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M d\theta$$



Energia cinética:

$$T = \frac{1}{2}mv_G^2 + \frac{1}{2}I_G\omega^2$$



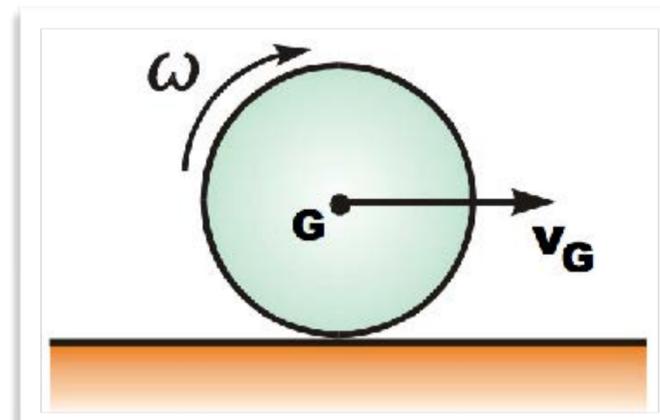
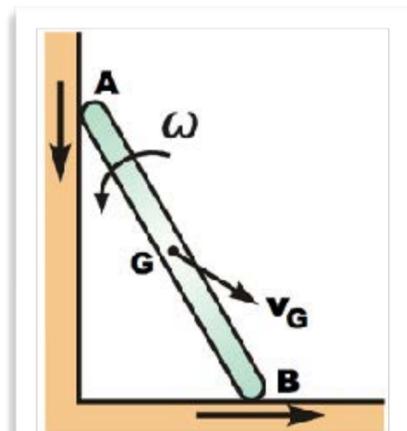
# Princípio do trabalho e energia

igual ao ponto material, só que diferente..

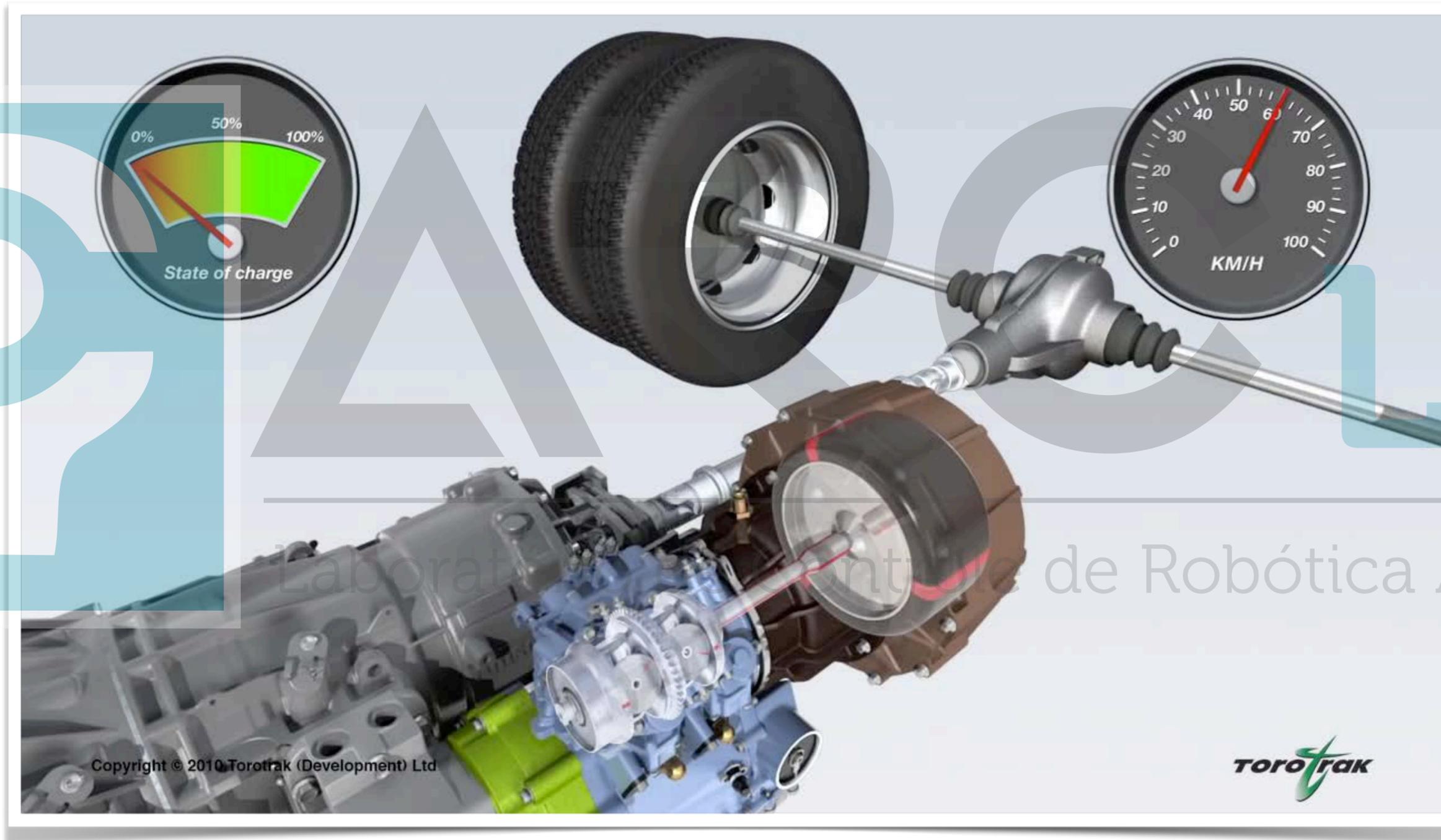
$$\sum_i U_i = T_2 - T_1$$

soma dos trabalhos de todas  
as forças externas e  
torques de binário

energia cinética de  
translação e  
rotação final e inicial



# Flywheel - “A bateria eletromecânica”



# Flywheel - “A bateria eletromecânica”

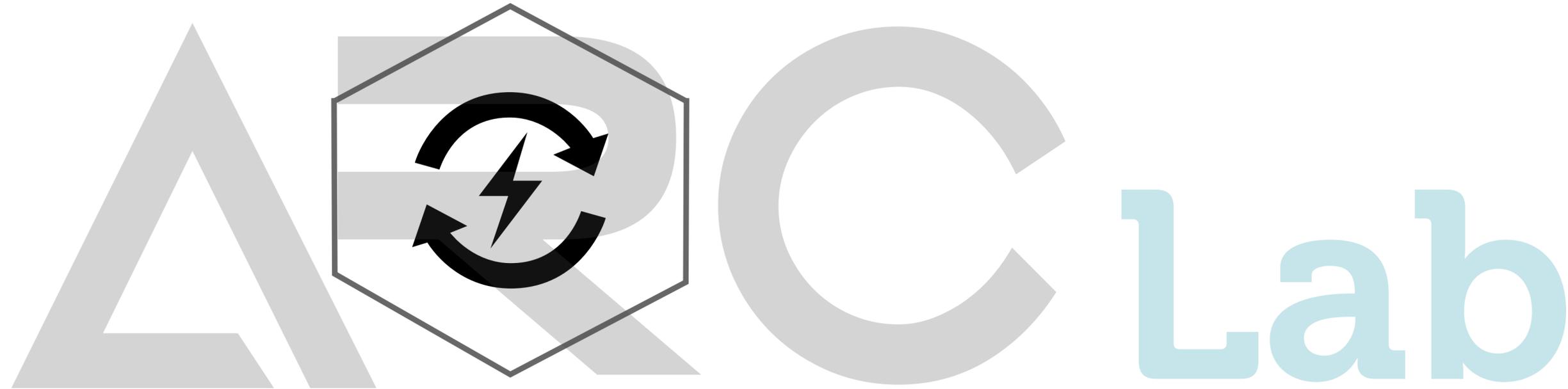


Lab

Laboratório de Controle de Robótica Avançada

# Objetivos da aula de hoje

---



---

**Mostrar que a conservação da energia  
pode ser usada para resolver problemas de cinética**

(Cap. 18.5)



$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

**conservação  
da energia mecânica**

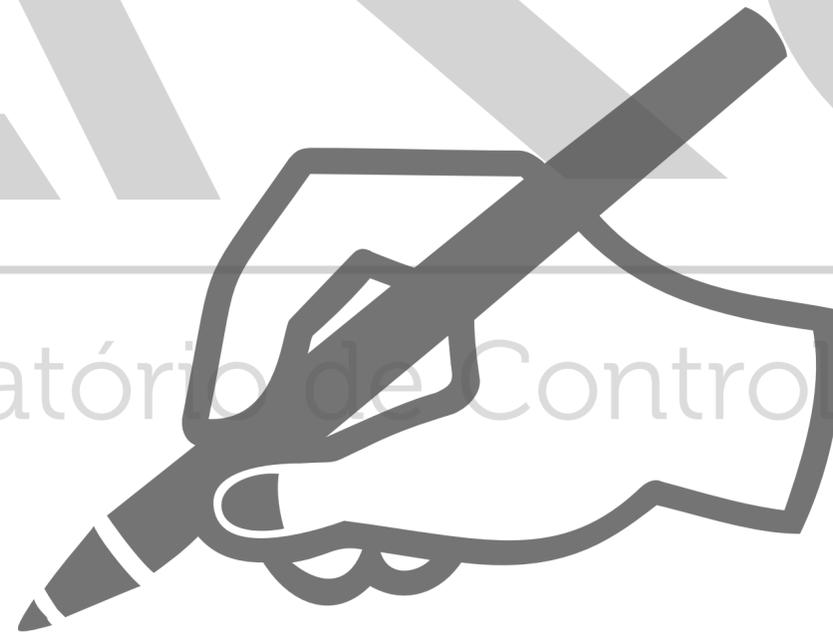
ARC Lab  
Laboratório de Controle de Robótica Avançada

# Exercícios

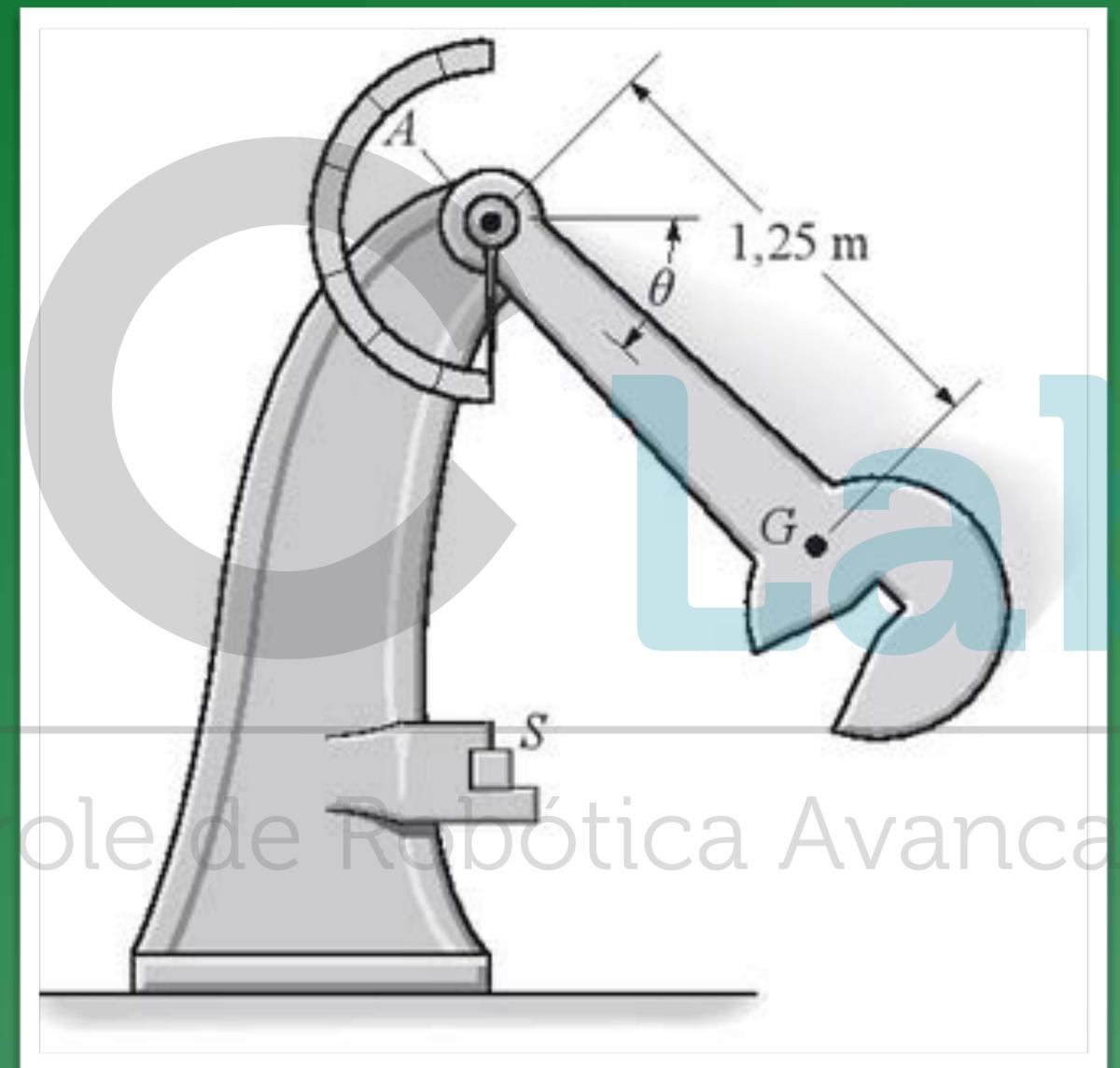
## Conservação da energia mecânica

Lab

Laboratório de Controle e de Robótica Avancada

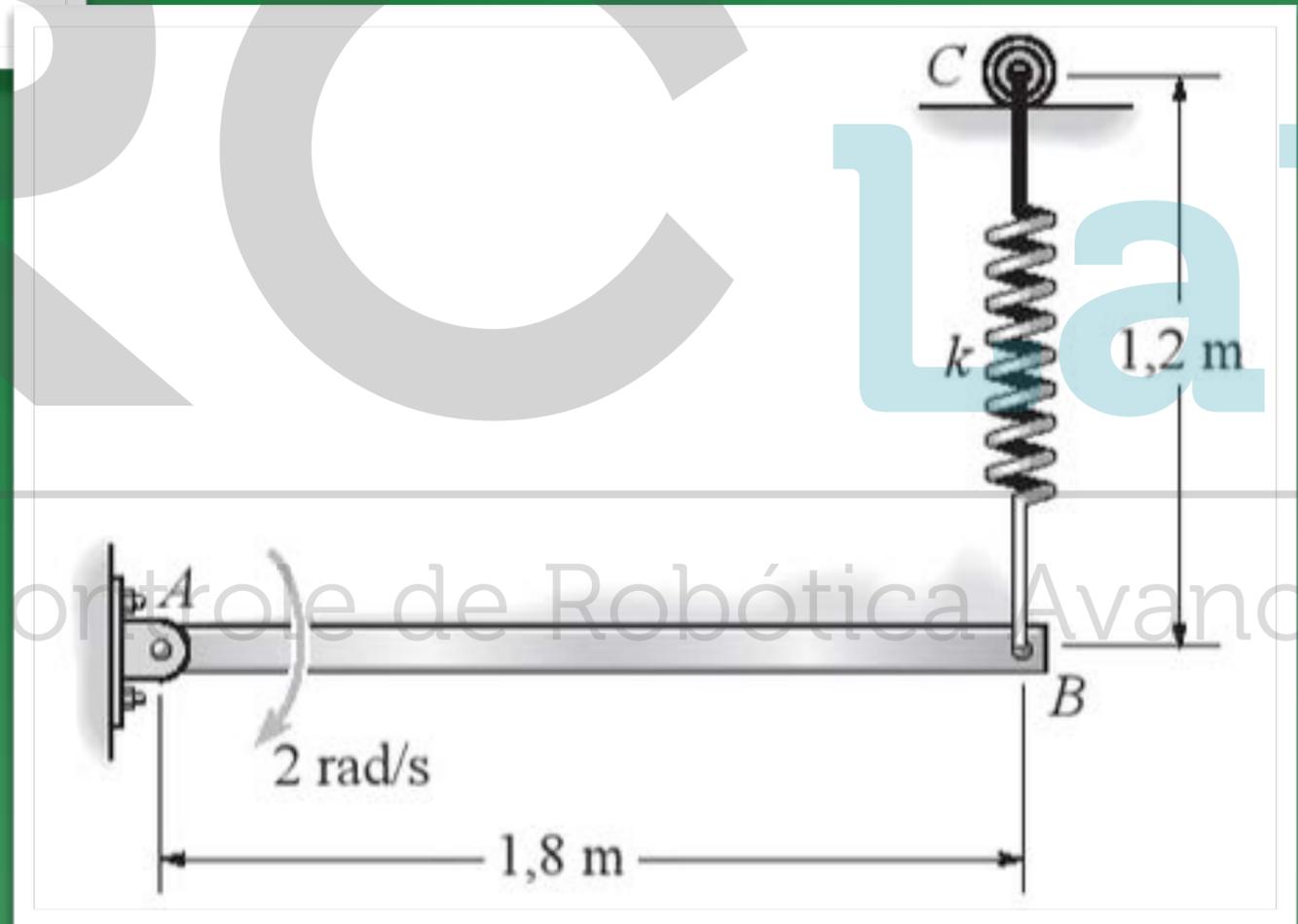
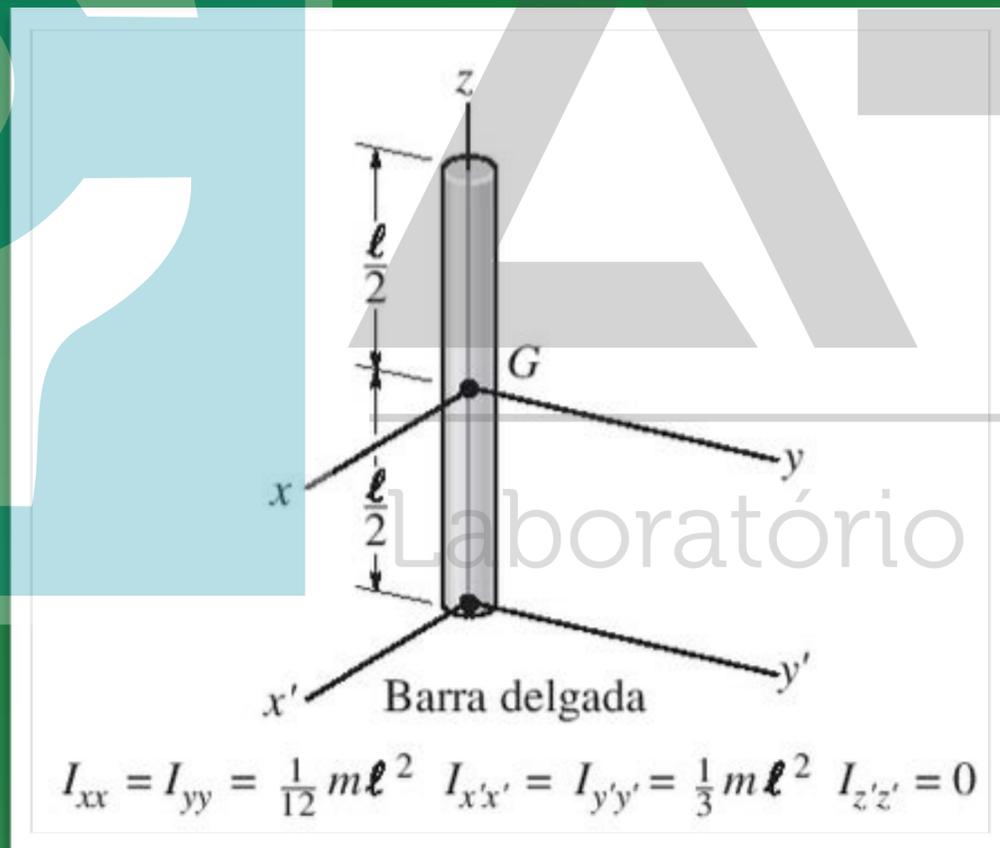


•18.5. O pêndulo da máquina de impacto Charpy tem massa de 50 kg e um raio de giração  $k_A = 1,75$  m. Se ele é solto do repouso quando  $\theta = 0^\circ$ , determine sua velocidade angular logo antes de atingir o corpo de prova  $S$ ,  $\theta = 90^\circ$ .

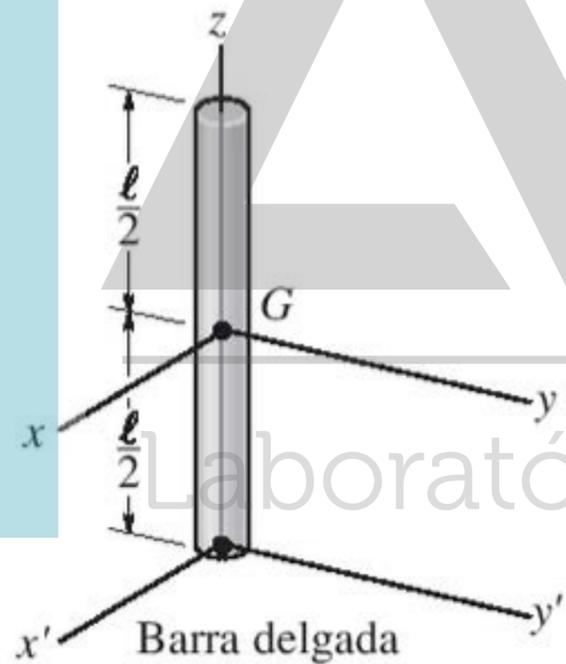


Laboratório de Controle de Robótica Avançada

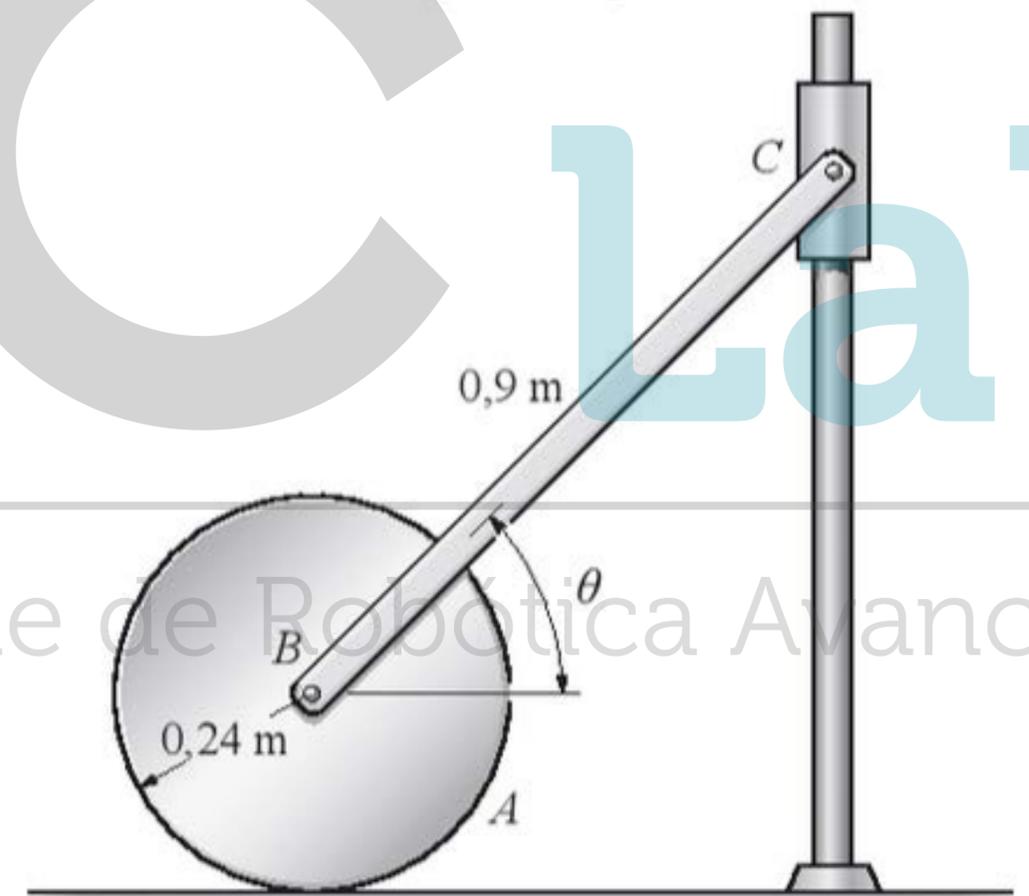
•18.41. No instante mostrado, a barra de 25 kg gira no sentido horário a 2 rad/s. A mola fixada em sua extremidade permanece sempre vertical, devido ao rolete guia em C. Se a mola tem um comprimento não deformado de 0,6 m e uma rigidez  $k = 200 \text{ N/m}$ , determine o ângulo  $\theta$ , medido a partir da horizontal, até o qual a barra irá antes de parar momentaneamente.



•**18.45.** O sistema consiste de um disco  $A$ , de 10 kg, uma barra fina,  $BC$ , de 2 kg, e um anel liso  $C$ , de 0,5 kg. Se o disco rola sem deslizar, determine a velocidade do anel no instante em que a barra torna-se horizontal, ou seja,  $\theta = 0^\circ$ . O sistema é liberado do repouso quando  $\theta = 45^\circ$ .

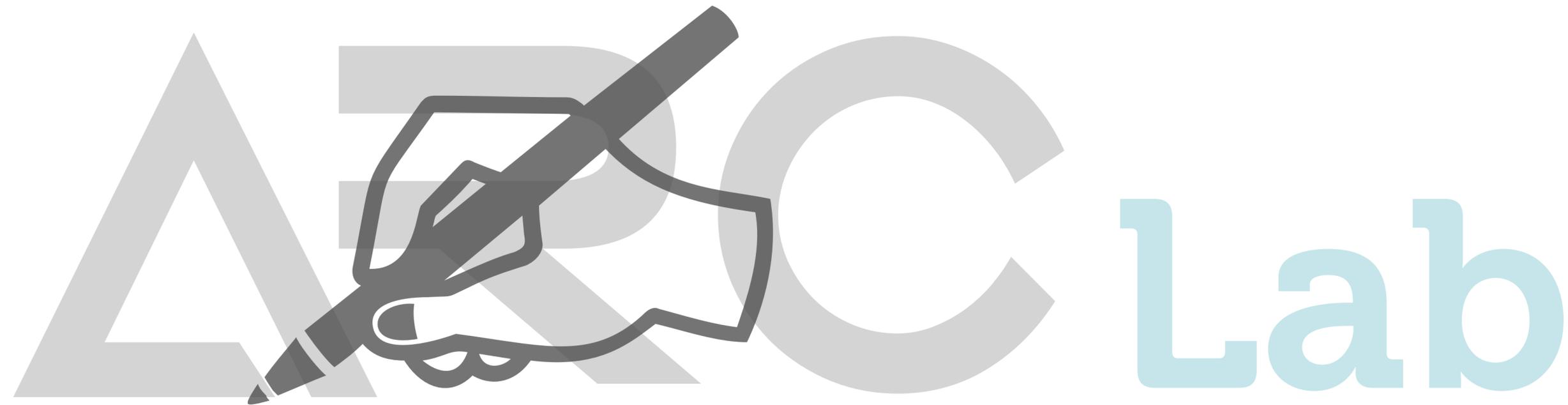


$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{12} m \ell^2 \quad I_{x'x'} = I_{y'y'} = \frac{1}{3} m \ell^2 \quad I_{z'z'} = 0$$



# Lista de exercícios para próxima aula...

---



---

Laboratório de Controle de Robótica Avançada

**18.37, 18.54, 18.60, 18.69**



*That's all Folks!*

Laboratorio de Control de Robótica Avanzada