CÁLCULO NUMÉRICO COM APLICAÇÕES À FÍSICA – MAP0214

PROVA 1

Os ajustes de MMQ são feitos com pesos uniformes e precisão de 4 algarismos significativos.

(1) Você vai reviver Kepler descobrindo sua terceira lei do movimento planetário. Na tabela, você tem as distâncias médias dos planetas ao Sol (D), em Unidades Astronômicas, e seus respectivos períodos de revolução em torno do Sol (T), medidos em anos terrestres. Depois de ter colocado esses dados em um gráfico, você desconfia que existe uma lei de potência, $T = aD^b$. Use MMQ para descobrir a e b (veja que o importante é b; dá para desconfiar que valor a terá, aproximadamente – se não desconfiar você vai perceber depois de fazer).

	D	T
Mercúrio	0.389	0.240
Vênus	0.724	0.615
Terra	1	1
Marte	1.524	1.881
Júpiter	5.2	11.862
Saturno	9.510	29.457

(2) Foram coletados dados (x_i, y_i, z_i), com $i = 1,2,3,4$, de acordo com a tabela abaixo. Ajuste $z = \ln(1 + ax^2 + by^2)$ a esses dados, usando MMQ.

x_i	0	1	0	1
y_i	0	0	1	1
z_i	1	1.5	1.2	1.7

(3) (a) Mostre que a equação

$$e^x = \frac{3}{1 + x^2}$$

só tem uma solução positiva. (Atenção: há várias maneiras de se fazer isso, escolha uma).

(b) Encontre a solução, usando o Método de Newton, com a justificativa da condição inicial escolhida.

(4) Uma esfera de raio 1 com centro em $(0,0,1)$ tem equação $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$, de onde se tira que a intersecção da esfera com o plano de altura z é um círculo de raio $r(z) = \sqrt{1 - (z - 1)^2}$. Se a esfera for usada como reservatório de líquido e estiver preenchida até a altura z, o volume relativo do líquido será dado por

$$v(z) = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi} \cdot \int_0^z \pi r(u)^2 du \,.$$

Usando o Método de Newton (e justificando a escolha da condição inicial), obtenha a altura em que o reservatório está 25% preenchido, com a melhor precisão de sua calculadora.