1. CIRCUITOS EM CORRENTE CONTÍNUA

Exercício 1.1

Para o circuito da Figura 1.1, pede-se determinar:

a) todas as correntes;
b) a diferença de potencial entre os pontos B-C, B-D, e C-D.

Resposta:

a) $I_{AB} = 0{,}6\,\text{A}$; $I_{AC} = 8{,}6\,\text{A}$; $I_{AD} = -9{,}2\,\text{A}$; $I_{BC} = -4{,}2\,\text{A}$; $I_{BD} = 4{,}8\,\text{A}$; $I_{CD} = 4{,}4\,\text{A}$;
b) $V_{BC} = -84\,\text{V}$; $V_{BD} = 48\,\text{V}$; $V_{CD} = 132\,\text{V}$.

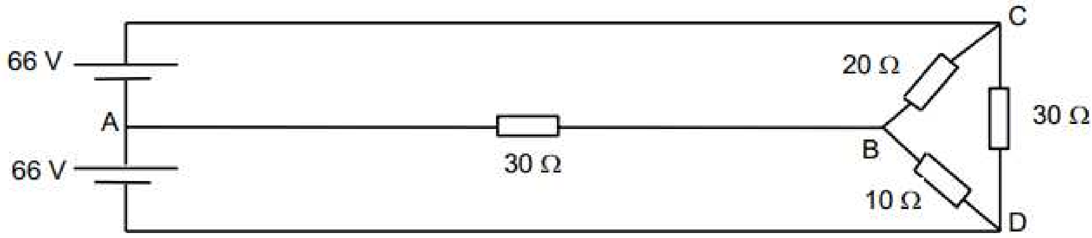
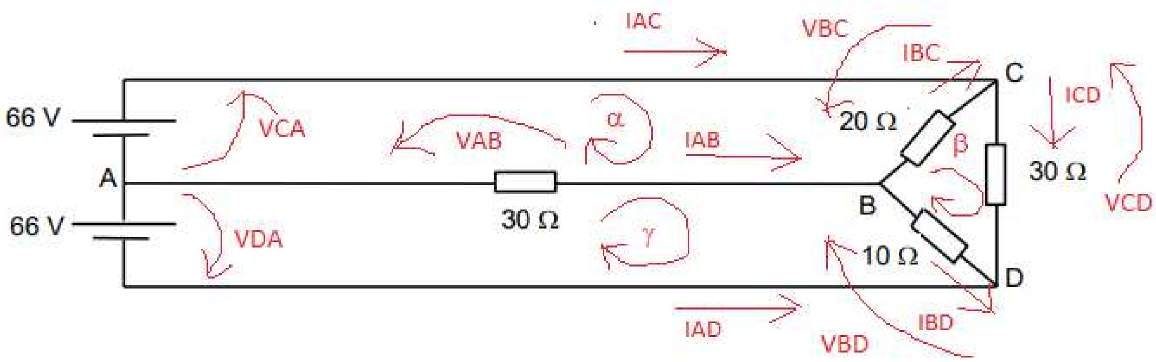


Figura 1.1 - Circuito para o Exercício 1.1

item a)



Usando método das malhas ou das correntes fictícias

$$A := \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \alpha & \beta & \gamma \end{array} \\ \begin{pmatrix} 30+20 & -20 & -30 \\ -20 & 20+30+10 & -10 \\ -30 & -10 & 30+10 \end{pmatrix} \end{array} \qquad b := \begin{pmatrix} 66 \\ 0 \\ 66 \end{pmatrix} \qquad I := A^{-1}\cdot b \qquad I = \begin{pmatrix} 8.6 \\ 4.4 \\ 9.2 \end{pmatrix}$$

$I_\alpha := I_1 \quad I_\beta := I_2 \quad I_\gamma := I_3$

$I_{AB} := -I_\alpha + I_\gamma \quad I_{AC} := I_\alpha \quad I_{AD} := -I_\gamma \quad I_{BC} := -I_\alpha + I_\beta \quad I_{BD} := -I_\beta + I_\gamma \quad I_{CD} := I_\beta$

$I_{AB} = 0.6 \quad I_{AC} = 8.6 \quad I_{AD} = -9.2 \quad I_{BC} = -4.2 \quad I_{BD} = 4.8 \quad I_{CD} = 4.4$

Usando as leis de Kirchhoff

1a Lei: n=4 nós, usar 3 vezes

$-I_{AC} - I_{AB} - I_{AD} = 0$ nó A

$I_{AB} - I_{BC} - I_{BD} = 0$ nó B

$I_{AC} + I_{BC} - I_{CD} = 0$ nó C

2a Lei: r=6 ramos, usar 3 vezes, pois são 12 incógnitas, 3 equações da 1a Lei e 6 da Lei de Ohm

$V_{CA} + V_{BC} + V_{AB} = 0$ ou $66 + 20 \cdot I_{BC} + 30 \cdot I_{AB} = 0$ malha α

$-V_{BC} - V_{CD} + V_{BD} = 0$ ou $-20 \cdot I_{BC} - 30 \cdot I_{CD} + 10 \cdot I_{BD} = 0$ malha β

$V_{DA} - V_{AB} - V_{BD} = 0$ ou $66 - 30 \cdot I_{AB} - 10 \cdot I_{BD} = 0 = 0$ malha γ

Montando o sistema matricialmente

$$I = \begin{pmatrix} I_{AB} \\ I_{AC} \\ I_{AD} \\ I_{BC} \\ I_{BD} \\ I_{CD} \end{pmatrix} \quad A := \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 30 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 & 10 & -30 \\ -30 & 0 & 0 & 0 & -10 & 0 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -66 \\ 0 \\ -66 \end{pmatrix} \quad I := A^{-1} \cdot b \quad I = \begin{pmatrix} 0.6 \\ 8.6 \\ -9.2 \\ -4.2 \\ 4.8 \\ 4.4 \end{pmatrix}$$

OBS - É muito mais tranquilo usar correntes fictícias

$V_{BC} := 20 \cdot I_{BC}$ $V_{BC} = -84$ $V_{BD} := 10 \cdot I_{BD}$ $V_{BD} = 48$ $V_{CD} := 30 \cdot I_{CD}$ $V_{CD} = 132$

Exercício 1.2

No circuito da Figura 1.2, estão dispostos 2 geradores, cada um com f.e.m. de 100 V e resistência interna de 1 Ω, e um motor com força contra-eletromotriz de 75 V e resistência interna de 2 Ω. Pede-se determinar:

a) a corrente nos 3 condutores;
b) a diferença de potencial nos extremos do motor;
c) o rendimento elétrico do motor.

Resposta:

a) $I_1 = 1{,}640$ A ; $I_2 = -2{,}868$ A ; $I_3 = 1{,}228$ A ;
b) 80,736 V ;
c) 92,9 %.

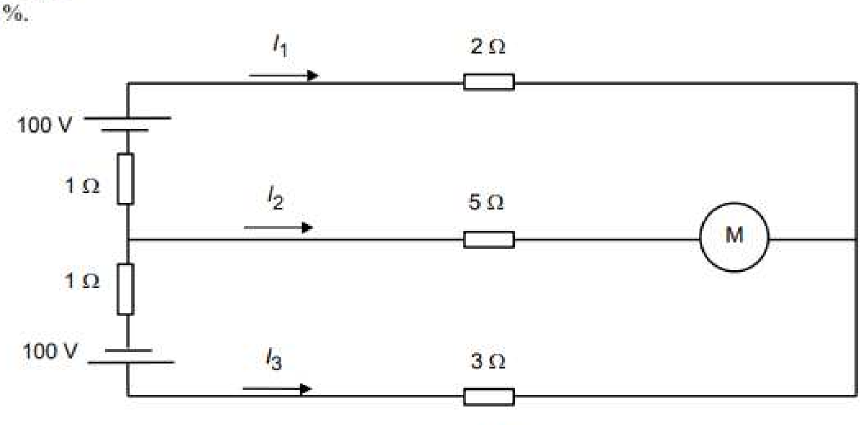
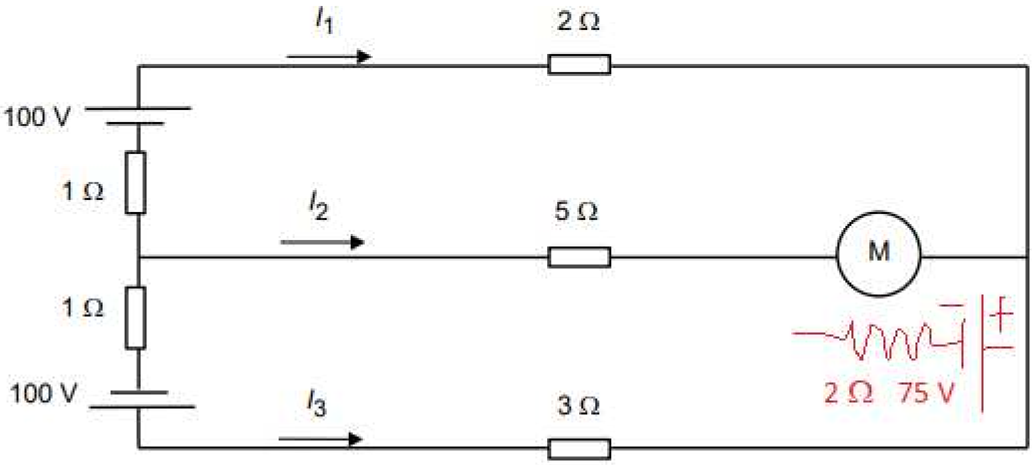


Figura 1.2 - Circuito para o Exercício 1.2

Item a)



$$A := \begin{pmatrix} 1+2+5+2 & -7 \\ -7 & 1+5+2+3 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 10 & -7 \\ -7 & 11 \end{pmatrix} \qquad b := \begin{pmatrix} 100-75 \\ -100+75 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 25 \\ -25 \end{pmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot b \qquad x = \begin{pmatrix} 1.639 \\ -1.23 \end{pmatrix} \qquad I_1 := x_1 \qquad I_2 := x_2 - x_1 \qquad I_3 := -x_2$$

$$I_1 = 1.639 \qquad I_2 = -2.869 \qquad I_3 = 1.23$$

Item b)

$$V_m := 75 - I_2 \cdot 2 \qquad V_m = 80.738$$

Item c)

$$\upsilon_m := \frac{75}{V_m} \qquad \upsilon_m = 92.893\,\%$$

Exercício 1.3

Determinar as correntes I_1 , I_2 e I_3 no circuito da Figura 1.3.

Resposta:

$I_1 = -3$ A ; $I_2 = -2$ A ; $I_3 = 5$ A .

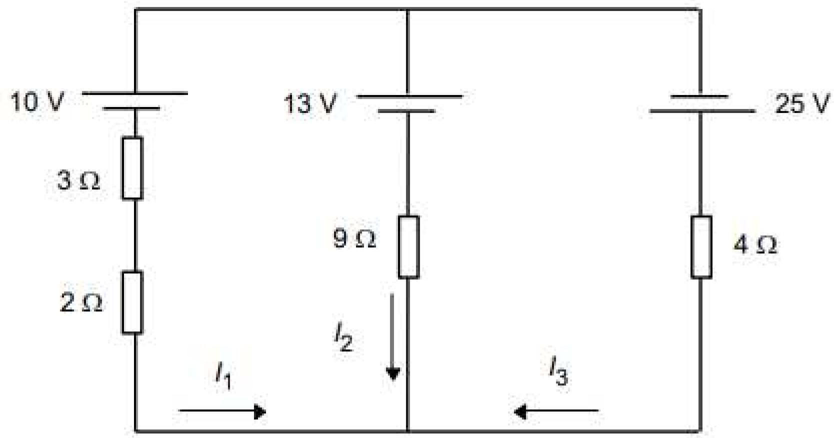


Figura 1.3 - Circuito para o Exercício 1.3

$$\begin{array}{c} \quad \alpha \qquad \beta \end{array}$$

$$A := \begin{pmatrix} 3+2+9 & -9 \\ -9 & 9+4 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 10-13 \\ 13+25 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 14 & -9 \\ -9 & 13 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -3 \\ 38 \end{pmatrix} \quad I := A^{-1}\cdot b \quad I = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$I_\alpha := I_1 \quad I_\beta := I_2 \quad I_1 := -I_\alpha \quad I_2 := I_\alpha - I_\beta \quad I_3 := I_\beta$

$I_1 = -3 \quad I_2 = -2 \quad I_3 = 5$

Exercício 1.4

Duas lâmpadas para 120 V, uma de 40 W e outra de 50 W, são ligadas primeiro em série e depois em paralelo. Indique como se distribuem as correntes em ambos casos.

Resposta:

- Ligação em série: $I_{40} = I_{50} = 0{,}185$ A ;
- Ligação em paralelo: $I_{40} = 0{,}333$ A ; $I_{50} = 0{,}417$ A .

$R_1 := \frac{120^2}{40} \quad R_1 = 360 \quad P = \frac{V^2}{R} \quad R_2 := \frac{120^2}{50} \quad R_2 = 288$

Em série $\quad I_{40} := \frac{120}{R_1 + R_2} \quad I_{40} = 0.185$

Em paralelo $\quad I_{40} := \frac{120}{R_1} \quad I_{40} = 0.333 \quad I_{50} := \frac{120}{R_2} \quad I_{50} = 0.417$

Exercício 1.5

Uma fonte de tensão contínua tem corrente de curto-circuito igual a 10 A e pode fornecer potência máxima igual a 125 W. Pede-se determinar:

a) a força eletromotriz e a resistência interna da fonte;
b) a corrente na fonte e a tensão entre seus terminais quando ela fornece a máxima potência;
c) o rendimento da fonte quando ela alimenta um resistor de resistência igual a 10 Ω;
c) o rendimento da fonte quando ela está ligada a um resistor de resistência igual à sua resistência interna.

Resposta:

a) 50 V e 5 Ω;
b) 5 A e 25 V;
c) 66,7%;
d) 50%.

$E - r\cdot Icc = 0 \quad P = V\cdot I \quad P = (E - r\cdot I)\cdot I \quad P = -r\cdot I^2 + E\cdot I$

P max em função de I $\quad -2\cdot r\cdot I + E = 0 \quad I_{pm} = \frac{E}{2\cdot r}$

$125 = -r\cdot\left(\frac{E}{2\cdot r}\right)^2 + E\cdot\frac{E}{2\cdot r} \quad (1)$

$E - r\cdot 10 = 0 \quad E = 10\cdot r$ (2), (2) em (1): $\quad 125 = -r\cdot\left(\frac{10\cdot r}{2\cdot r}\right)^2 + 10\cdot r\cdot\frac{10\cdot r}{2\cdot r} \quad 125 = -r\cdot(5)^2 + 50\cdot r$

a) $r := 5$ $E := 10 \cdot r$ $E = 50$

b) $I_{pm} := \frac{E}{2 \cdot r}$ $I_{pm} = 5$ $V_{pm} := E - r \cdot I_{pm}$ $V_{pm} = 25$

c) $Ic := \frac{E}{r + 10}$ $Ic = 3.333$ $\upsilon_c := \frac{E - r \cdot Ic}{E}$ $\upsilon_c = 66.667\,\%$

d) $Id := \frac{E}{r + 1r}$ $Id = 5$ $\upsilon_d := \frac{E - r \cdot Id}{E}$ $\upsilon_d = 50\,\%$

Exercício 1.6

No circuito da Figura 1.4, quando a chave K_1 está fechada e a chave K_2 está aberta , a corrente no gerador G é $I_1 = 100$ mA. Abrindo-se a chave K_1 e fechando-se a chave K_2 a corrente passa a ser $I_2 = 50$ mA. Pede-se determinar:

a) os parâmetros do gerador;
b) o rendimento do gerador nas duas situações;
c) a potência dissipada no circuito em cada uma das situações.

Resposta:

a) 5 V e 50 Ω;
b) 0 e 50%;
c) 0,5 W e 0,25 W.

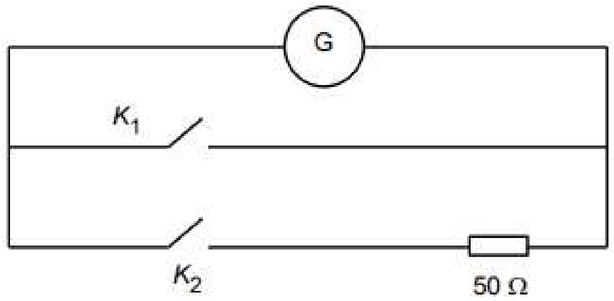


Figura 1.4 - Circuito para o Exercício 1.6

$V_g = E_g - r_g \cdot i_g$ ou $E_g - r_g \cdot i_1 = 0$ K1 fechada, K2 aberta $i_1 := 0.1$

$V_g - 50 \cdot i_2 = 0$ ou $E_g - r_g \cdot i_2 - 50 \cdot i_2 = 0$ K1 aberta K2 fechada $i_2 := 0.05$

Resolvendo o sistema

$E_g := 0$ $r_g := 0$ chutes iniciais

Given

$E_g - r_g \cdot i_1 = 0$

$E_g - r_g \cdot i_2 - 50 \cdot i_2 = 0$

$x := \mathrm{Find}(E_g, r_g)$ $x = \begin{pmatrix} 5 \\ 50 \end{pmatrix}$ $E_g := x_1$ $E_g = 5$ $r_g := x_2$ $r_g = 50$

Matricialmente

$A := \begin{pmatrix} 1 & -i_1 \\ 1 & -i_2 \end{pmatrix}$ $\quad b := \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \cdot i_2 \end{pmatrix}$ $\quad x = \begin{pmatrix} E_g \\ r_g \end{pmatrix}$ $\quad x := A^{-1} \cdot b$ $\quad x = \begin{pmatrix} 5 \\ 50 \end{pmatrix}$

Item b

$P_1 := 0 \quad P_{g1} := E_g \cdot i_1 \quad P_{g1} = 0.5 \quad \eta_1 := \frac{P_1}{P_{g1}} \quad \eta_1 = 0\%$

$P_2 := 50 \cdot i_2^{\,2} \quad P_2 = 0.125 \quad P_{g2} := E_g \cdot i_2 \quad P_{g2} = 0.25 \quad \eta_2 := \frac{P_2}{P_{g2}} \quad \eta_2 = 50\%$

Item c

$P_1 := P_{g1} \quad P_1 = 0.5 \ \ W \qquad P_2 := P_{g2} \quad P_2 = 0.25 \ \ W$

A potência dissipada é a gerada nos geradores ou consumida nas resistências, inclusive em rg

Exercício 1.13

Na associação de resistores do circuito representado na Figura 1.10 a potência dissipada por efeito Joule é igual a 270 W quando a tensão entre A e B é 90 V. Determinar a resistência equivalente do circuito e o valor da resistência R.

Resposta:

$R_{eq} = 30\ \Omega$;
$R = 30\ \Omega$.

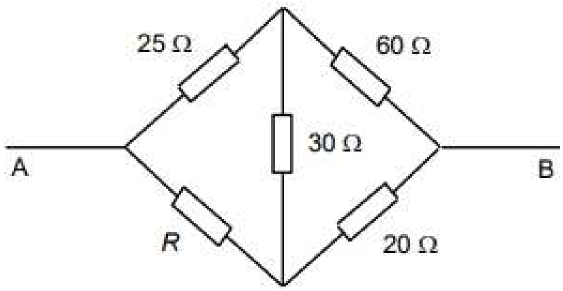
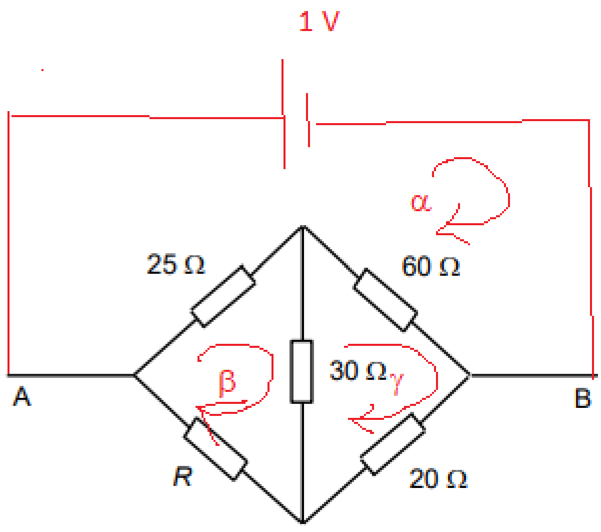


Figura 1.10 - Circuito para o Exercício 1.13

$R_{eq} := \frac{90^2}{270} \qquad R_{eq} = 30$

Correntes fictícias impondo VAB=1V



$$A = \begin{pmatrix} 25+60 & -25 & -60 \\ -25 & 25+R+30 & -30 \\ -60 & -30 & 60+30+20 \end{pmatrix}$$

$$b := \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$R_{eq} := \frac{-1}{I_\alpha}$$

$$A = \begin{pmatrix} 85 & -25 & -60 \\ -25 & 55+R & -30 \\ -60 & -30 & 110 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} \frac{-1}{30} \\ I_\beta \\ I_\gamma \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 85 & -25 & -60 \\ -25 & 55+R & -30 \\ -60 & -30 & 110 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{-1}{30} \\ I_\beta \\ I_\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{-17}{6} - 25 \cdot I_\beta - 60 \cdot I_\gamma \\ \frac{5}{6} + 55 \cdot I_\beta + I_\beta \cdot R - 30 \cdot I_\gamma \\ 2 - 30 \cdot I_\beta + 110 \cdot I_\gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$R := 0 \qquad I_\beta := 1 \qquad I_\gamma := 1$

Given

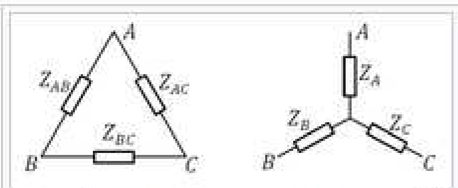
$$\frac{-17}{6} - 25 \cdot I_\beta - 60 \cdot I_\gamma = -1$$

$$\frac{5}{6} + 55 \cdot I_\beta + I_\beta \cdot R - 30 \cdot I_\gamma = 0$$

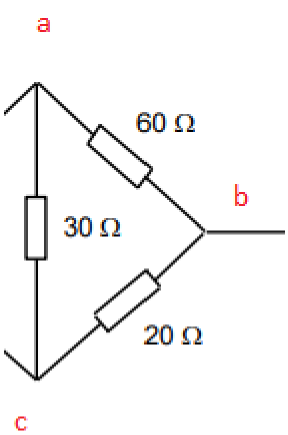
$$2 - 30 \cdot I_\beta + 110 \cdot I_\gamma = 0$$

$$x := \mathrm{Find}(R, I_\beta, I_\gamma) \qquad x = \begin{pmatrix} 30.001 \\ -0.018 \\ -0.023 \end{pmatrix}$$

Estrela triângulo https://pt.wikipedia.org/wiki/Transforma%C3%A7%C3%A3o_Y-%CE%94



Impedâncias conectadas em delta (Δ) e estrela (Y)



$R_{ab} := 60 \qquad R_{bc} := 20 \qquad R_{ca} := 30$

$$R_a := \frac{R_{ab} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \qquad R_a = 16.364$$

$$R_b := \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \qquad R_b = 10.909$$

$$R_c := \frac{R_{bc} \cdot R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} \qquad R_c = 5.455$$

$$R_{eq} = \frac{(25 + R_a)\cdot(R + R_c)}{(25 + R_a) + (R + R_c)} + R_b \qquad R_x = R + R_c \qquad 19.091 = \frac{41.364\cdot R_x}{41.364 + R_x} \qquad R_x := 35.454591837650967539$$

$$R := R_x - R_c \qquad R = 30$$

$A := \text{amp}$

$$\text{fasor}(m, f) := m\cdot(\cos(f) + j\cdot\sin(f)) \qquad o := \text{deg} \qquad \text{polar}(z) := \left(|z| \quad \arg(z)\cdot\frac{180}{\pi} \right) \qquad \text{conj}(x) := \bar{x}$$

$$\text{paralelo}(a, b) := \frac{a\cdot b}{a + b}$$

$VA := W \qquad VAr := W \qquad \text{fase}(x) := \arg(x)$

Corrente Alternada

Exercício 2.1

Uma carga composta pela associação série de um resistor de resistência 50 Ω com um indutor de 0,1 H é alimentada com tensão senoidal de valor eficaz 110 V e freqüência de 60 Hz. Pede-se determinar a corrente, em módulo e fase, adotando-se tensão com fase nula.

Resposta: $I = 1{,}76\,\underline{|-37^\circ}$ A

$R := 50\Omega$ $L := 0.1H$ $V_g := \text{fasor}(110,0)\cdot V$ $V_g = 110\,V$ $f := 60Hz$ $\omega := 2\cdot\pi\cdot f$ $\omega = 376.991\,\frac{rad}{s}$

$Z_{tot} := R + j\cdot\omega\cdot L$ $Z_{tot} = 50 + 37.699i\,\Omega$ $I := \frac{V_g}{Z_{tot}}$ $I = 1.403 - 1.058i\,A$ $|I| = 1.757\,A$ $\text{fase}(I) = -37.016\,o$

Exercício 2.2

Um circuito RC série é alimentado com tensão de valor eficaz 10 V e pulsação de 5000 rad/s. Sabendo-se que $R = 10^4$ ohm e $C = 0{,}01$ microfarad, pede-se determinar a queda de tensão em R.

Resposta: $V_R = 4{,}47$ V

$V_g := \text{fasor}(10,0)\cdot V$ $\omega := 5000\cdot\frac{rad}{s}$ $R := 10^4\Omega$ $C := 0.01\mu F$

$Z_{tot} := R + \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C}$ $Z_{tot} = 10000 - 20000i\,\Omega$ $I := \frac{V_g}{Z_{tot}}$ $I = 0.0002 + 0.0004i\,A$

$|I| = 0.000447\,A$ $\text{fase}(I) = 63.435\,o$

$V_R := R\cdot I$ $V_R = 2 + 4i\,V$ $|V_R| = 4.472\,V$ $\text{fase}(V_R) = 63.435\,o$

Exercício 2.3

No circuito da Figura 2.1 pede-se determinar a corrente I e a potência fornecida ao circuito.

Resposta: I = (17,92 - j 30,20) A (adotando fase nula para a tensão) ; P = 1792 W ; Q = 3020 VAr ; S = 3512 VA.

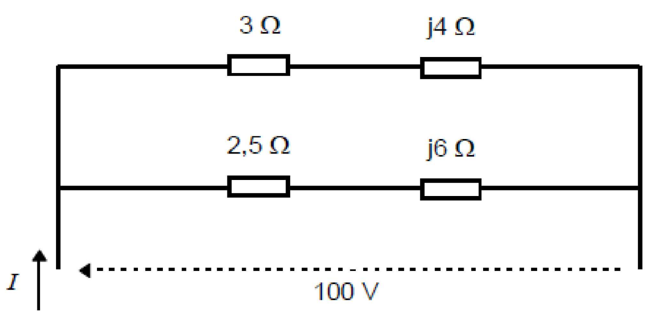


Figura 2.1 - Circuito para o Exercício 2.3

$Z_{eq} := \text{paralelo}(3 + 4j, 2.5 + 6j)\cdot\Omega$ $Z_{eq} = 1.453 + 2.449i\,\Omega$ $|Z_{eq}| = 2.848\,\Omega$ $\text{fase}(Z_{eq}) = 59.321\,o$

$V_g := \text{fasor}(100,0)\cdot V$ $I := \frac{V_g}{Z_{eq}}$ $I = 17.917 - 30.201i\,A$ $|I| = 35.116\,A$ $\text{fase}(I) = -59.321\,o$

$\phi := 0 - \text{fase}(I) \quad \phi = 59.321\,\text{deg} \quad P := |V_g| \cdot |I| \cdot \cos(\phi) \quad Q := |V_g| \cdot |I| \cdot \sin(\phi) \quad P = 1791.7\,W \quad Q = 3020.1\,VAr$

$S := |V_g| \cdot |I| \quad S = 3511.6\,VA$

$S := V_g \cdot \text{conj}(I) \qquad S = 1791.7 + 3020.1i\,W$

$S := Z_{eq} \cdot (|I|)^2 \qquad S = 1791.7 + 3020.1i\,W$

$S := \frac{(|V_g|)^2}{\text{conj}(Z_{eq})} \qquad S = 1791.7 + 3020.1i\,W$

Exercício 2.4

Para o circuito da Figura 2.2, alimentado por uma fonte de 200 V e 100 Hz, pede-se determinar a corrente, a potência ativa e a potência reativa.

Resposta: $I = 7{,}07\underline{|-45^\circ}$ A ; P = 1000 W ; Q = 1000 VAr (ind.)

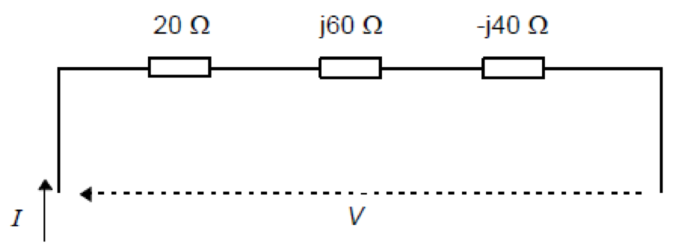


Figura 2.2 - Circuito para o Exercício 2.4

$V_g := \text{fasor}(200, 0) \cdot V \quad f := 100Hz \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad \omega = 628.319 \frac{rad}{s} \quad Z_{eq} := (20 + 60j - 40j) \cdot \Omega$

$Z_{eq} = 20 + 20i\,\Omega \quad I := \frac{V_g}{Z_{eq}} \quad I = 5 - 5i\,A \quad |I| = 7.071\,A \quad \text{fase}(I) = -45\,o$

$\phi := 0 - \text{fase}(I) \quad \phi = 45\,\text{deg} \quad P := |V_g| \cdot |I| \cdot \cos(\phi) \quad Q := |V_g| \cdot |I| \cdot \sin(\phi) \quad P = 1000\,W \quad Q = 1000\,VAr$

$S := |V_g| \cdot |I| \quad S = 1414.2\,VA$

$S := V_g \cdot \text{conj}(I) \qquad S = 1000 + 1000i\,W$

$S := Z_{eq} \cdot (|I|)^2 \qquad S = 1000 + 1000i\,W$

$S := \frac{(|V_g|)^2}{\text{conj}(Z_{eq})} \qquad S = 1000 + 1000i\,W$

Exercício 2.5

Repetir o exercício anterior para uma fonte de 200 V e 50 Hz. Observar que a nova freqüência é igual à metade da anterior, em conseqüência a reatância indutiva cai à metade e a reatância capacitiva dobra.

Resposta: I = $3{,}71\underline{|68{,}2^\circ}$ A ; P = 275 W ; Q = 690 VAr (cap.)

$f := 50Hz \qquad \omega := 2\cdot\pi\cdot f \qquad \omega = 314.159\,\frac{rad}{s} \qquad Z_{eq} := \left(20 + \frac{60j}{2} - 40j\cdot 2\right)\cdot\Omega$

$Z_{eq} = 20 - 50i\,\Omega \qquad I := \frac{V_g}{Z_{eq}} \qquad I = 1.379 + 3.448i\,A \qquad |I| = 3.714\,A \qquad \text{fase}(I) = 68.199\,o$

$\phi := 0 - \text{fase}(I) \quad \phi = -68.199\,deg \quad P := |V_g|\cdot|I|\cdot\cos(\phi) \quad Q := |V_g|\cdot|I|\cdot\sin(\phi) \quad P = 275.9\,W \qquad Q = -689.7\,VAr$

Exercício 2.6

Para o circuito da Figura 2.3 pede-se determinar o valor de V_{AB} a fim de que a tensão entre os pontos G e H seja 100 V.

Resposta: $V_{AB} = 317{,}6\underline{|65^\circ}$ V (adotando-se $V_{GH} = 100\underline{|0^\circ}$ V).

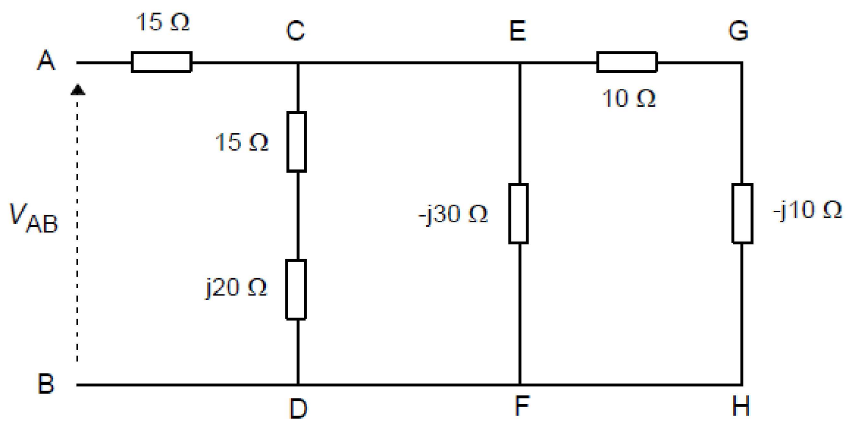


Figura 2.3 - Circuito para o Exercício 2.6

$V_{GH} := \text{fasor}(100, 0) \qquad I_{GH} := \frac{V_{GH}}{-10j} \qquad I_{GH} = 10i \qquad V_{EF} := (10 - 10j)\cdot I_{GH} \qquad V_{EF} = 100 + 100i$

$I_{EF} := \frac{V_{EF}}{-30j} \qquad I_{EF} = -3.333 + 3.333i \qquad I_{CD} := \frac{V_{EF}}{15 + 20j} \qquad I_{CD} = 5.6 - 0.8i$

$I_{AC} := I_{CD} + I_{EF} + I_{GH} \quad V_{AB} := V_{EF} + 15\cdot I_{AC} \quad V_{AB} = 134 + 288i \quad |V_{AB}| = 317.648 \quad \text{fase}(V_{AB}) = 65.048\,o$

Exercício 2.7

Um circuito é constituído pela associação série de um resistor de $R = 600\ \Omega$, um indutor de $L = 2$ H, e um capacitor de 10 microfarad. Quando alimentado com tensão senoidal de freqüência $(250/\pi)$ Hz, é percorrido por uma corrente de 2 A. Pede-se:

a) a tensão aplicada ao circuito;
b) as potências ativa, reativa e aparente absorvidas pelo circuito;
c) qual o elemento de circuito e seu valor, que ligado em série com o circuito produz ressonância série (fator de potência unitário);
d) as potências ativa, reativa e aparente nas condições do item c);
e) os valores das tensões nos elementos do circuito nas condições do item c).

Resposta:

a) $V = 2000\underline{|53{,}1^\circ}$ V (adotando $I = 2\underline{|0}$ A)
b) $P = 2400$ W ; $Q = 3200$ VAr (ind.) ; $S = 4000$ VA
c) capacitor de 2,5 microfarad
d) $P = 6667$ W ; $Q = 0$; $S = 6667$ VA
e) $V_R = 2000\underline{|0}$ V ; $V_L = 3333\underline{|90^\circ}$ V ; $V_{C1} = 667\underline{|-90^\circ}$ V ; $V_{C2} = 2667\underline{|-90^\circ}$ V
(adotando-se corrente com fase nula)

$R := 600\Omega \quad L := 2H \quad C_1 := 10\mu F \quad f := \frac{250}{\pi}\cdot Hz \quad I := 2\cdot A \quad \omega := 2\cdot\pi\cdot f \quad \omega = 500\,Hz$

a) $Z_{tot} := R + j\cdot\omega\cdot L + \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C_1} \quad V_g := Z_{tot}\cdot I \quad |V_g| = 2000\,V \quad fase(V_g) = 53.13\,o$

b) $S_t := V_g\cdot conj(I) \quad S_t = 2400 + 3200i\,W$

c) $Z_{tot} = 600 + 800i\,\Omega \quad X_c := -800j\cdot\Omega \quad X_c = \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C} \quad C_2 := \frac{-i}{X_c\cdot\omega} \quad C_2 = 2.5\,\mu F$

d) $Z_{novo} := 600\Omega \quad I_{novo} := \frac{V_g}{Z_{novo}} \quad |I_{novo}| = 3.333\,A \quad fase(I_{novo}) = 53.13\,o$

$S_{novo} := V_g\cdot conj(I_{novo}) \quad S_{novo} = 6666.7\,VA \quad Q = 0$

e)
$I_{novo} := |I_{novo}|$

$V_R := R\cdot I_{novo} \quad |V_R| = 2000\,V \quad fase(V_R) = 0\,o$

$V_L := j\cdot\omega\cdot L\cdot I_{novo} \quad |V_L| = 3333.333 \quad fase(V_L) = 90\,o$

$V_{C1} := \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C_1}\cdot I_{novo} \quad |V_{C1}| = 666.667 \quad fase(V_{C1}) = -90\,o$

$V_{C2} := \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C_2}\cdot I_{novo} \quad |V_{C2}| = 2666.66 \quad fase(V_{C2}) = -90\,o$

Exercício 2.8

Uma carga é composta pela associação série de um resistor de 1000 Ω e um indutor de 0,1 H. Sabendo-se que esta carga é alimentada por uma tensão senoidal de 500 V e freqüência de 1000 Hz, pede-se determinar:

a) a impedância da carga;
b) a corrente, adotando-se a tensão como referência de fase;
c) a queda de tensão no resistor e no indutor.

Resposta:

a) $Z = (1000 + j\,628)\,\Omega$
b) $I = 0{,}423\underline{|-32{,}1^\circ}$ A
c) $V_R = 423\underline{|-32{,}1^\circ}$ V ; $V_L = 266\underline{|57{,}9^\circ}$ V.

$R := 1000\Omega \quad L := 0.1H \quad V_g := fasor(500,0)\cdot V \quad f := 1000Hz \quad \omega := 2\cdot\pi\cdot f \quad \omega = 6283.185\,\frac{rad}{s}$

$Z_{tot} := R + j\cdot\omega\cdot L \quad Z_{tot} = 1000 + 628.319i\,\Omega \quad I := \frac{V_g}{Z_{tot}} \quad |I| = 0.423\,A \quad fase(I) = -32.142\,o$

$V_R := R\cdot I \quad |V_R| = 423.367\,V \quad fase(V_R) = -32.142\,o$

$V_L := j\cdot\omega\cdot L\cdot I \quad |V_L| = 266.009\,V \quad fase(V_L) = 57.858\,o$

Exercício 2.9

Um chuveiro elétrico deve ser alimentado, a partir do quadro de distribuição de uma residência, com fio de seção nominal adequada. Sabendo-se que a distância entre o quadro de distribuição e o ponto de instalação do chuveiro é de 25 m, e que o chuveiro é de 6000 W e 220 V, pede-se:

a) qual deve ser a tensão no quadro de forma a manter a tensão no chuveiro igual a 220 V, utilizando-se um fio de seção nominal 2,5 mm^2
(dados do fio: $r = 0{,}0148\ \Omega/\text{m}$, $x = 0{,}00024\ \Omega/\text{m}$);
b) a queda de tensão no circuito, nas condições do item a);
c) repetir os itens (a) e (b) utilizando um fio de seção nominal 4 mm^2
(dados do fio: $r = 0{,}0092\ \Omega/\text{m}$, $x = 0{,}00022\ \Omega/\text{m}$);
d) sabendo-se que a queda de tensão no circuito deve ser inferior a 3%, qual dos fios deverá ser utilizado?

Observação: os valores de resistência e reatância dos fios são por circuito (ou seja, já levam em conta o trecho de ida e o trecho de volta do circuito)

Resposta:

a) $V = 230{,}1$ V
b) 10,1 V ou (10,1/220)*100 = 4,6 %
c) $V = 226{,}3$ V ; queda de tensão = 6,3 V ou 2,9 %
d) deverá ser utilizado um fio de seção 4 mm^2 .

a) $z_f := (0.0148 + 0.00024j)\cdot\frac{\Omega}{m}$ $d := 25m$ $z_{ft} := z_f\cdot d$ $z_{ft} = 0.37 + 0.006i\,\Omega$

$I := \frac{6600W}{220V}$ $I = 30\,A$ $V_g := 220V + z_{ft}\cdot I$ $|V_g| = 231.1\,V$ $\text{fase}(V_g) = 0.0446\,o$

b) $\Delta_V := z_{ft}\cdot I$ $|\Delta_V| = 11.101\,V$

c) $z_f := (0.0092 + 0.00022j)\cdot\frac{\Omega}{m}$ $d := 25m$ $z_{ft} := z_f\cdot d$ $z_{ft} = 0.23 + 0.0055i\,\Omega$

$I := \frac{6600W}{220V}$ $I = 30\,A$ $V_g := 220V + z_{ft}\cdot I$ $|V_g| = 226.9\,V$ $\text{fase}(V_g) = 0.0417\,o$

$\Delta_V := z_{ft}\cdot I$ $|\Delta_V| = 6.902\,V$ $\frac{|\Delta_V|}{220V} = 3.137\,\%$ Usar fio de 4 mm2

Exercício 2.10

Uma fábrica possui três máquinas indutivas ligadas em paralelo e alimentadas por uma fonte de tensão alternada de valor eficaz 100 V e freqüência 60 Hz. Sabe-se que a máquina 1 absorve 600 W e 10 A, a máquina 2 absorve 1600 W e 20 A e a máquina 3 absorve potência reativa de 1732 VAr e 20 A. Pede-se determinar:

a) qual o valor dos capacitores que ligados em paralelo com cada máquina torna o fator de potência de cada uma delas unitário?
b) qual o valor do capacitor que ligado em paralelo com a fonte torna unitário o fator de potência da instalação?
c) qual o valor da corrente fornecida pela fonte antes e depois da correção do fator de potência?

Resposta:

a) $C_1 = 212\ \mu F$; $C_2 = 318\ \mu F$; $C_3 = 459\ \mu F$
b) $C = C_1 + C_2 + C_3 = 989\ \mu F$
c) $I_{antes} = 49{,}2\ A$; $I_{depois} = 32{,}0\ A$

$V_g := 100V \quad f := 60Hz \quad \omega := 2\cdot\pi\cdot f \quad \omega = 376.991\,\frac{rad}{s}$

$P_1 := 600W \quad I_1 := 10A \quad S_1 := V_g\cdot I_1 \quad S_1 = 1000\,VA \quad \phi_1 := acos\left(\frac{P_1}{S_1}\right) \quad \phi_1 = 53.13\,o$

$Q_1 := S_1\cdot\sin(\phi_1) \quad Q_1 = 800\,VAr \quad X_{C1} = \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C_1} \quad Q_{C1} = \omega\cdot C_1\cdot V_g^2$

$C_1 := \frac{Q_1}{\omega\cdot V_g^2} \quad C_1 = 212.207\,\mu F$

$P_2 := 1600W \quad I_2 := 20A \quad S_2 := V_g\cdot I_2 \quad S_2 = 2000\,VA \quad \phi_2 := acos\left(\frac{P_2}{S_2}\right) \quad \phi_2 = 36.87\,o$

$Q_2 := S_2\cdot\sin(\phi_2) \quad Q_2 = 1200\,VAr \quad X_{C2} = \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C_2} \quad Q_{C2} = \omega\cdot C_2\cdot V_g^2$

$C_2 := \frac{Q_2}{\omega\cdot V_g^2} \quad C_2 = 318.31\,\mu F$

$Q_3 := 1732VAr \; I_3 := 20A \quad S_3 := V_g\cdot I_3 \quad S_3 = 2000\,VA \quad \phi_3 := asin\left(\frac{Q_3}{S_3}\right) \quad \phi_3 = 59.997\,o$

$P_3 := S_3\cdot\cos(\phi_3) \quad P_3 = 1000.088\,W \quad X_{C3} = \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C_3} \quad Q_{C3} = \omega\cdot C_3\cdot V_g^2$

$C_3 := \frac{Q_3}{\omega\cdot V_g^2} \quad C_3 = 459.427\,\mu F$

b) $C_{tot} := C_1 + C_2 + C_3 \quad C_{tot} = 989.944\,\mu F$

c) $S_{tot} := P_1 + P_2 + P_3 + j\cdot(Q_1 + Q_2 + Q_3) \quad S_{tot} = 3200.088 + 3732i\,W$

$I := \frac{S_{tot}}{V_g} \quad I = 32.001 + 37.32i\,A \quad |I| = 49.161\,A$

$S_{tot} := P_1 + P_2 + P_3$ fp unitário, Q=0 $\quad S_{tot} = 3200.088\,VA$

$I := \frac{S_{tot}}{V_g} \quad I = 32.001\,A$

Exercício 2.11

Uma carga indutiva absorve 30 kW com fator de potência 0,75. A tensão nos terminais da carga é 3000 V e a freqüência é 60 Hz. Pede-se determinar o capacitor que se deve ligar em paralelo com a carga a fim de se ter fator de potência 0,93 indutivo.

Resposta: $C = 4{,}3\ \mu F$

$P := 30kW \quad fp_i := 0.75 \quad V_c := 3000V \quad f := 60 \cdot Hz \quad \omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad \phi_i := acos(fp_i) \quad \phi_i = 41.41\,o$

$Q_i := P \cdot \tan(\phi_i) \quad Q_i = 26457.5\,VAr$

$fp_f := 0.93 \quad \phi_f := acos(fp_f) \quad \phi_f = 21.565\,o \quad Q_f := P \cdot \tan(\phi_f) \quad Q_f = 11856.8\,VAr$

$\Delta Q := Q_i - Q_f \quad \Delta Q = \omega \cdot C \cdot V_c^{\,2} \quad C := \dfrac{\Delta Q}{\omega \cdot V_c^{\,2}} \quad C = 4.303\,\mu F$

Circuitos Trifásicos

$\alpha := fasor(1, 120 \cdot o) \quad \alpha = -0.5 + 0.866i$

Exercício 3.1

Uma carga equilibrada ligada em estrela é alimentada por um sistema trifásico simétrico e equilibrado com seqüência de fases inversa. Sabendo-se que $\dot{V}_{BC} = 220\underline{|37^\circ}$ V, pede-se determinar as tensões de fase e de linha na carga e desenhar o correspondente diagrama de fasores.

Resposta:

Tensões de fase: $\dot{V}_{AN} = 127\underline{|-53^\circ}$ V ; $\dot{V}_{BN} = 127\underline{|67^\circ}$ V ; $\dot{V}_{CN} = 127\underline{|-173^\circ}$ V;

Tensões de linha: $\dot{V}_{AB} = 220\underline{|-83^\circ}$ V; $\dot{V}_{BC} = 220\underline{|37^\circ}$ V; $\dot{V}_{CA} = 220\underline{|157^\circ}$ V.

$V_{BC} := fasor(220, 37 \cdot o) \cdot V$

$V_{BN} := \dfrac{V_{BC}}{fasor(\sqrt{3}, -30 \cdot o)} \quad V_{AN} := \dfrac{V_{BN}}{\alpha} \quad V_{CN} := V_{AN} \cdot \alpha^2$

$|V_{AN}| = 127.017\,V \quad fase(V_{AN}) = -53\,o$

$|V_{BN}| = 127.017\,V \quad fase(V_{BN}) = 67\,o$

$|V_{CN}| = 127.017\,V \quad fase(V_{CN}) = -173\,o$

$V_{AB} := \dfrac{V_{BC}}{\alpha} \quad V_{CA} := V_{AB} \cdot \alpha^2$

$|V_{AB}| = 220\,V \quad fase(V_{AB}) = -83\,o$

$|V_{BC}| = 220\,V \quad fase(V_{BC}) = 37\,o$

$|V_{CA}| = 220\,V \quad fase(V_{CA}) = 157\,o$

Exercício 3.2

Um alternador trifásico ligado em estrela alimenta uma carga trifásica equilibrada ligada em triângulo por meio de uma linha também equilibrada de 200 m de comprimento. Sabendo-se que:

1. o gerador opera com tensão de linha de 380 V em 60 Hz;
2. cada fio da linha possui uma impedância por metro igual a (0,002 + j0,0005) Ω;
3. a carga é formada por três impedâncias de (9 + j6) Ω,

pede-se:

a) desenhar o circuito elétrico correspondente;
b) substituindo a carga em triângulo por uma equivalente em estrela, calcular as tensões de linha e de fase na mesma;
c) calcular as correntes de linha.

Resposta:

b) Adotando no gerador $\dot{V}_{AB} = 380\underline{|30^\circ}$ V e seqüência de fases direta:

$\dot{V}_{A'N'} = 198{,}491\underline{|2{,}0^\circ}$ V ; $\dot{V}_{B'N'} = 198{,}491\underline{|-118{,}0^\circ}$ V ; $\dot{V}_{C'N'} = 198{,}491\underline{|122{,}0^\circ}$ V;
$\dot{V}_{A'B'} = 343{,}796\underline{|32{,}0^\circ}$ V; $\dot{V}_{B'C'} = 343{,}796\underline{|-88{,}0^\circ}$ V; $\dot{V}_{C'A'} = 343{,}796\underline{|152{,}0^\circ}$ V.

c) $\dot{I}_A = 55{,}052|-31{,}7^\circ$ A ; $\dot{I}_B = 55{,}052|-151{,}7^\circ$ A ; $\dot{I}_C = 55{,}052|88{,}3^\circ$ A.

$V_{Lg} := \text{fasor}(380, 30\cdot o)\,V$ $\quad$ $compr := 200\cdot m$ $\quad$ $z_{fio} := (0.002 + 0.0005j)\cdot\frac{\Omega}{m}$ $\quad$ $Z_{cd} := (9 + 6j)\cdot\Omega$

Passa carga para Y e calculo z total da linha

$Z_{cy} := \frac{Z_{cd}}{3}$ $\quad$ $Z_{cy} = 3 + 2i\,\Omega$ $\quad$ $z_l := z_{fio}\cdot compr$ $\quad$ $z_l = 0.4 + 0.1i\,\Omega$

$V_{Fg} := \frac{V_{Lg}}{\text{fasor}(\sqrt{3}, 30\cdot o)}$ $\quad$ $|V_{Fg}| = 219.393\,V$ $\quad$ $\text{fase}(V_{Fg}) = 0\,o$

$I_L := \frac{V_{Fg}}{z_l + Z_{cy}}$ $\quad$ $I_L = 46.709 - 28.849i\,A$ $\quad$ $|I_L| = 54.9\,A$ $\quad$ $\text{fase}(I_L) = -31.701\,o$ $\quad$ item b) fase A

$V_{Fc} := Z_{cy}\cdot I_L$ $\quad$ $|V_{Fc}| = 197.944\,V$ $\quad$ $\text{fase}(V_{Fc}) = 1.989\,o$

$V_F := V_{Fc}\cdot\begin{pmatrix}1\\ \alpha^2\\ \alpha\end{pmatrix}$ $\quad$ $|V_{F_1}| = 197.944\,V$ $\quad$ $\text{fase}(V_{F_1}) = 1.989\,o$ $\quad$ VA'N'

$|V_{F_2}| = 197.944\,V$ $\quad$ $\text{fase}(V_{F_2}) = -118.011\,o$ $\quad$ VB'N'

$|V_{F_3}| = 197.944\,V$ $\quad$ $\text{fase}(V_{F_3}) = 121.989\,o$ $\quad$ VC'N'

$V_L := V_F\cdot\text{fasor}(\sqrt{3}, 30\cdot o)$ $\quad$ $|V_{L_1}| = 342.849\,V$ $\quad$ $\text{fase}(V_{F_1}) = 1.989\,o$ $\quad$ VA'B'

$|V_{L_2}| = 342.849\,V$ $\quad$ $\text{fase}(V_{L_2}) = -88.011\,o$ $\quad$ VB'C'

$|V_{L_3}| = 342.849\,V$ $\quad$ $\text{fase}(V_{L_3}) = 151.989\,o$ $\quad$ VC'A'

Exercício 3.3

Uma carga trifásica equilibrada constituída por três impedâncias de $10|\underline{60°}$ Ω (cada uma), ligadas em estrela, é alimentada por um sistema trifásico com tensão eficaz de linha igual a 380 V, 60 Hz, seqüência de fases A-B-C. Adotando-se a tensão de linha V_{CA} com fase nula, pede-se determinar:

a) tensões de linha;
b) tensões de fase;
c) correntes de fase e de linha;
d) potência absorvida pela carga.

Resposta:

a) $V_{AB} = 380|\underline{-120°}$ V ; $V_{BC} = 380|\underline{120°}$ V ; $V_{CA} = 380|\underline{0}$ V;
b) $V_{AN} = 220|\underline{-150°}$ V ; $V_{BN} = 220|\underline{90°}$ V ; $V_{CN} = 220|\underline{-30}$ °V;
c) $I_A = 22|\underline{-210}$ °A ; $I_B = 22|\underline{30°}$ A ; $I_C = 22|\underline{-90}$ °A;
d) $P = 7260$ W ; $Q = 12575$ VAr ; $S = 14520$ VA.

$Z_{cy} := \text{fasor}(10, 60\cdot o)\,\Omega$ OBS - Z não é fasor, a função fasor na verdade é apenas polar para retângular

$V_{CA} := \text{fasor}(380, 0\cdot o)\cdot V \qquad V_{AB} := \dfrac{V_{CA}}{\alpha} \qquad V_{BC} := V_{AB}\cdot\alpha^2$

$|V_{AB}| = 380\,V \qquad \text{fase}(V_{AB}) = -120\,o$

$|V_{BC}| = 380\,V \qquad \text{fase}(V_{BC}) = 120\,o$

$|V_{CA}| = 380\,V \qquad \text{fase}(V_{CA}) = 0\,o$

item b)

$V_{AN} := \dfrac{V_{AB}}{\text{fasor}(\sqrt{3}, 30\cdot o)} \qquad |V_{AN}| = 219.393\,V \ \text{fase}(V_{AN}) = -150\,o$

item c) $I_A := \dfrac{V_{AN}}{Z_{cy}} \qquad |I_A| = 21.939\,A \qquad \text{fase}(I_A) = 150\,o$ dá na mesma que 150-360= -210

item d) $\phi := \text{fase}(V_{AN}) - \text{fase}(I_A) + 360\cdot o \qquad \phi = 60\,o$

$P := \sqrt{3}\cdot|V_{AB}|\cdot|I_A|\cdot\cos(\phi) \qquad P = 7220\,W$

$Q := \sqrt{3}\cdot|V_{AB}|\cdot|I_A|\cdot\sin(\phi) \qquad Q = 12505.407\,VAr$

$S := \sqrt{3}\cdot|V_{AB}|\cdot|I_A| \qquad S = 14440\,VA$

$S := 3\cdot V_{AN}\cdot\text{conj}(I_A) \qquad S = 7220 + 12505.407i\,VA \qquad |S| = 14440\,VA \qquad \text{fase}(S) = 60\,o$

$S := 3\cdot\dfrac{(|V_{AN}|)^2}{\text{conj}(Z_{cy})} \qquad S = 7220 + 12505.407i\,VA \qquad |S| = 14440\,VA \qquad \text{fase}(S) = 60\,o$

$S := 3\cdot Z_{cy}\cdot(|I_A|)^2 \qquad S = 7220 + 12505.407i\,VA \qquad |S| = 14440\,VA \qquad \text{fase}(S) = 60\,o$

Exercício 3.4

Dada uma carga trifásica equilibrada constituída por três impedâncias iguais de $20\underline{|50°}$ Ω (cada uma), alimentada por um sistema trifásico simétrico, ligação Δ, com seqüência de fases A-B-C e sabendo-se que $I_{CB} = 22\underline{|0}$ A, pede-se calcular:

a) as correntes de fase I_{AB}, I_{BC} e I_{CA};
b) as correntes de linha I_A, I_B e I_C;
c) as tensões de linha V_{AB}, V_{BC} e V_{CA}.

Resposta:

a) $I_{AB} = 22\underline{|-60}$ °A ; $I_{BC} = 22\underline{|-180°}$ A ; $I_{CA} = 22\underline{|60°}$ A;
b) $I_A = 38\underline{|-90°}$ A ; $I_B = 38\underline{|150°}$ A ; $I_C = 38\ \underline{|\ 30°}$ A;
c) $V_{AB} = 440\underline{|-10°}$ V ; $V_{BC} = 440\underline{|-130°}$ V ; $V_{CA} = 440\underline{|110°}$ V.

$Z_{cd} := \text{fasor}(20, 50\cdot o)\cdot\Omega \qquad Z_{cd} = 12.856 + 15.321i\ \Omega$

$I_{CB} := \text{fasor}(22, 0\cdot o)\cdot A$

item a) $\quad I_{BC} := -I_{CB}$

$I_{AB} := \dfrac{I_{BC}}{\alpha^2} \qquad I_{CA} := I_{AB}\cdot\alpha$

$|I_{AB}| = 22\ A \qquad \text{fase}(I_{AB}) = -60\ o$

$|I_{BC}| = 22\ A \qquad \text{fase}(I_{BC}) = 180\ o$

$|I_{CA}| = 22\ A \qquad \text{fase}(I_{CA}) = 60\ o$

item b)

$I_A := I_{AB}\cdot\text{fasor}(\sqrt{3}, -30\cdot o) \qquad I_B := I_{BC}\cdot\text{fasor}(\sqrt{3}, -30\cdot o) \qquad I_C := I_{CA}\cdot\text{fasor}(\sqrt{3}, -30\cdot o)$

$|I_A| = 38.105\ A \qquad \text{fase}(I_A) = -90\ o$

$|I_B| = 38.105\ A \qquad \text{fase}(I_B) = 150\ o$

$|I_C| = 38.105\ A \qquad \text{fase}(I_C) = 30\ o$

$I_A := I_{AB} - I_{CA} \qquad I_B := I_A\cdot\alpha^2 \qquad I_C := I_A\cdot\alpha$

$|I_A| = 38.105\ A \qquad \text{fase}(I_A) = -90\ o$

$|I_B| = 38.105\ A \qquad \text{fase}(I_B) = 150\ o$

$|I_C| = 38.105\ A \qquad \text{fase}(I_C) = 30\ o$

$V_{AB} := Z_{cd}\cdot I_{AB} \qquad V_{BC} := V_{AB}\cdot\alpha^2 \qquad V_{CA} := V_{AB}\cdot\alpha$

$|V_{AB}| = 440\ V \qquad \text{fase}(V_{AB}) = -10\ o$

$|V_{BC}| = 440\ V \qquad \text{fase}(V_{BC}) = -130\ o$

$|V_{CA}| = 440\ V \qquad \text{fase}(V_{CA}) = 110\ o$

Exercício 3.5

Um gerador trifásico simétrico, com tensão de linha de 380 V, alimenta, através de uma linha, uma carga equilibrada constituída por três impedâncias de $20\underline{|30°}\ \Omega$ (cada uma) ligadas em estrela. A impedância de cada fio da linha é $2\underline{|30°}\ \Omega$. Pede-se determinar:

a) tensões de fase e de linha no gerador;
b) correntes de fase e de linha na carga;
c) tensões de linha e de fase na carga;
d) queda de tensão de fase e queda de tensão de linha;
e) potência absorvida pela carga;
f) potência fornecida pelo gerador;
g) perdas na linha.

Resposta:

a) adotando-se seqüência de fases direta e fase nula para V_{AN}:
tensões de fase: $V_{AN} = 220\ \underline{|0}$ V ; $V_{BN} = 220\ \underline{|-120°}$ V ; $V_{CN} = 220\ \underline{|120°}$ V;
tensões de linha: $V_{AB} = 380\ \underline{|30°}$ V ; $V_{BC} = 380\ \underline{|-90°}$ V ; $V_{CA} = 380\ \underline{|150°}$ V;
b) correntes de linha e de fase (ligação Y): $I_A = 10\ \underline{|-30°}$ A ; $I_B = 10\ \underline{|-150°}$ A ; $I_C = 10\ \underline{|90°}$ A;
c) tensões de fase: $V_{A'N'} = 200\ \underline{|0}$ V ; $V_{B'N'} = 220\ \underline{|-120°}$ V ; $V_{C'N'} = 220\ \underline{|120°}$ V;
tensões de linha: $V_{A'B'} = 346\ \underline{|30°}$ V ; $V_{B'C'} = 346\ \underline{|-90°}$ V ; $V_{C'A'} = 346\ \underline{|150°}$ V;
d) fase: $V_{AA'} = 20\ \underline{|0}$ V ; $V_{BB'} = 20\ \underline{|-120°}$ V ; $V_{CC'} = 20\ \underline{|120°}$ V;
linha: $V_{AB} - V_{A'B'} = 34\ \underline{|30°}$ V ; $V_{BC} - V_{B'C'} = 34\ \underline{|-90°}$ V; $V_{CA} - V_{C'A'} = 34\ \underline{|150°}$ V;
e) $P = 5196$ W ; $Q = 3000$ VAr ; $S = 6000$ VA;
f) $P = 5716$ W ; $Q = 3300$ VAr ; $S = 6600$ VA;
g) $P = 520$ W ; $Q = 300$ VAr ; $S = 600$ VA.

$V_{Lg} := \text{fasor}(380, 30\cdot o)\cdot V \qquad Z_{cy} := \text{fasor}(20, 30\cdot o)\cdot\Omega \qquad z_l := \text{fasor}(2, 30\cdot o)\cdot\Omega$

item a) $\quad V_{AB} := V_{Lg} \qquad V_{BC} := V_{AB}\cdot\alpha^2 \qquad V_{CA} := V_{AB}\cdot\alpha$

$$V_{AN} := \frac{V_{AB}}{\text{fasor}(\sqrt{3}, 30\cdot o)} \qquad V_{BN} := V_{AN}\cdot\alpha^2 \qquad V_{CN} := V_{AN}\cdot\alpha$$

$|V_{AN}| = 219.393\ V \qquad \text{fase}(V_{AN}) = 0\ o \qquad |V_{AB}| = 380\ V \qquad \text{fase}(V_{AB}) = 30\ o$

$|V_{BN}| = 219.393\ V \qquad \text{fase}(V_{BN}) = -120\ o \qquad |V_{BC}| = 380\ V \qquad \text{fase}(V_{BC}) = -90\ o$

$|V_{CN}| = 219.393\ V \qquad \text{fase}(V_{CN}) = 120\ o \qquad |V_{CA}| = 380\ V \qquad \text{fase}(V_{CA}) = 150\ o$

item b)

$$I_A := \frac{V_{AN}}{z_l + Z_{cy}} \qquad I_B := I_A\cdot\alpha^2 \qquad I_C := I_A\cdot\alpha$$

$|I_A| = 9.972\ A \qquad \text{fase}(I_A) = -30\ o$

$|I_B| = 9.972\ A \qquad \text{fase}(I_B) = -150\ o$

$|I_C| = 9.972\ A \qquad \text{fase}(I_C) = 90\ o$

Item c)

$V_{ANc} := Z_{cy} \cdot I_A \qquad V_{ABc} := V_{ANc} \cdot \mathrm{fasor}(\sqrt{3}, 30 \cdot o)$

$|V_{ANc}| = 199.448\,V \qquad \mathrm{fase}(V_{ANc}) = 0\,o \qquad |V_{ABc}| = 345.455\,V \qquad \mathrm{fase}(V_{ABc}) = 30\,o$

item d)

$\Delta V_A := z_l \cdot I_A \qquad |\Delta V_A| = 19.945\,V \qquad \mathrm{fase}(\Delta V_A) = -1.218 \times 10^{-15}\,o$

$\Delta V_{AB} := z_l \cdot I_A \cdot \mathrm{fasor}(\sqrt{3}, 30 \cdot o) \qquad |\Delta V_{AB}| = 34.545\,V \qquad \mathrm{fase}(\Delta V_{AB}) = 30\,o$

ou $\Delta V_{AB} := V_{AB} - V_{ABc} \qquad |\Delta V_{AB}| = 34.545\,V \qquad \mathrm{fase}(\Delta V_{AB}) = 30\,o$

item e)

$S_c := 3 \cdot V_{ANc} \cdot \mathrm{conj}(I_A) \qquad S_c = 5167.523 + 2983.471i\,VA \qquad |S_c| = 5966.942\,VA$

item f) $S_g := 3 \cdot V_{AN} \cdot \mathrm{conj}(I_A) \qquad S_g = 5684.276 + 3281.818i\,VA \qquad |S_g| = 6563.636\,VA$

item g)

$\Delta S := S_g - S_c \qquad \Delta S = 516.752 + 298.347i\,W \qquad |\Delta S| = 596.694\,VA$

ou $\Delta S := 3 \cdot z_l \cdot (|I_A|)^2 \qquad \Delta S = 516.752 + 298.347i\,W$

Exercício 3.7

Um gerador simétrico ligado em estrela com seqüência direta e $\dot{V}_{AB} = 220\underline{|35^\circ}$ V alimenta, através de uma linha equilibrada, duas cargas equilibradas ligadas em paralelo, uma ligada em estrela e outra ligada em triângulo. Pede-se determinar a corrente de linha e a tensão de linha na carga.

Dados:

1. impedância por fase da carga em estrela: (4 + j6) Ω;
2. impedância por fase da carga em triângulo: (3 + j4) Ω;
3. impedância por fase da linha: (0,2 + j0,3) Ω.

Resposta:

$\dot{I}_A = 74{,}080\underline{|-49{,}3^\circ}$ A ; $\dot{I}_B = 74{,}080\underline{|-169{,}3^\circ}$ A ; $\dot{I}_C = 74{,}080\underline{|70{,}7^\circ}$ A;
$\dot{V}_{AB} = 173{,}745\underline{|34{,}5^\circ}$ V; $\dot{V}_{BC} = 173{,}745\underline{|-85{,}5^\circ}$ V; $\dot{V}_{CA} = 173{,}745\underline{|154{,}5^\circ}$ V.

$V_{ABg} := \mathrm{fasor}(220, 35 \cdot o) \cdot V \qquad Z_{c1y} := (4 + 6j) \cdot \Omega \qquad Z_{c2d} := (3 + 4j) \cdot \Omega \qquad Z_{c2y} := \frac{Z_{c2d}}{3}$

$z_l := (0.2 + 0.3j) \cdot \Omega$

$V_{ANg} := \frac{V_{ABg}}{\mathrm{fasor}(\sqrt{3}, 30 \cdot o)} \qquad I_A := \frac{V_{ANg}}{z_l + \mathrm{paralelo}(Z_{c1y}, Z_{c2y})} \qquad |I_A| = 74.09\,A \qquad \mathrm{fase}(I_A) = -49.27\,o$

$V_{ANc} := V_{ANg} - z_l \cdot I_A \qquad V_{ABc} := V_{ANc} \cdot \mathrm{fasor}(\sqrt{3}, 30 \cdot o) \qquad |V_{ABc}| = 173.768\,V \qquad \mathrm{fase}(V_{ABc}) = 34.457\,o$

Exercício 3.9

Uma carga trifásica equilibrada absorve, sob tensão de linha de 220 V, corrente de linha igual a 10 A. Sabendo-se que em cada fase a tensão de linha está adiantada de 90° em relação à respectiva corrente de linha pede-se determinar a potência absorvida pela carga.

Resposta:

Adotando-se seqüência de fases direta: P = 1905 W ; Q = 3300 VAr ; S = 3810 VA (ligação Δ ou Y).

$V_{AB} := \mathrm{fasor}(220, 90\cdot o)\cdot V$ $\quad V_{AN} := \dfrac{V_{AB}}{\mathrm{fasor}(\sqrt{3}, 30\cdot o)}$ $\quad \left|V_{AN}\right| = 127.017\,V$ $\quad \mathrm{fase}(V_{AN}) = 60\,o$

$I_A := \mathrm{fasor}(10, 0\cdot o)\cdot A$ $\quad \phi := \mathrm{fase}(V_{AN}) - \mathrm{fase}(I_A)$ $\quad \phi = 60\,o$

$S := 3\cdot V_{AN}\cdot \mathrm{conj}(I_A)$ $\quad S = 1905.256 + 3300i\,VA$ $\quad |S| = 3810.512\,VA$