Capítulo 10:
Energia Específica em Canais

Capítulo Importante!

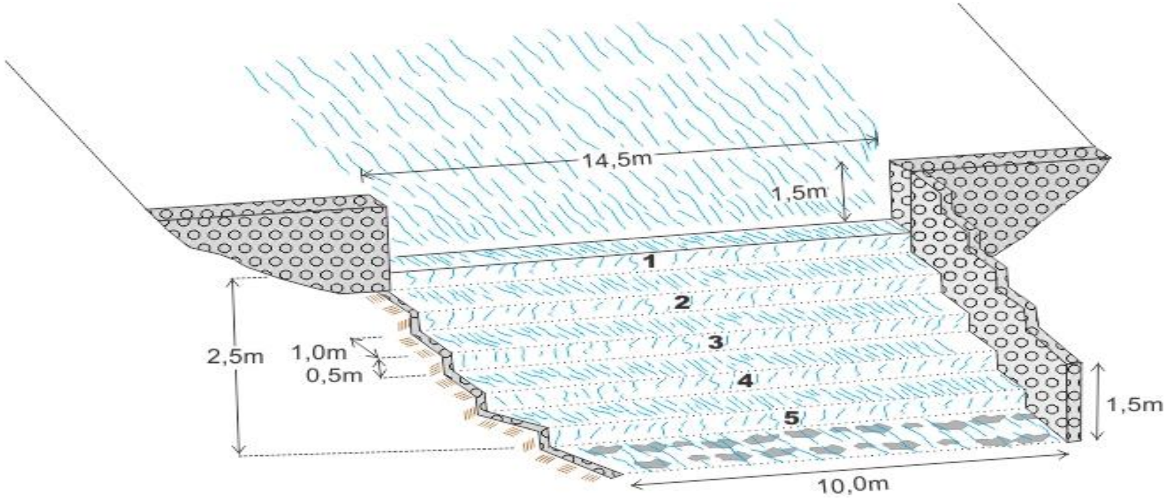
HIDRÁULICA DOS CONDUTOS LIVRES – SHS 0410

PROF. RODRIGO DE MELO PORTO

1. Energia Específica (ou carga específica)

Importante para estudos de **singularidades** em canais:

- Estruturas hidráulicas;
- Estreitamentos ou alargamentos em canais;
- Medição de vazão (calha Parshall, calha Venturi)
- Alteração da cota de fundo → soleiras



1. Energia Específica (ou carga específica)

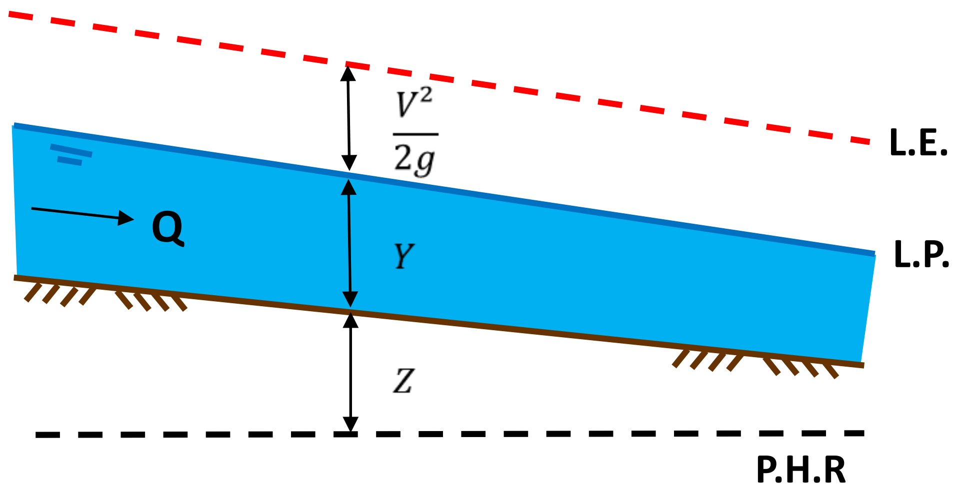


Fig. (7.10)

Carga total: $$\boxed{H = z + y + \frac{V^2}{2g}}$$

Energia específica: $z = 0$

$$\boxed{E = y + \frac{V^2}{2g}}$$

$$\boxed{E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}}$$ **Eq. (10.3)**

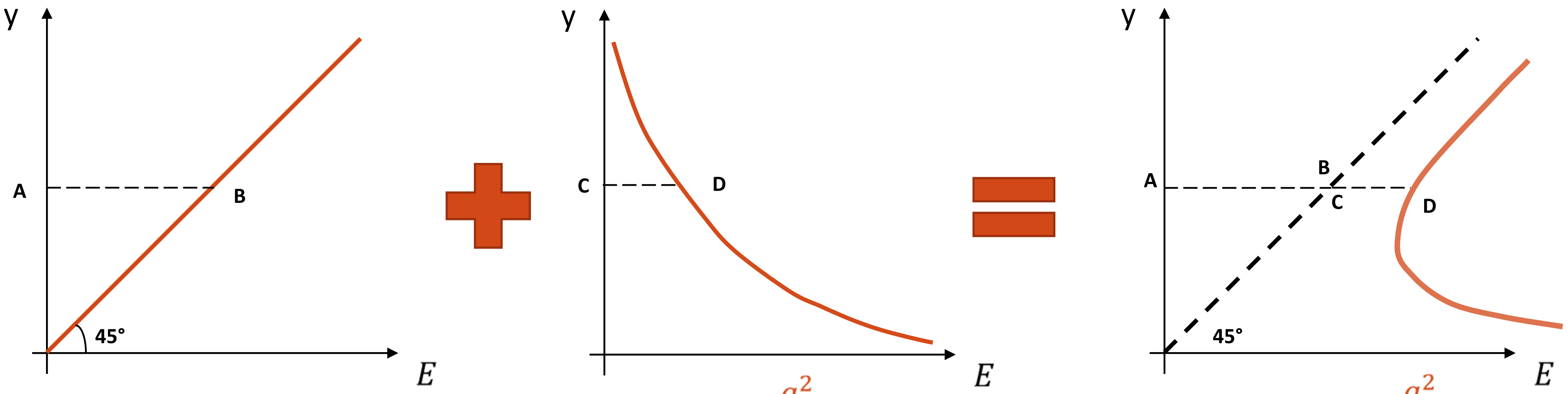
2. Curvas y *x* E para q = cte e y *x* q para E = cte

Para canais retangulares:

$$\boxed{q = \frac{Q}{b} = V \times y}$$ **Eq. (10.4)**

Vazão específica ou unitária

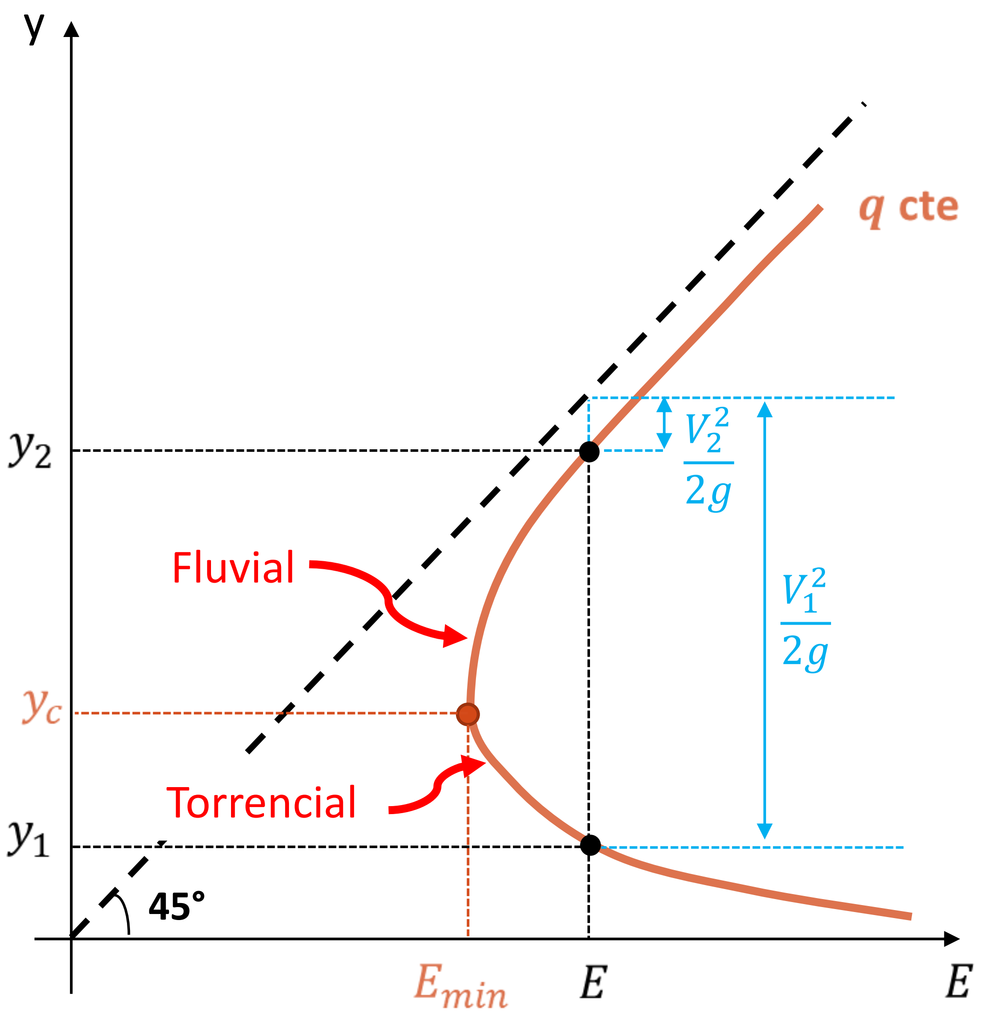
Assim: $$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \Rightarrow \boxed{E = y + \frac{q^2}{2gy^2}}$$ **Eq. (10.5)**



$$E = y \quad + \quad E = \frac{q^2}{2gy^2} \quad = \quad E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

2. Curvas y *x* E para q = cte e y *x* q para E = cte

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$



(1) $E_{min} \leftrightarrow y_c$

(2) $E \rightarrow y_1$, $E \rightarrow y_2$

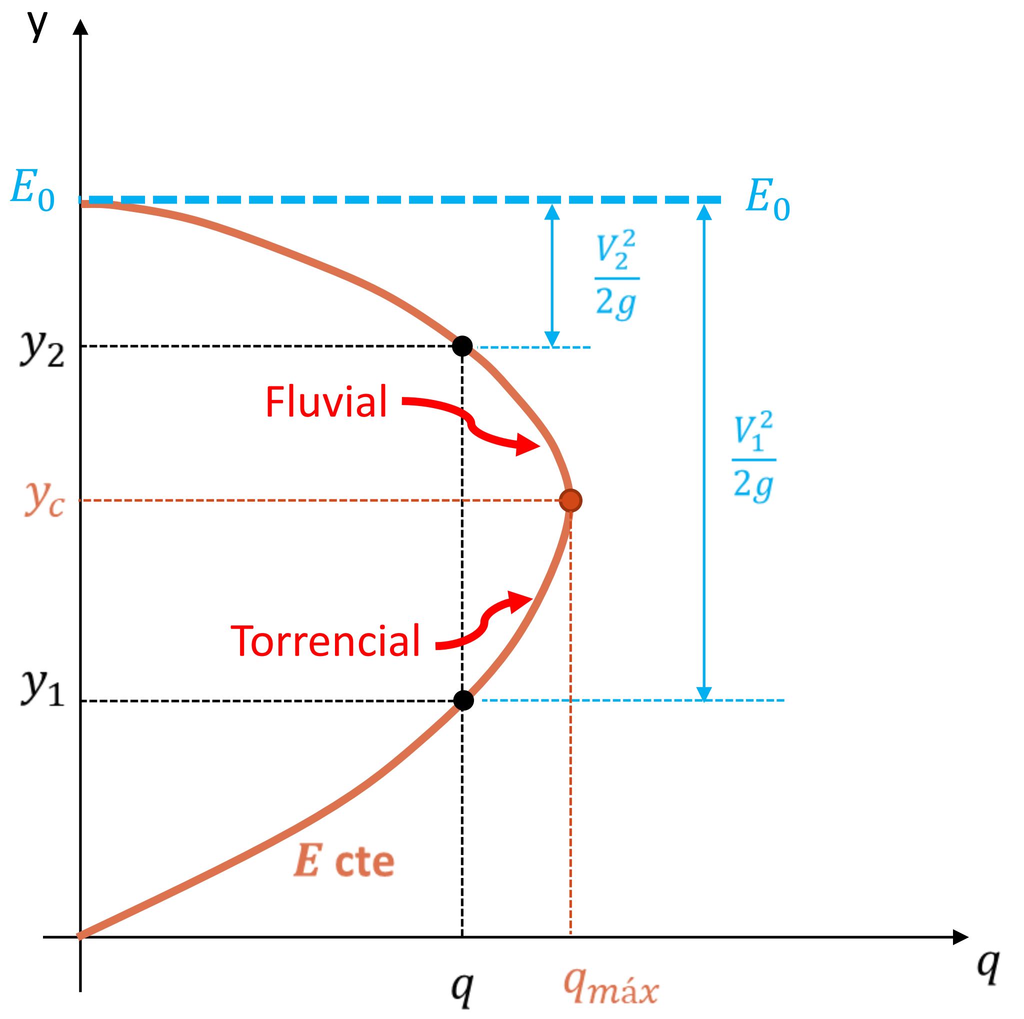
(3) Parcelas de velocidade $\frac{V^2}{2g}$

2. Curvas y *x* E para q = cte e y *x* q para E = cte

$$\boxed{q = \sqrt{2g} \times y \times \sqrt{E_0 - y}}$$

$$Se\ y_0 = 0 \rightarrow q = 0$$

$$Se\ y_0 = E_0 \rightarrow q = 0$$



(1) $q_{máx} \leftrightarrow y_c$

(2) $q \rightarrow y_1$, $q \rightarrow y_2$

(3) Parcelas de velocidade $\frac{V^2}{2g}$

Valor de E_0

3. Tipos de escoamento

$y > y_c \rightarrow V < V_c$ **Escoamento fluvial** (ou subcrítico)

$y < y_c \rightarrow V > V_c$ **Escoamento torrencial** (ou supercrítico)

$y = y_c \rightarrow V = V_c$ **Escoamento crítico**

4. Escoamento crítico

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{V^2}{gy}$$

Definindo o número de Froude por:

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gy}}$$ Canal retangular

$$\boxed{\frac{dE}{dy} = 1 - F_r^2}$$

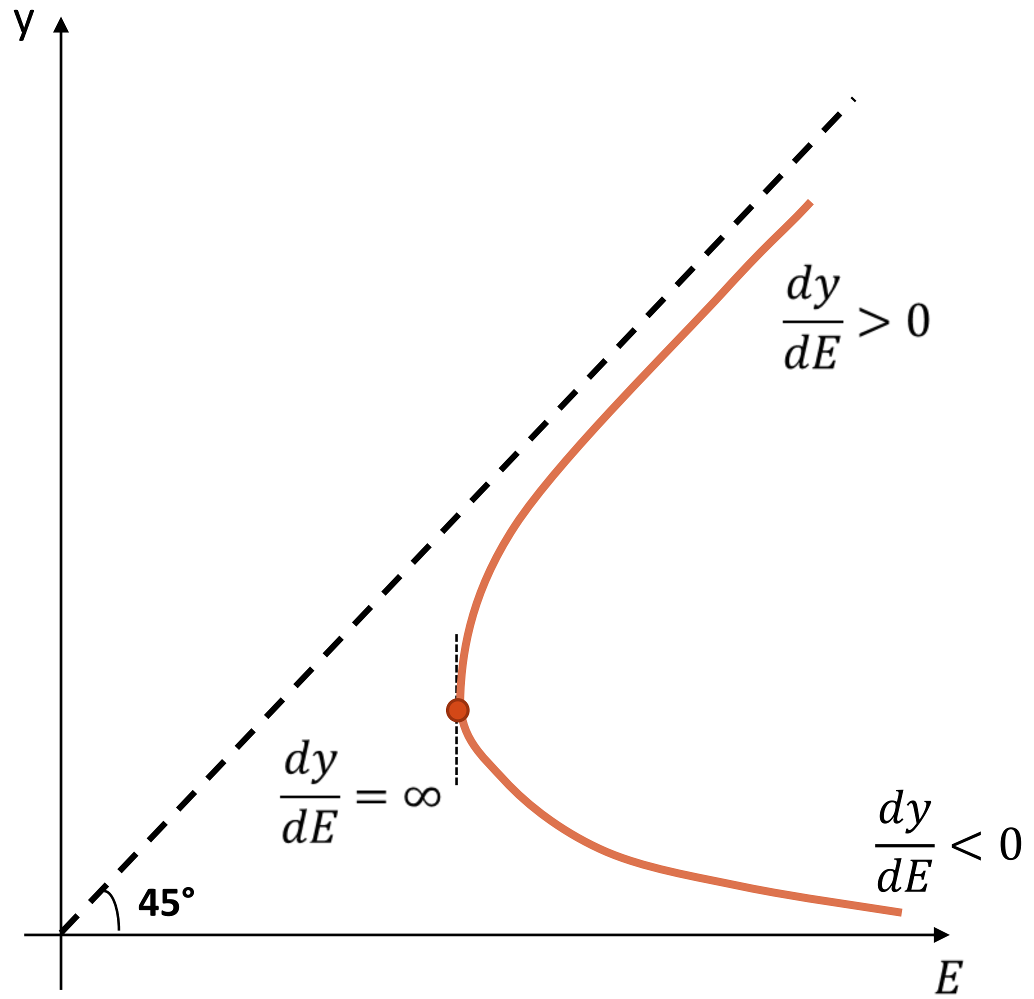
Eq. (10.10)

$$se\ \frac{dE}{dy} > 0\ \therefore\ \frac{dy}{dE} > 0 \rightarrow F_r < 1$$

$$se\ \frac{dE}{dy} < 0\ \therefore\ \frac{dy}{dE} < 0 \rightarrow F_r > 1$$

$$se\ \frac{dE}{dy} = 0\ \therefore\ \frac{dy}{dE} = \infty \rightarrow F_r = 1$$

4. Escoamento crítico (canal retangular)



$$\frac{dE}{dy} = 1 - F_r^2$$

$$se\ \frac{dE}{dy} = 0 \rightarrow F_r = 1 \therefore \frac{q^2}{gy^3} = 1$$

$$\boxed{y_c = \left[\frac{q^2}{g}\right]^{1/3}}$$ **Eq. (10.11)**

$$como\ q = V_c \times y_c \rightarrow \boxed{V_c = \sqrt{g \times y_c}}$$ **Eq. (10.13)**

Energia mínima:

$$E_{min} = y_c + \frac{q^2}{2gy_c^2} = y_c + \frac{y_c^3}{2y_c^2} = \frac{3}{2}y_c$$

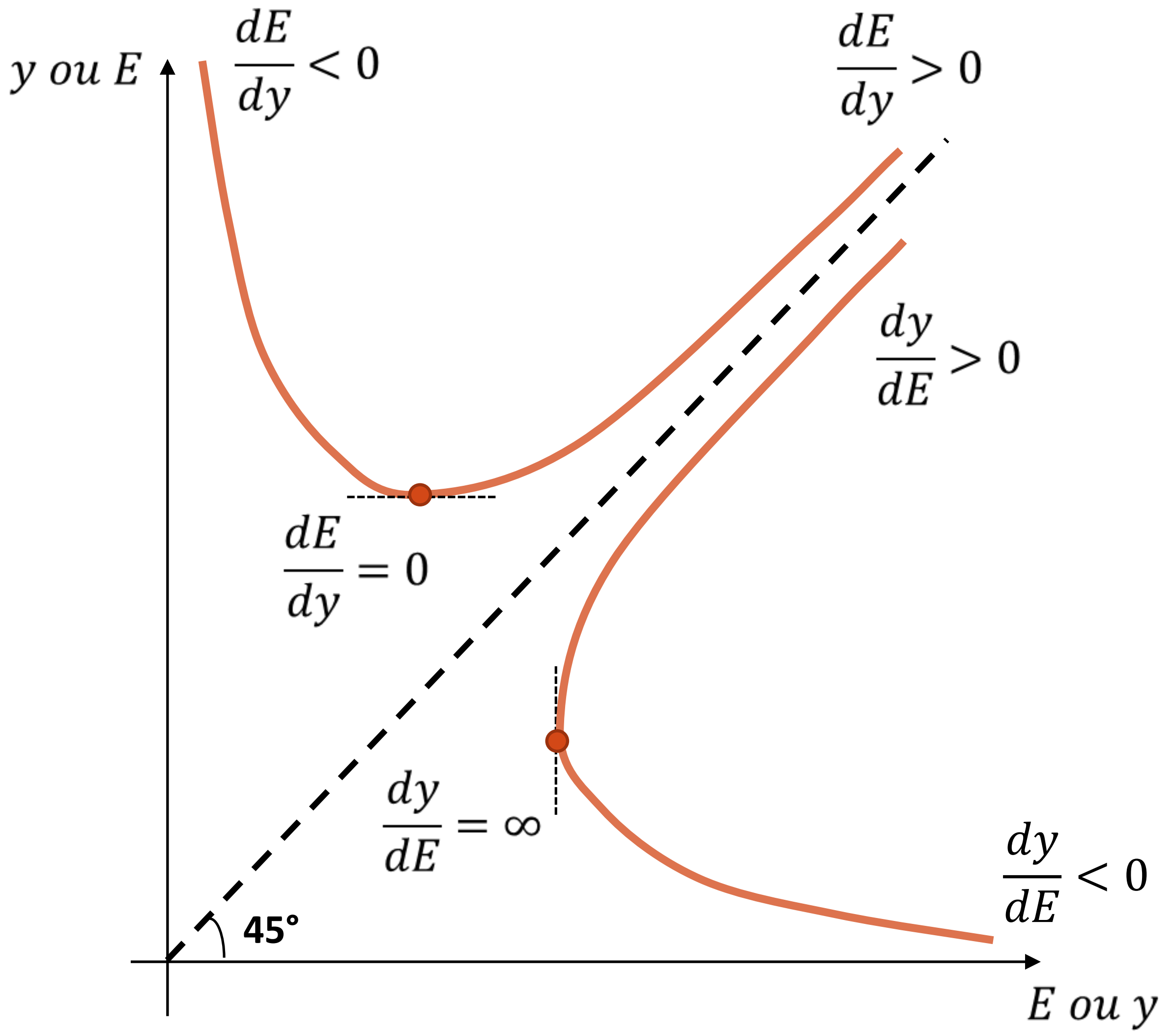
$$\boxed{E_{min} = \frac{3}{2}y_c}$$ **Eq. (10.12)**

4. Escoamento crítico

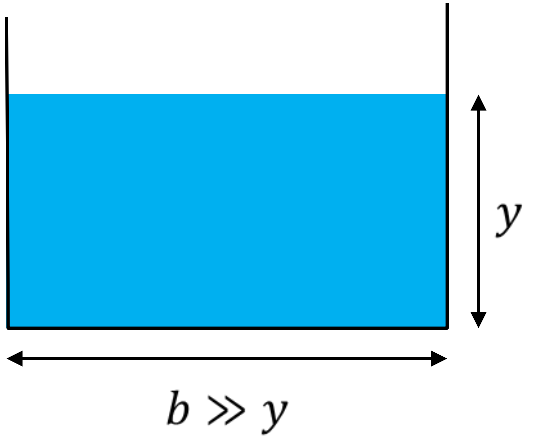
Sinal da derivada da Eq. (10.10)

$$\boxed{\frac{dE}{dy} = 1 - F_r^2}$$

Eq. (10.10)



5. Escoamento uniforme crítico: Declividade crítica para canais **retangulares largos**



$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{yb}{b + 2y} \cong \frac{yb}{b} \cong y$$

$$De\ Manning \rightarrow \frac{\eta q b}{I_c^{1/2}} = b y_c \times y_c^{2/3} \rightarrow \boxed{I_c = \frac{g\eta^2}{y_c^{1/3}}}$$ **Eq. (10.14)**

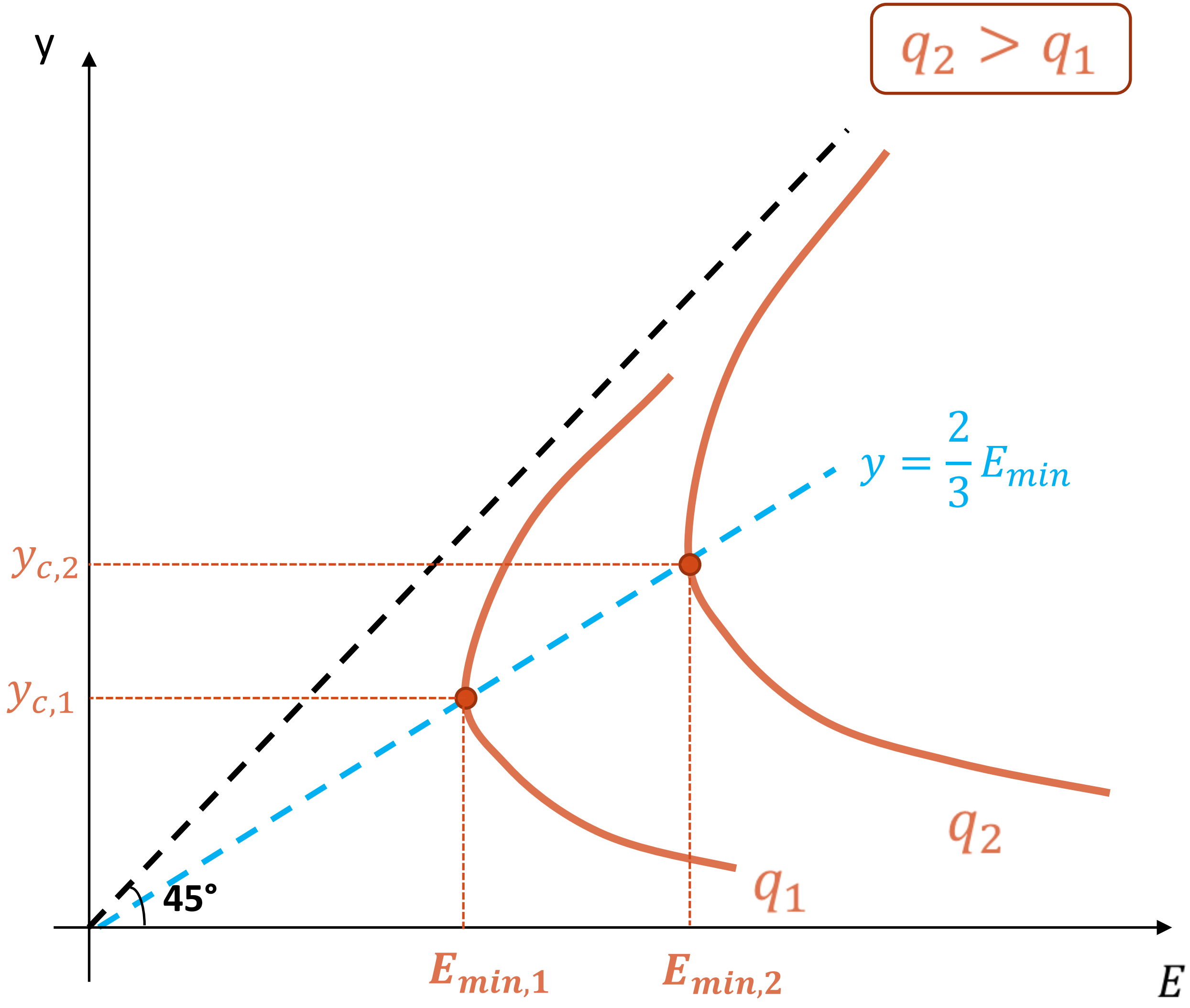
$Se\ I_0 < I_c \rightarrow y_o > y_c \rightarrow$ Canal de **"fraca declividade"** – Escoamento uniforme **fluvial**

$Se\ I_0 > I_c \rightarrow y_o < y_c \rightarrow$ Canal de **"forte declividade"** – Escoamento uniforme **torrencial**

Observações:

1) Características do escoamento uniforme crítico

2) Alteração das curvas y *x* E, com a vazão *q*

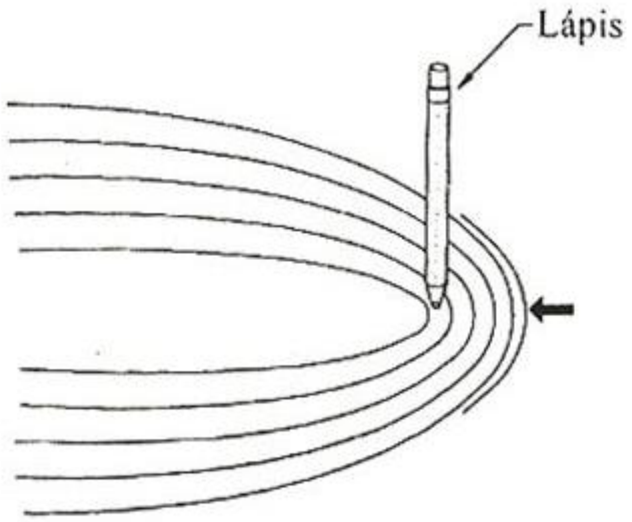


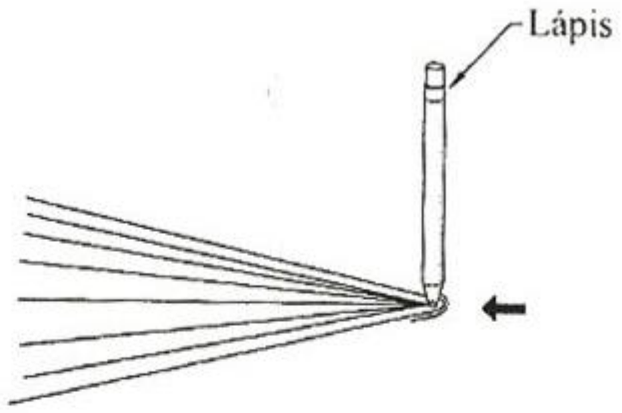
6. Velocidade crítica e celeridade: Padrão dos tipos de escoamento

Da hidrodinâmica: $c^2 = \frac{gL}{2\pi} tanh \frac{2\pi y}{L}$ $\quad$ $se\ L \gg y \rightarrow tanh \frac{2\pi y}{L} = \frac{2\pi y}{L} \rightarrow \boxed{c^2 = gy}$ **Eq. (10.24)**

$$\boxed{F_r = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{V}{c}} \begin{cases} se\ F_r > 1 \rightarrow V > c \\ se\ F_r < 1 \rightarrow V < c \end{cases}$$

Eq. (10.27)





$V < c \rightarrow escoamento\ fluvial$

$V_{abs} = V + c \rightarrow para\ jusante$

$V_{abs} = c - V \rightarrow para\ montante$

$V > c \rightarrow escoamento\ torrencial$

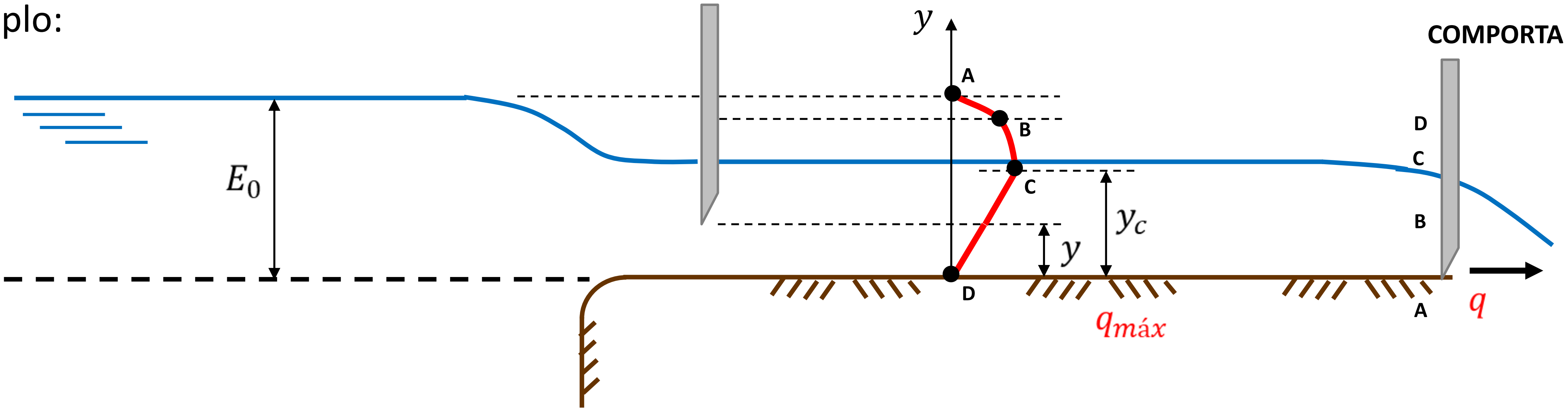
$V_{abs} = V + c \rightarrow para\ jusante$

7. Seções de controle:

IMPORTANTE!

São seções que controlam o escoamento, estabelecendo uma relação $y = f(Q)$. A seção de escoamento crítico é uma seção de controle.

Exemplo:

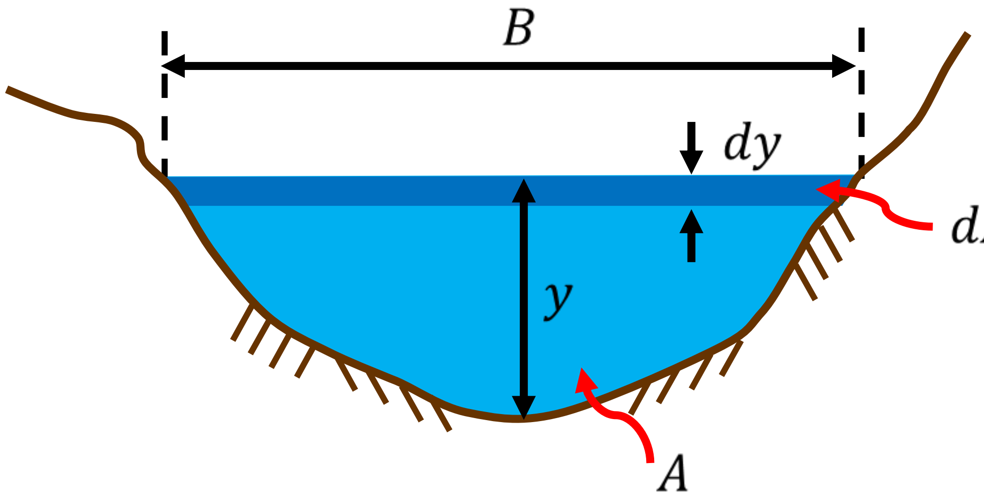


Conclusão:

O escoamento **fluvial** é controlado por alguma singularidade de **jusante**.

O escoamento **torrencial** é controlado por alguma singularidade de **montante**.

8. Canais de forma qualquer:



$$dA = B \times dy$$

$$\frac{dA}{dy} = B$$

Em condições de escoamento crítico:

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = 0 \;\rightarrow\; \frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{2g}\frac{2A}{A^4}\frac{dA}{dy}$$

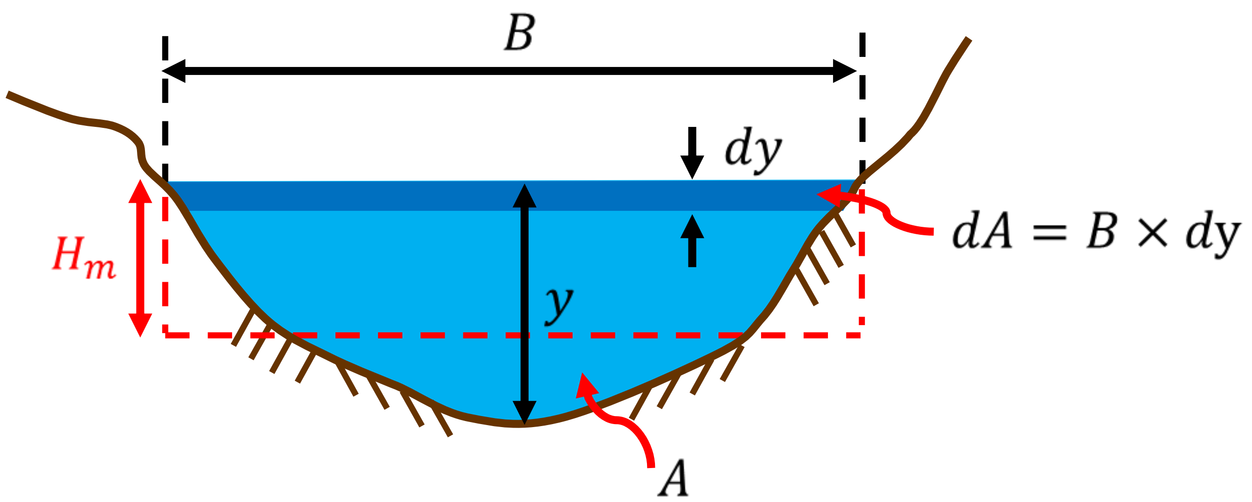
$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dy}$$

$$se\,\frac{dE}{dy} = 0 \;\rightarrow\; \boxed{\frac{Q^2 B}{gA^3} = 1}$$ **Eq. (10.42)**

Equação Geral

Expressão cuja raiz é $y = y_c$ para a seção considerada

8. Canais de forma qualquer:



$$\frac{dA}{dy} = B \rightarrow \frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 - F_r^2$$

Altura média ou altura hidráulica H_m de uma seção é a relação entre a área molhada e a largura na superfície livre:

$$H_m = A/B$$

8. Canais de forma qualquer:

Generalização da expressão do número de Froude:

$$1 - \frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 - F_r^2$$

$$\boxed{F_r^2 = \frac{Q^2 B}{g A^3} = \frac{Q^2}{g H_m A^2} = \frac{V^2}{g H_m}}$$ **Eq. (10.43)**

Celeridade de pequenas perturbações:

$$Quando\ F_r = 1 \ \rightarrow \ V = c = \sqrt{g H_m}$$

8. Canais de forma qualquer:

Combinando-se as Equações (10.39) e (10.42), pode se estabelecer a relação entre a energia mínima E_c em um canal de forma qualquer e a geometria do escoamento

$$\boxed{\frac{Q^2 B}{g A^3} = 1 \rightarrow \frac{Q^2}{g\, A_c^2} = \frac{A_c}{B_c} = H_{mc}}$$

Eq. (10.42)

Que substituída na Equação 10.39: $H_{mc} = \frac{V_c^2}{g}$ ou $V_c = \sqrt{g\, H_{mc}}$

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

Eq. (10.39)

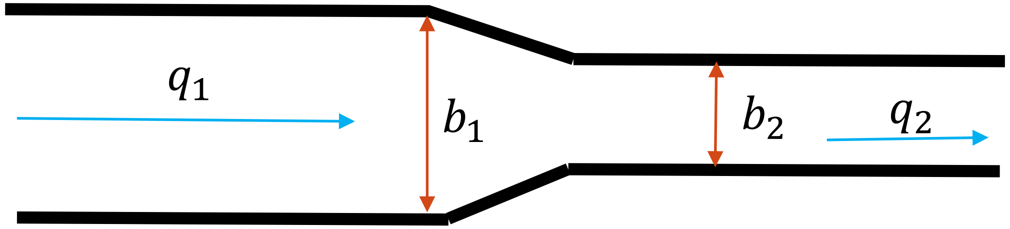
$$\boxed{E_c = y_c + \frac{H_{mc}}{2} = y_c + \frac{V_c^2}{2g}}$$

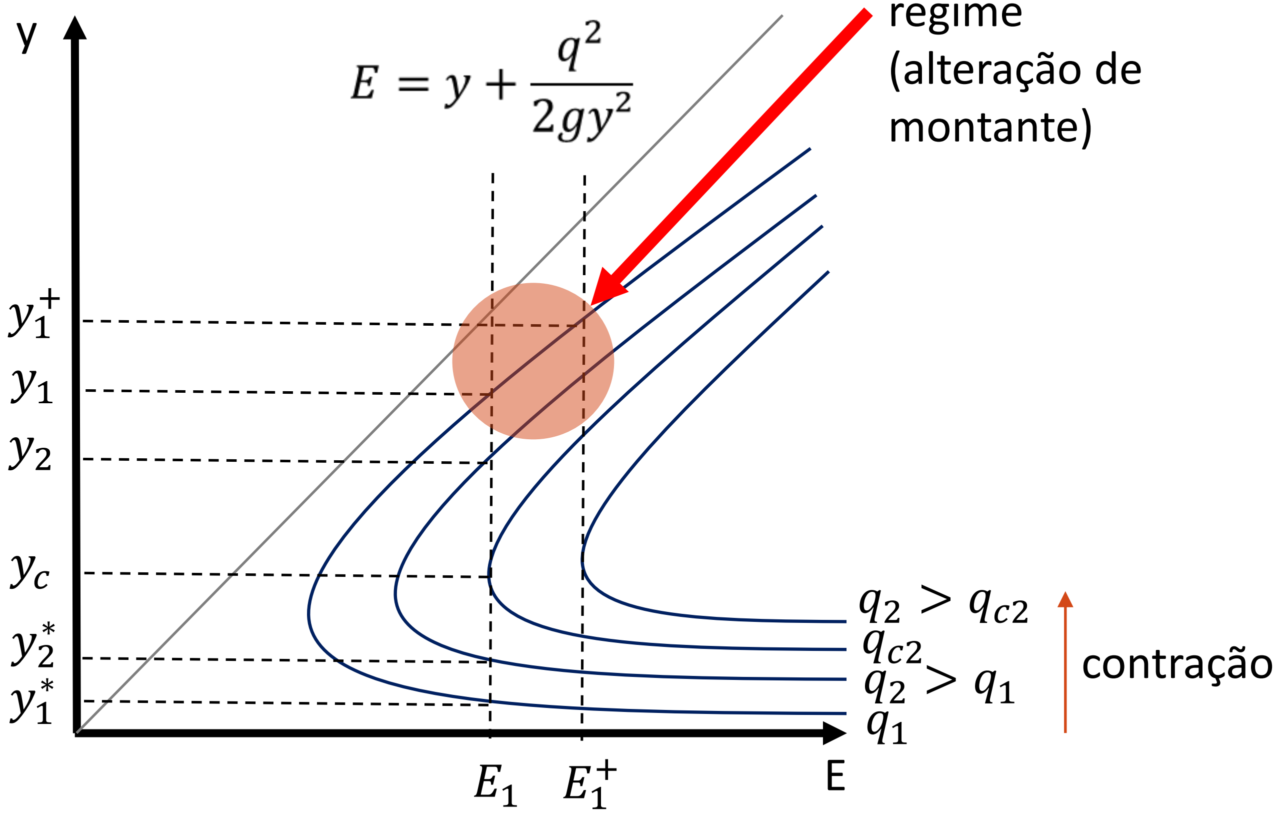
Eq. (10.44)

IMPORTANTE!

9. Energia Específica - Transições

Mudança na largura do canal





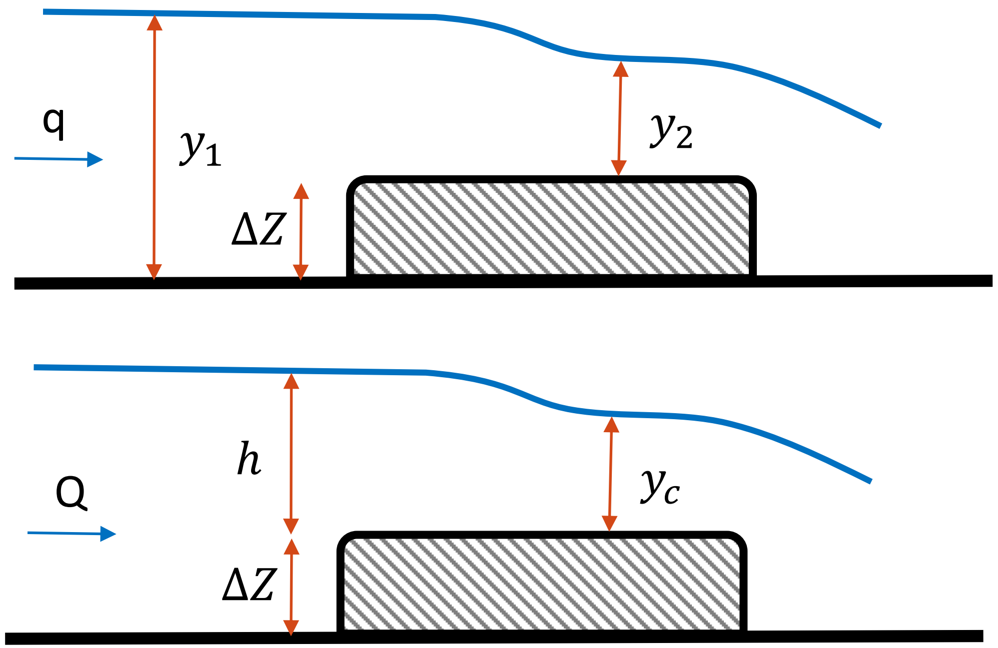
Prob. 10.3

9. Energia Específica - Transições

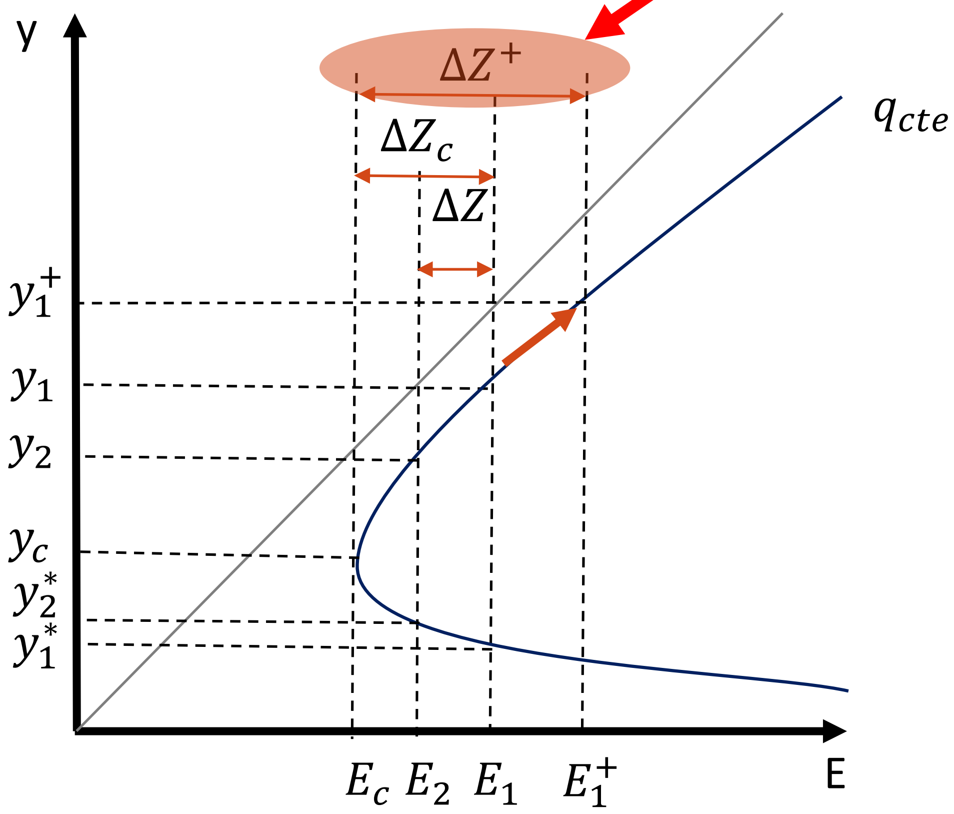
$E_1 = E_2 + \Delta Z$

Pode haver mudança de regime

Elevação do nível de fundo



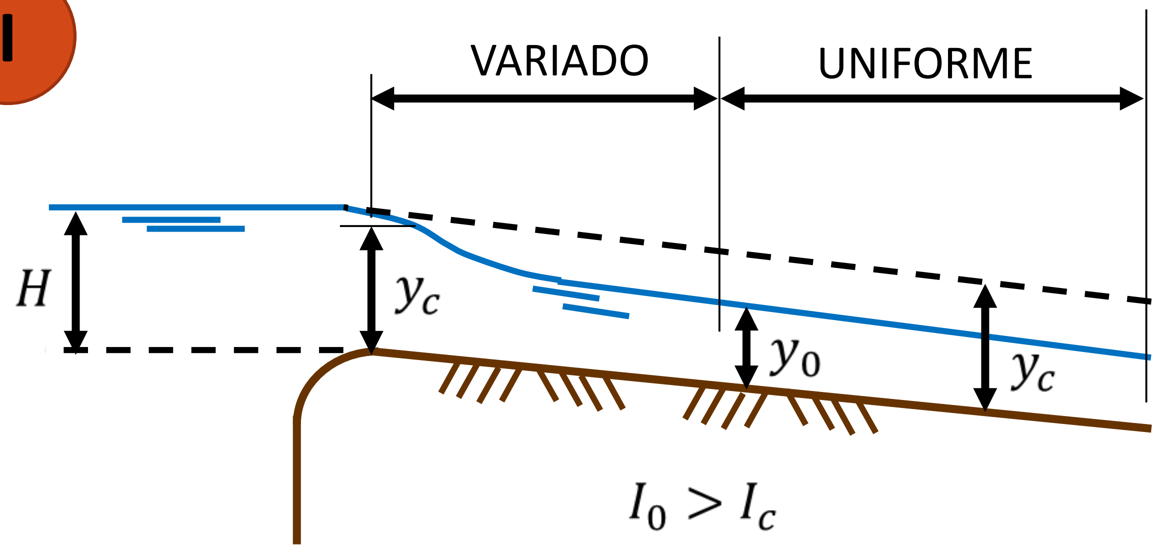
$\Delta Z > \Delta Z_c$



Prob. 10.9

9. Ocorrência da altura crítica: dois exemplos (Item 10.8 H.B.)

I



$I_0 > I_c$

FORTE DECLIVIDADE

Caso I: canal retangular

Energia disponível: $H = z + y + \dfrac{q^2}{2gy^2} = z + E$

com H e q constantes

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dx} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dz}{dx} + \frac{dE}{dy}\frac{dy}{dx} = 0$$

Como: $\dfrac{dE}{dy} = 1 - F_r^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\dfrac{dz}{dx} + (1 - F_r^2)\dfrac{dy}{dx} = 0}$

Eq. (10.36)

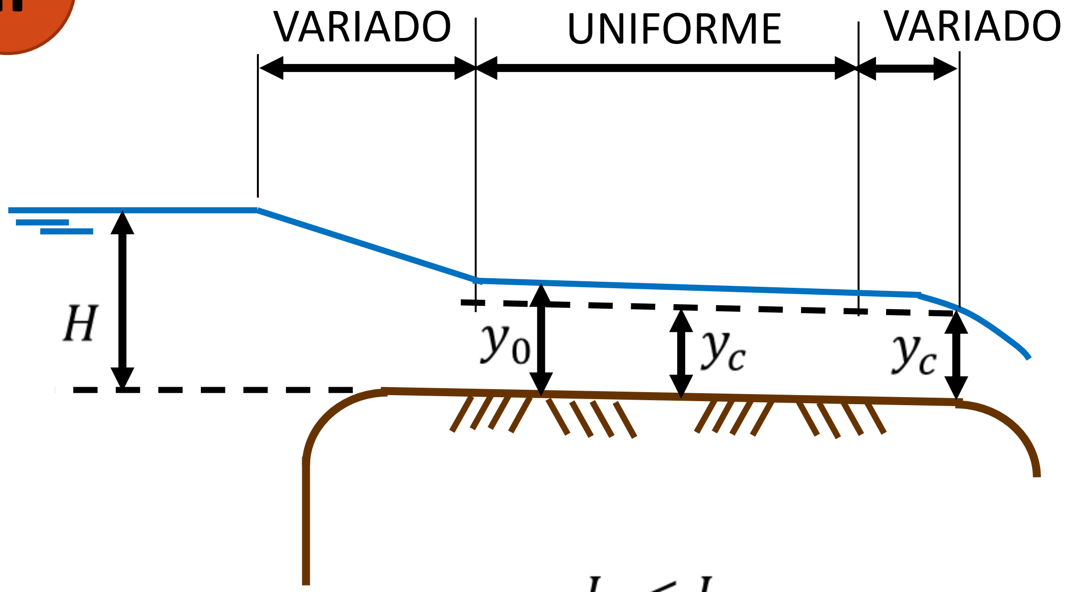
Para uma transição feita em uma crista de curta distância:

$$\begin{cases} \dfrac{dz}{dx} = 0 & \text{(horizontal)} \\ \dfrac{dy}{dx} \neq 0 & \text{(acelerado)} \end{cases} \quad \rightarrow \quad F_r = 1 \quad \rightarrow$$

Escoamento crítico na entrada do canal, seguido por uma curva de remanso até estabelecer o movimento uniforme

9. Ocorrência da altura crítica: dois exemplos (Item 10.8 H.B.)

II



$I_0 < I_c$

FRACA DECLIVIDADE

Caso II:

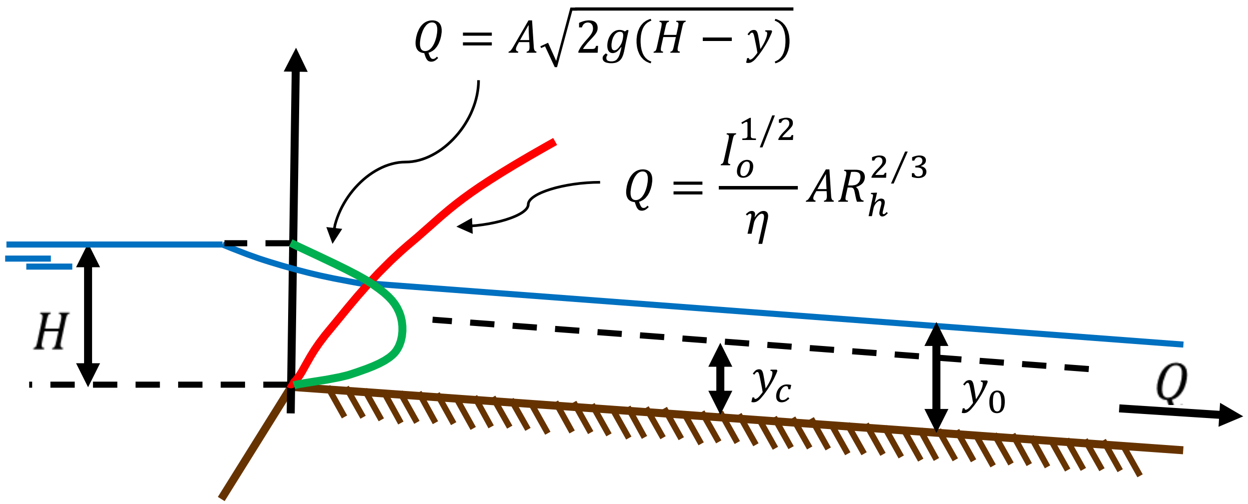
Deverá haver uma compatibilidade entre equações de energia e resistência:

$$\boxed{H = E = y_0 + \frac{Q^2}{2gA^2}}$$

$\Downarrow$ y_0

$$\boxed{Q = \frac{\sqrt{I_0}}{\eta} A\, R_h^{2/3}}$$

$\Downarrow$ Q



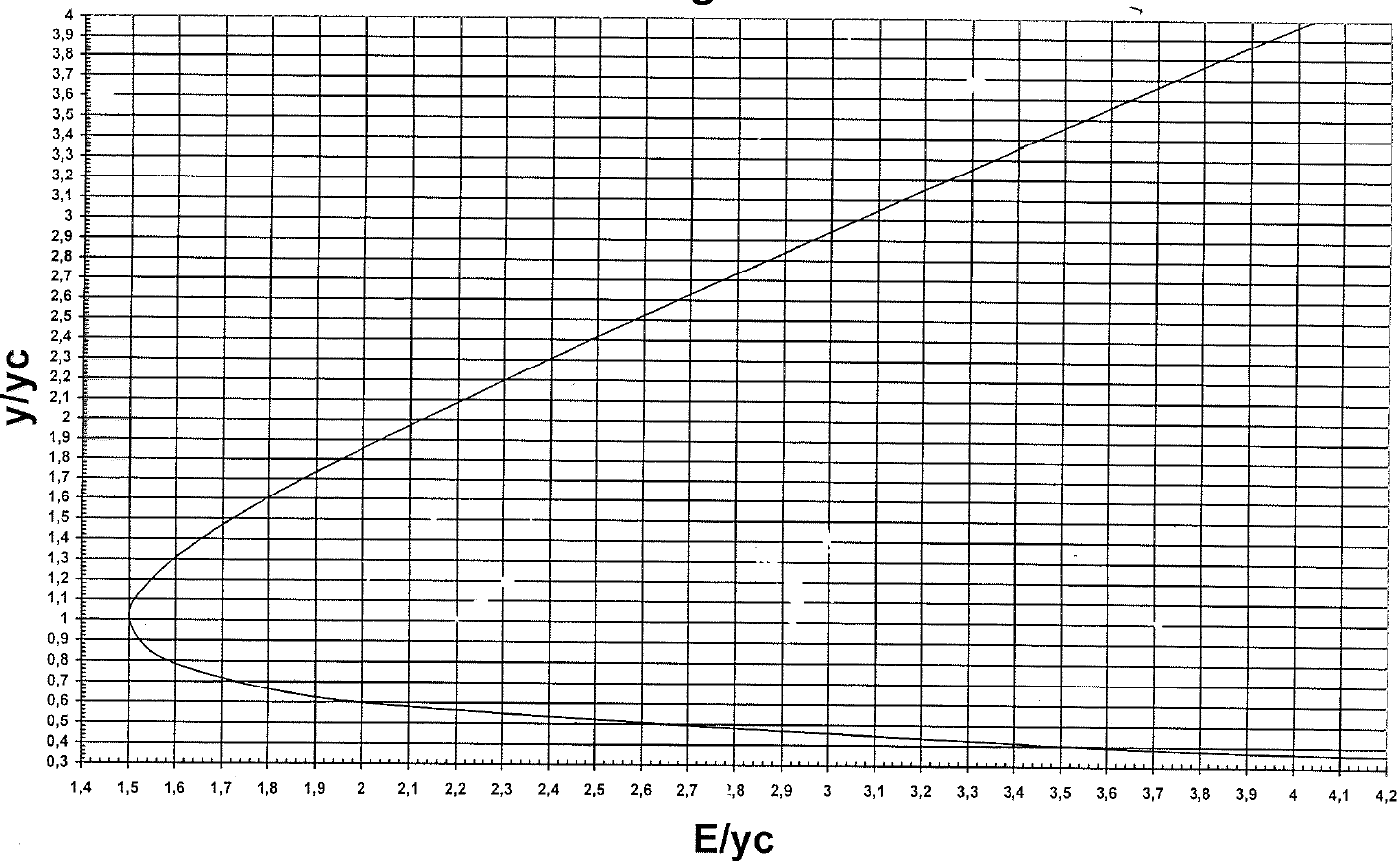
10.12

10. Problemas típicos

1. **Determinação das alturas alternadas y_1 e y_2, para canais retangulares**

Calcula-se E/y_c e, na Figura 10.6, tira-se y_i/y_c (é melhor usar a calculadora ou o gráfico adimensional avulso)

Alturas alternadas – canais retangulares



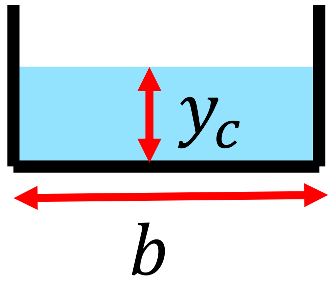


Fig 10.6

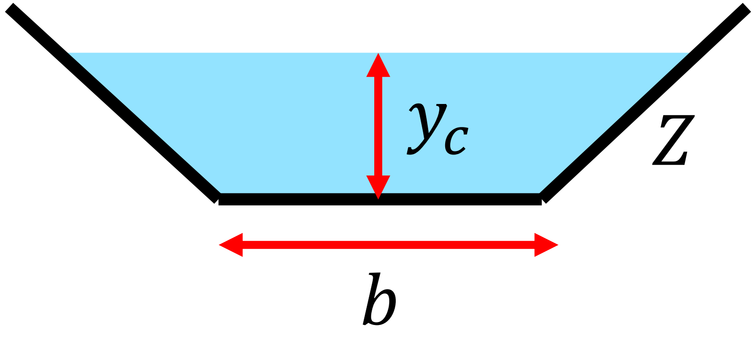
10. Problemas típicos

2. Cálculo da altura crítica em canais trapezoidais, dados $\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{b}$ e $\boldsymbol{Z}$

Calcula-se $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{ZQ}\sqrt{\dfrac{\boldsymbol{Z}}{\boldsymbol{g}\,\boldsymbol{b}^5}}$ e na Figura 10.17, tira-se $\boldsymbol{\psi} = \dfrac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{Z}\,\boldsymbol{y_c}}$ (melhor o Solver na equação $\dfrac{\boldsymbol{Q}^2\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{g}\boldsymbol{A}^3} = \mathbf{1}$)

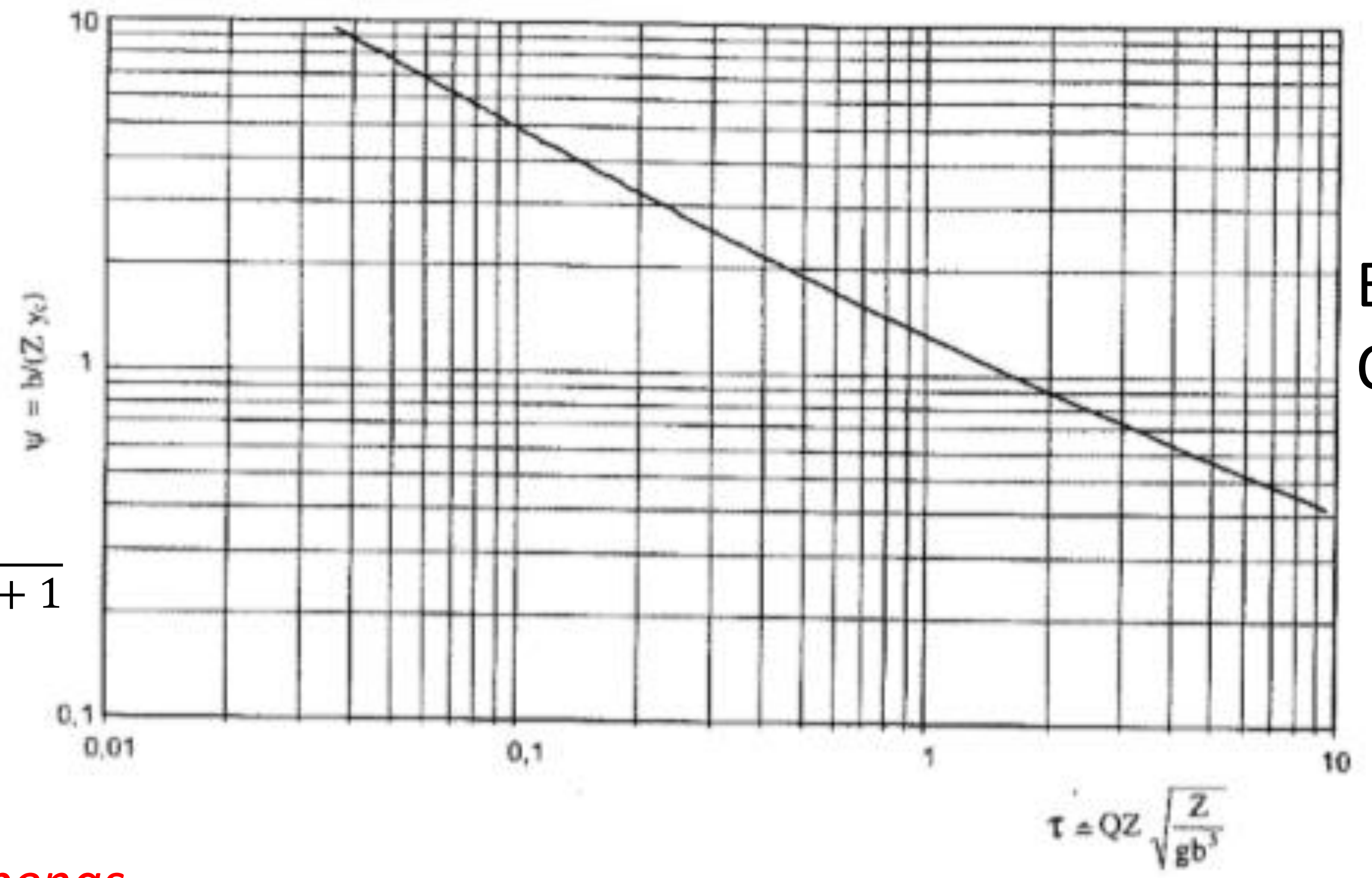
Canais de forma qualquer:

Fig 10.17



$$\frac{31}{l} = \frac{1}{\log Y}$$

$$\frac{31}{l} = \frac{1}{\log Y + 1}$$



Encontrar y_c
Conhecendo a geometria

$$y_c = 0{,}39\frac{Q^{0{,}58}}{b^{0{,}45}Z^{0{,}13}}$$

10.6

l em mm

Utilizar apenas no livro H.B.

$$\frac{36}{l} = \frac{1}{\log X + 2} \qquad \frac{36}{l} = \frac{1}{\log X + 1} \qquad \frac{36}{l} = \frac{1}{\log X}$$

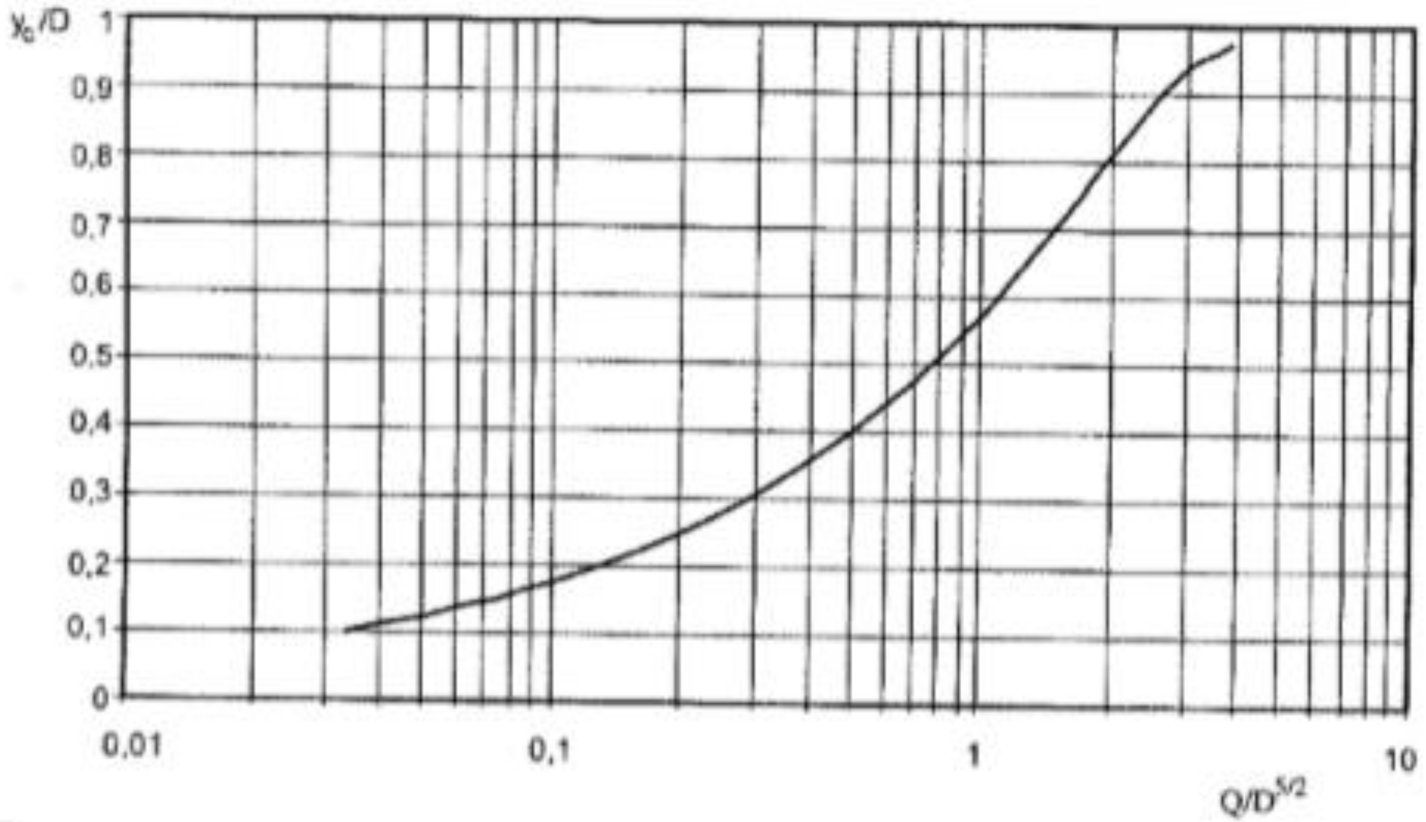
10. Problemas típicos

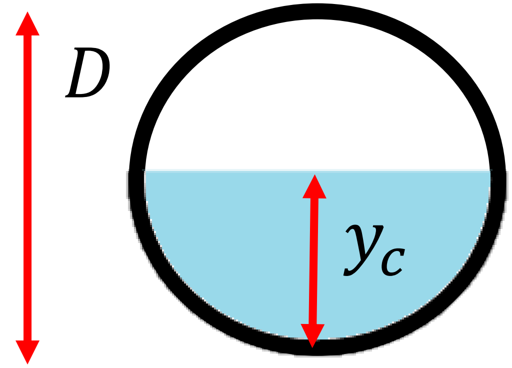
3. Cálculo da altura crítica em canais circulares, dados $\boldsymbol{Q}$ e $\boldsymbol{D}$

Calcula-se $\frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{D}^{5/2}}$ e na Figura 10.18, tira-se $\frac{\boldsymbol{y_c}}{\boldsymbol{D}}$

8. Canais de forma qualquer:

Fig 10.18





$$\frac{y_c}{D} = 0{,}571\left[\frac{Q}{D^{\frac{5}{2}}}\right]^{0{,}5149}$$

Encontrar y_c
Conhecendo a geometria

10.22

$$\frac{36}{l} = \frac{1}{\log X + 2} \qquad \frac{36}{l} = \frac{1}{\log X + 1} \qquad \frac{36}{l} = \frac{1}{\log X}$$

l em mm
Utilizar apenas no livro H.B.

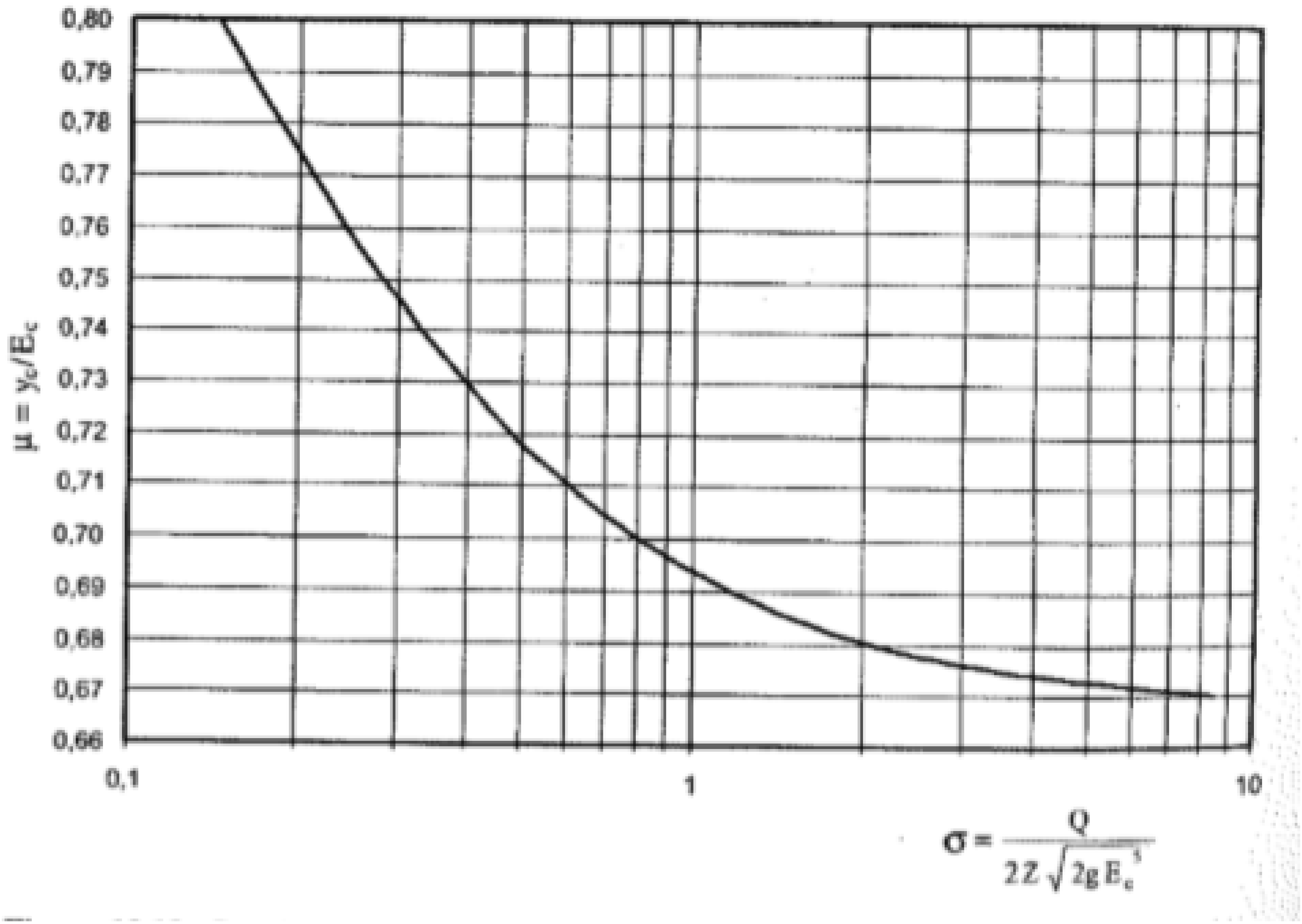
10. Problemas típicos

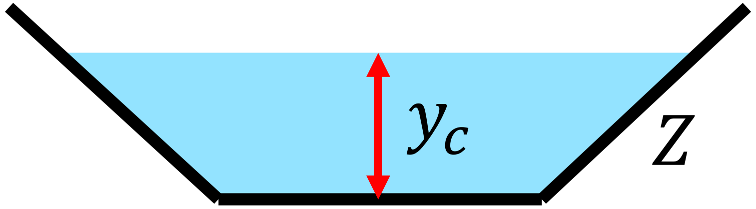
4. Cálculo da altura crítica em canais trapezoidais, dados $\boldsymbol{Q}, \boldsymbol{E_c}$ e $\boldsymbol{Z}$

Calcula-se $\boldsymbol{\sigma} = \dfrac{\boldsymbol{Q}}{2\,\boldsymbol{Z}\sqrt{2\,\boldsymbol{g}\,\boldsymbol{E_c^5}}}$ e na Figura 10.19, tira-se $\boldsymbol{\mu} = \dfrac{\boldsymbol{y_c}}{\boldsymbol{E_c}}$

Canais de forma qualquer:

Fig 10.19





Encontrar y_c
Conhecendo a geometria
Sem saber *b*

$$\frac{53}{l} = \frac{1}{\log X + 1} \qquad \frac{53}{l} = \frac{1}{\log X}$$

l em mm
Utilizar apenas no livro H.B.

10. Problemas típicos

5. Cálculo da vazão em um canal trapezoidal, dados b, $\boldsymbol{E_c}$ e $\boldsymbol{Z}$

Calcula-se $\boldsymbol{\phi = \frac{Z E_c}{b}}$ e na Figura 10.20, tira-se $\boldsymbol{\sigma = \frac{Q}{2\,Z\,\sqrt{2\,g\,E_c^5}}}$

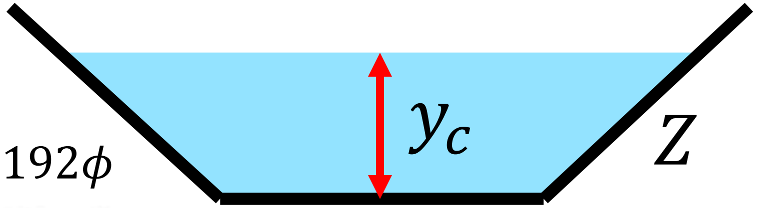
6. Cálculo da largura de fundo em canais trapezoidais, dados Q, $\boldsymbol{y_c}$ e $\boldsymbol{Z}$

Calcula-se $\boldsymbol{\lambda = \frac{Q}{Z\sqrt{g y_c^5}}}$ e na Figura 10.20, tira-se $\boldsymbol{\psi = \frac{b}{Z\,y_c}}$

Canais de forma qualquer:

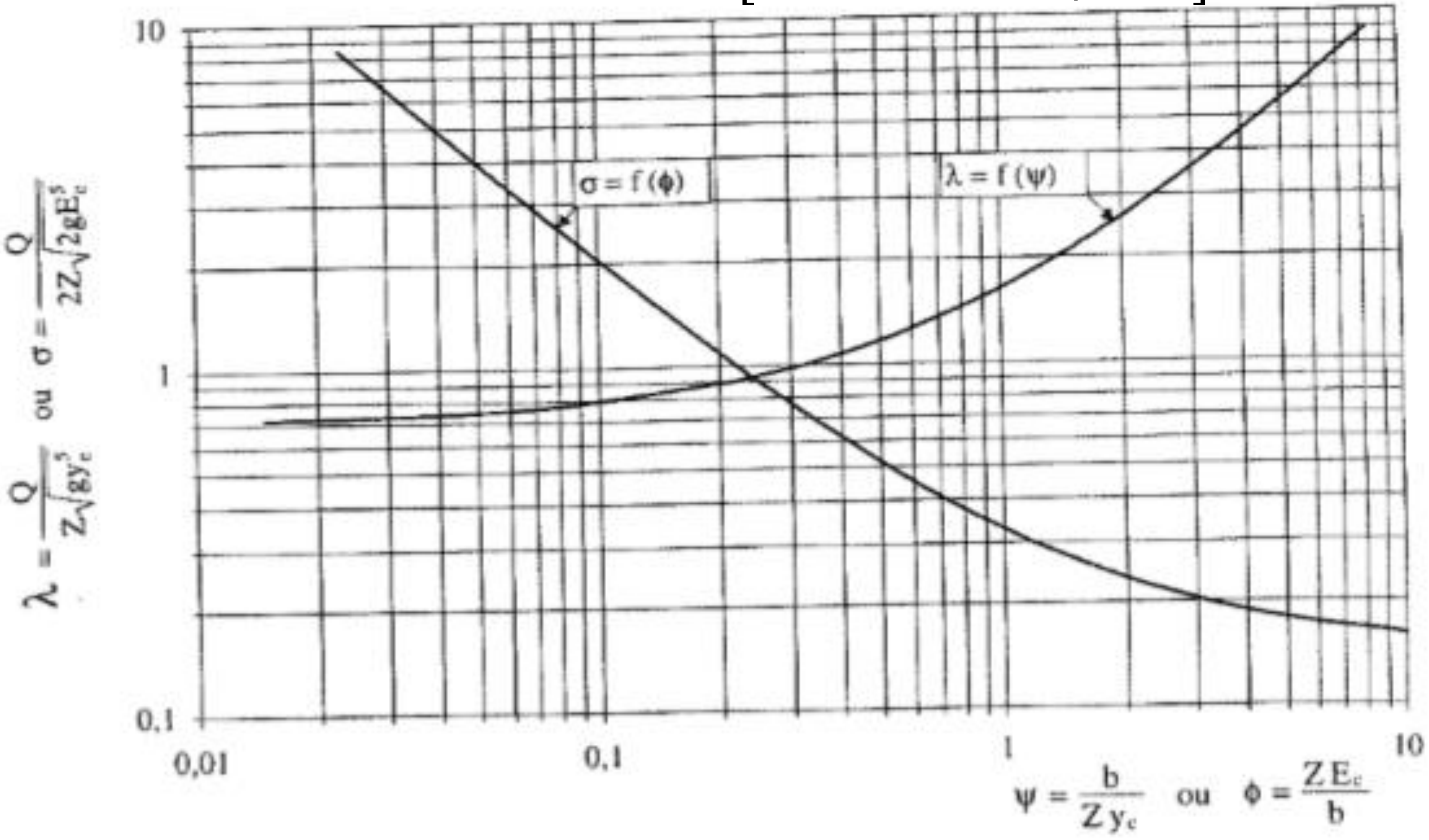
$$\lambda = 0{,}0072\,\psi^2 + 0{,}9007\,\psi + 0{,}7255$$

$$\sigma = \tan h\left[0{,}0553\,\phi^{0{,}07} + \frac{0{,}0825}{\phi^{0{,}023}}\right] + 0{,}192\phi$$



$$\frac{35}{l} = \frac{1}{\log Y}$$

$$\frac{35}{l} = \frac{1}{\log Y + 1}$$



Encontrar y_c
Conhecendo
a geometria
Sem saber b

10.19

l em mm
Utilizar apenas no livro H.B.

$$\frac{40{,}5}{l} = \frac{1}{\log Y + 2} \qquad \frac{40{,}5}{l} = \frac{1}{\log Y + 1} \qquad \frac{40{,}5}{l} = \frac{1}{\log Y}$$

Fig 10.20

11. Roteiro para aplicação do conceito de Energia Específica

1. Determinar todas as propriedades e características do escoamento na seção 1: vazão, altura de água, altura crítica, tipo de escoamento, energia disponível, etc.

2. Responder a **pergunta básica:** **"Qual a mínima energia necessária para passar a vazão na seção 2?"** (Seção de transição).

3. Comparar a energia mínima em 2 com a disponível em 1:
   - Se a energia em 1 for maior que em 2 não haverá alteração do tipo de escoamento em 2, será o mesmo que em 1.
   - Se a energia disponível em 1 for menor que a mínima em 2, ocorrerá remanso de elevação com mudança de regime após a transição e o escoamento aí será critico, podendo ocorrer um ressalto hidráulico a jusante da seção 2.

11. Roteiro para aplicação do conceito de Energia Específica

4. Aplicar a Equação de Bernoulli entre a seção 1 e a transição para determinar a nova altura de água em 1, se a energia original em 1 for menor que a mínima em 2.

5. Aplicar a Equação de Bernoulli entre a seção 1 e a transição para determinar a altura de água em 2, se a energia original em 1 for maior que a mínima em 2.

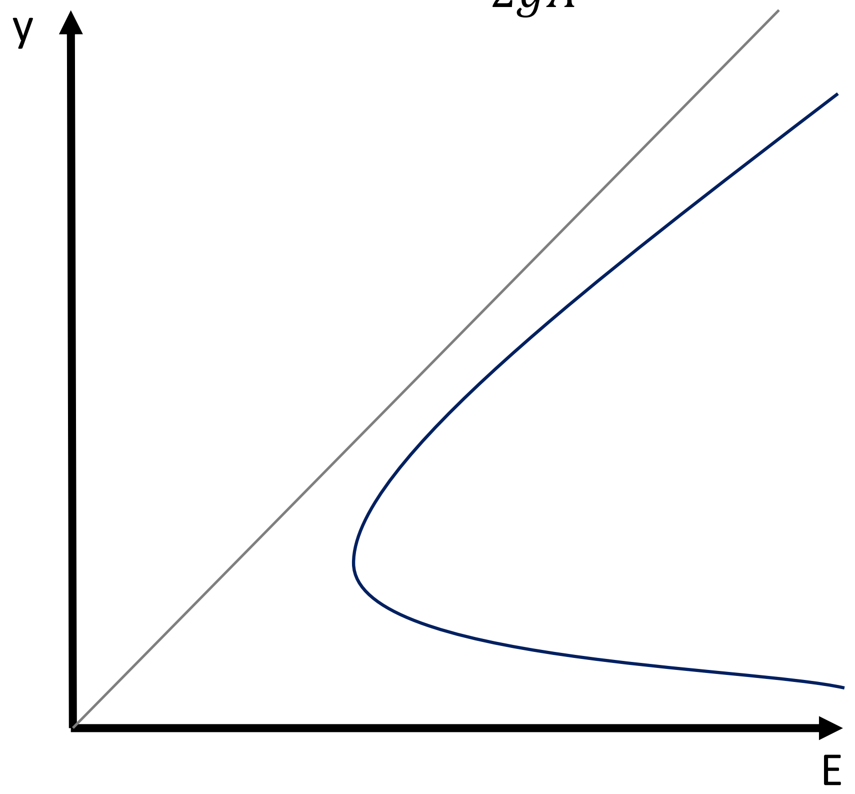
6. Em todos os casos, **pensar** com o auxílio da curva (desenho) de energia específica:
y x q ou *y x E*

Dicas

Preparar formulários ***Capítulo 10*** (Não esquecer dos capítulos 7, 8 e 9):

1. Canais retangulares
2. Canais de formato qualquer

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$



Estudar as singularidades fazendo exercícios

1. Contração ou Alargamento
2. Mudança no fundo (degrau)
3. Queda

Procurar onde está o y_c (Hipóteses do item 10.8)

1. Início do canal (forte declividade)
2. Final do canal (fraca declividade)

FIM

https://create.kahoot.it/share/hidraulica-410/86504850-60a0-4496-a99d-5ec1f884ceea

Relatórios da **parte 1 – (até a P1)** (Trabalho prático e Laboratório)

jamil.anache@usp.br

anache.jamil@gmail.com

Agradecimentos: **Prof. Rodrigo**, Prof. Edson, Profa. Fernanda, Profa. Maria, docentes SHS.

Hélio, Alan e Tiago.

Técnicos de apoio, Laboratório de Hidráulica e EESC-USP.

VOCÊS!