

SEM0501

Dinâmica Aplicada às Máquinas

Aula #14 — Equações de movimento
para corpos rígidos

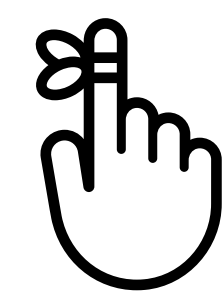
Advanced R

Prof. Dr. Thiago Boaventura

tboaventura@usp.br

São Carlos, 30/09/19





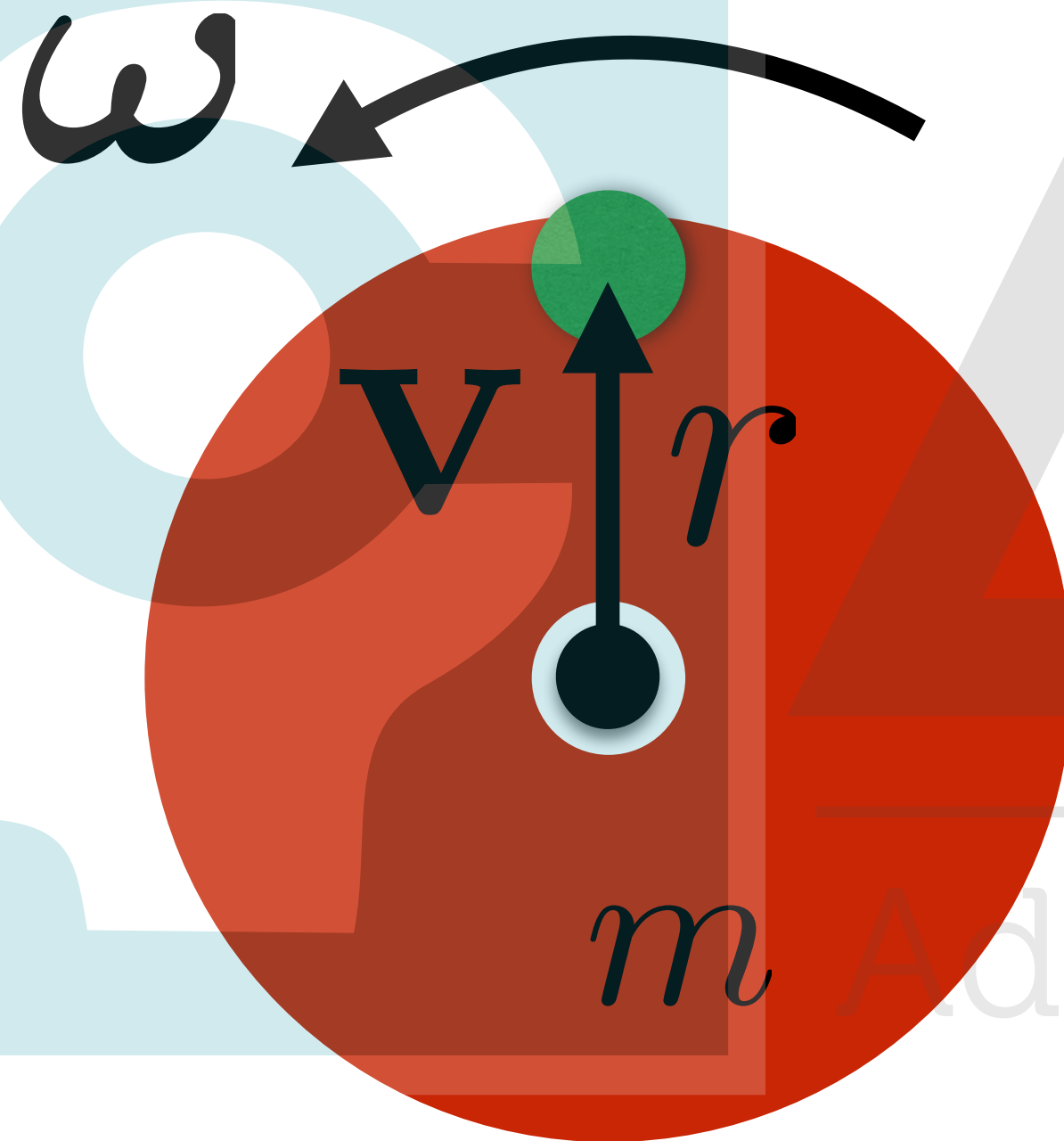
Aula passada...

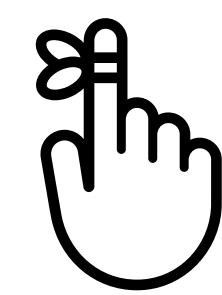
Momento angular:

$$H = I\omega$$

Momento de inércia:

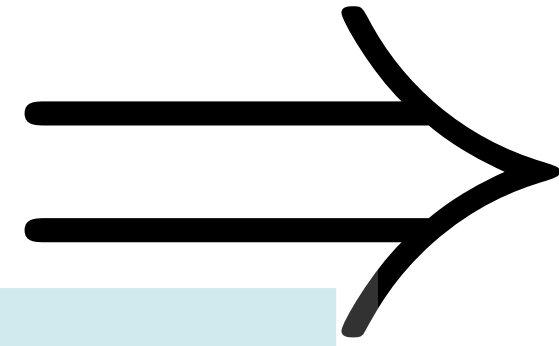
**medida da resistência
de um corpo a uma
aceleração angular**



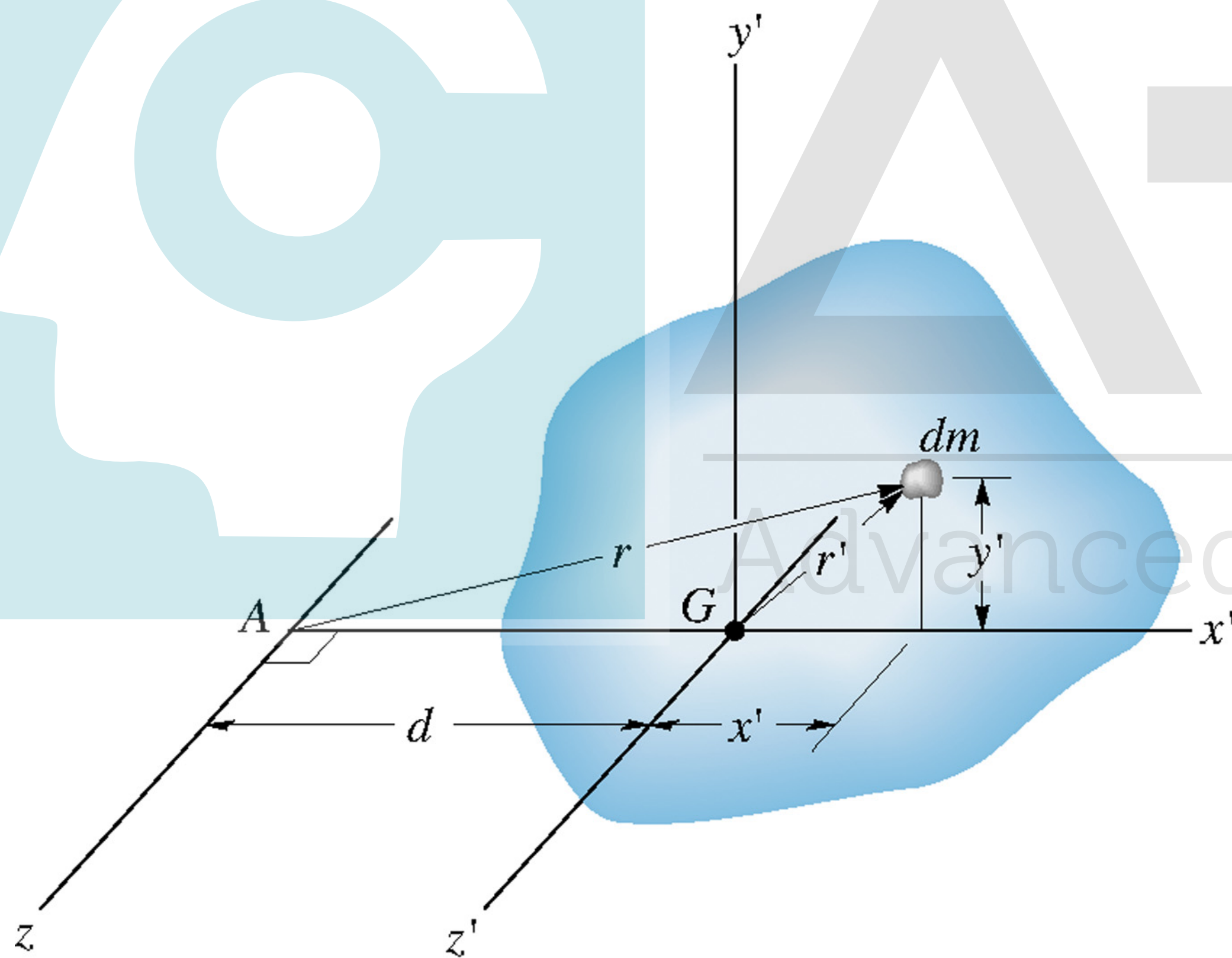


Aula passada...

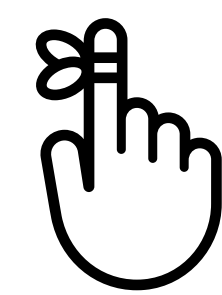
I_G



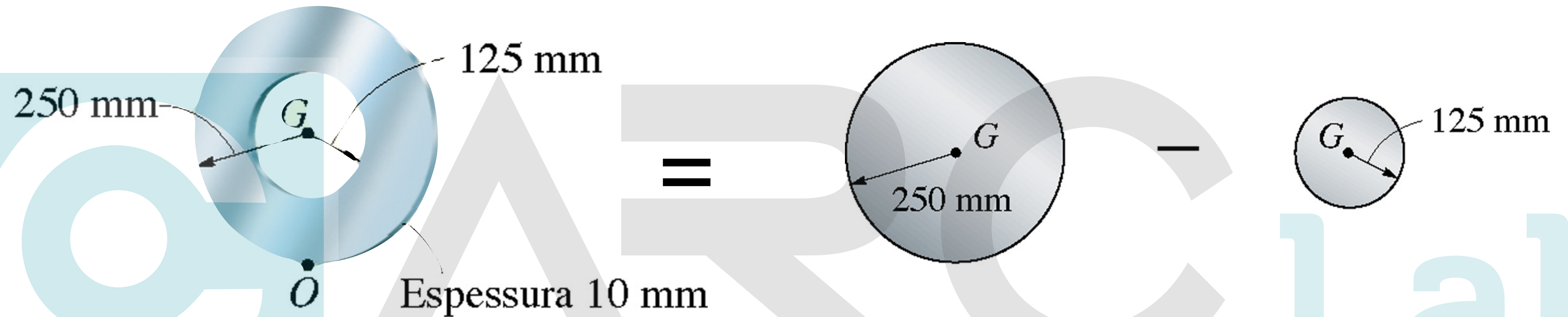
pode-se determinar o momento de inércia
em relação a um eixo paralelo



$$I = I_G + md^2$$



Aula passada...



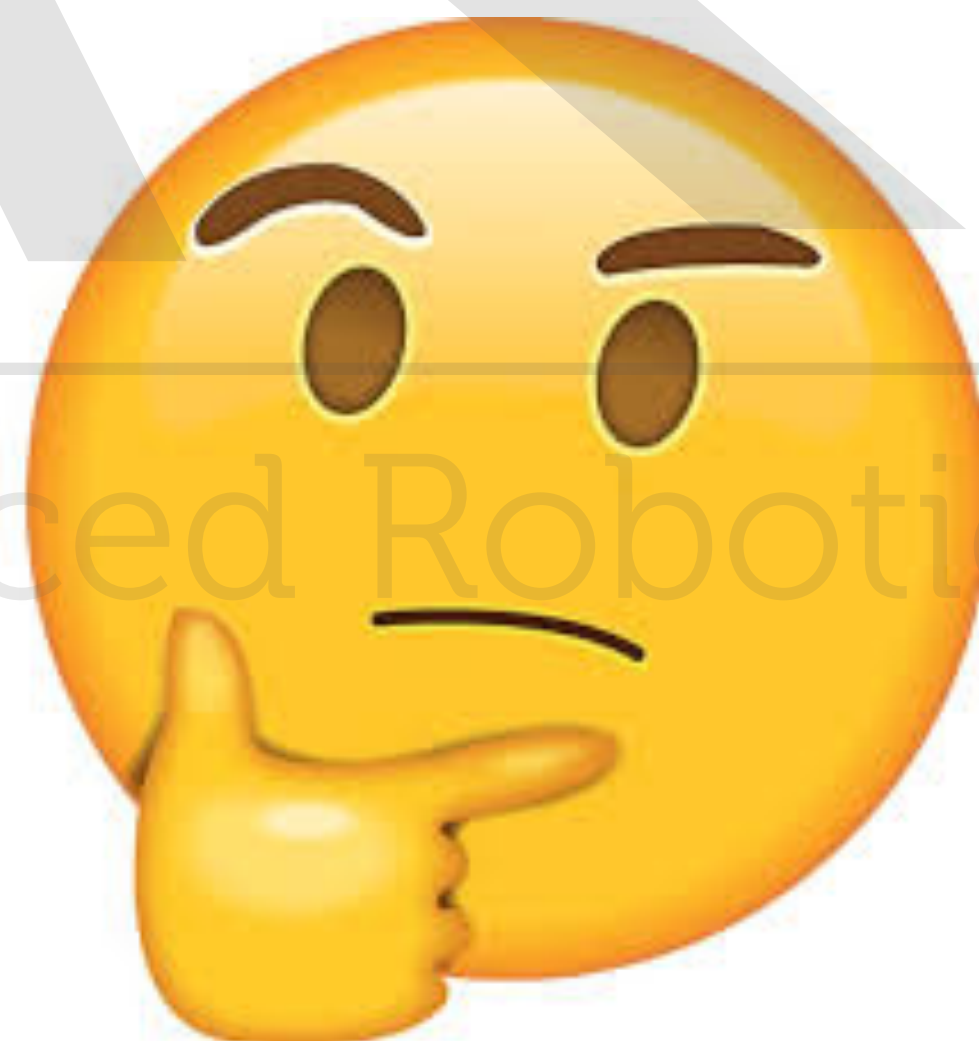
Advanced Robotics Control Laboratory

$$I = \sum (I_G + md^2)$$

Dúvidas?

Lab

Advanced Robotics Control Laboratory



Conteúdo



- Translação
- Rotação

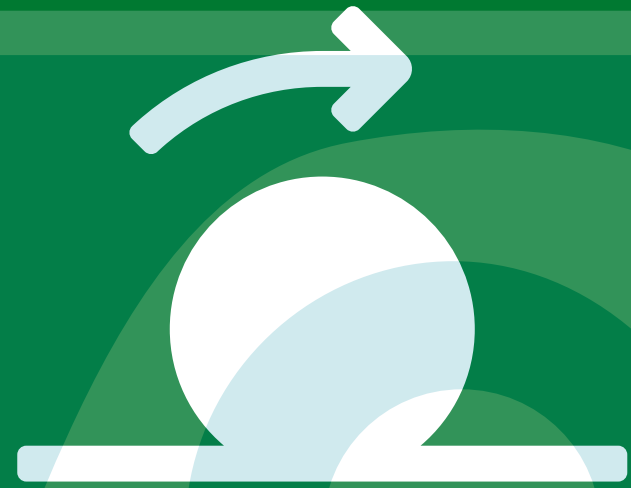
Equações de movimento



- “Take-home messages”
- Próxima aula

Conclusão

Conteúdo



- Translação
- Rotação

Equações de
movimento

Conclusão

Advanced Robotics Control Laboratory

Cinética do movimento plano

Equações de movimento

Translação

Rotação

(em torno de um eixo fixo)



Conclusão

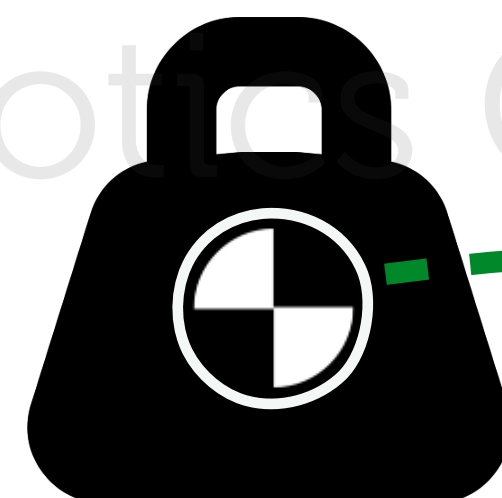
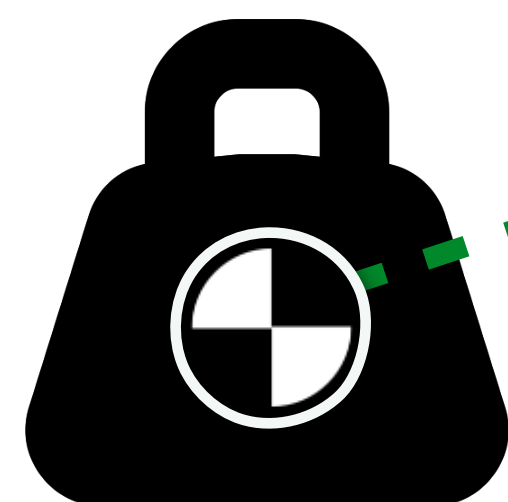
Cinética do movimento plano

Translação

$$\mathbf{F}_r = m \mathbf{a}_G$$

retilínea

curvilínea



Equações de movimento

Conclusão

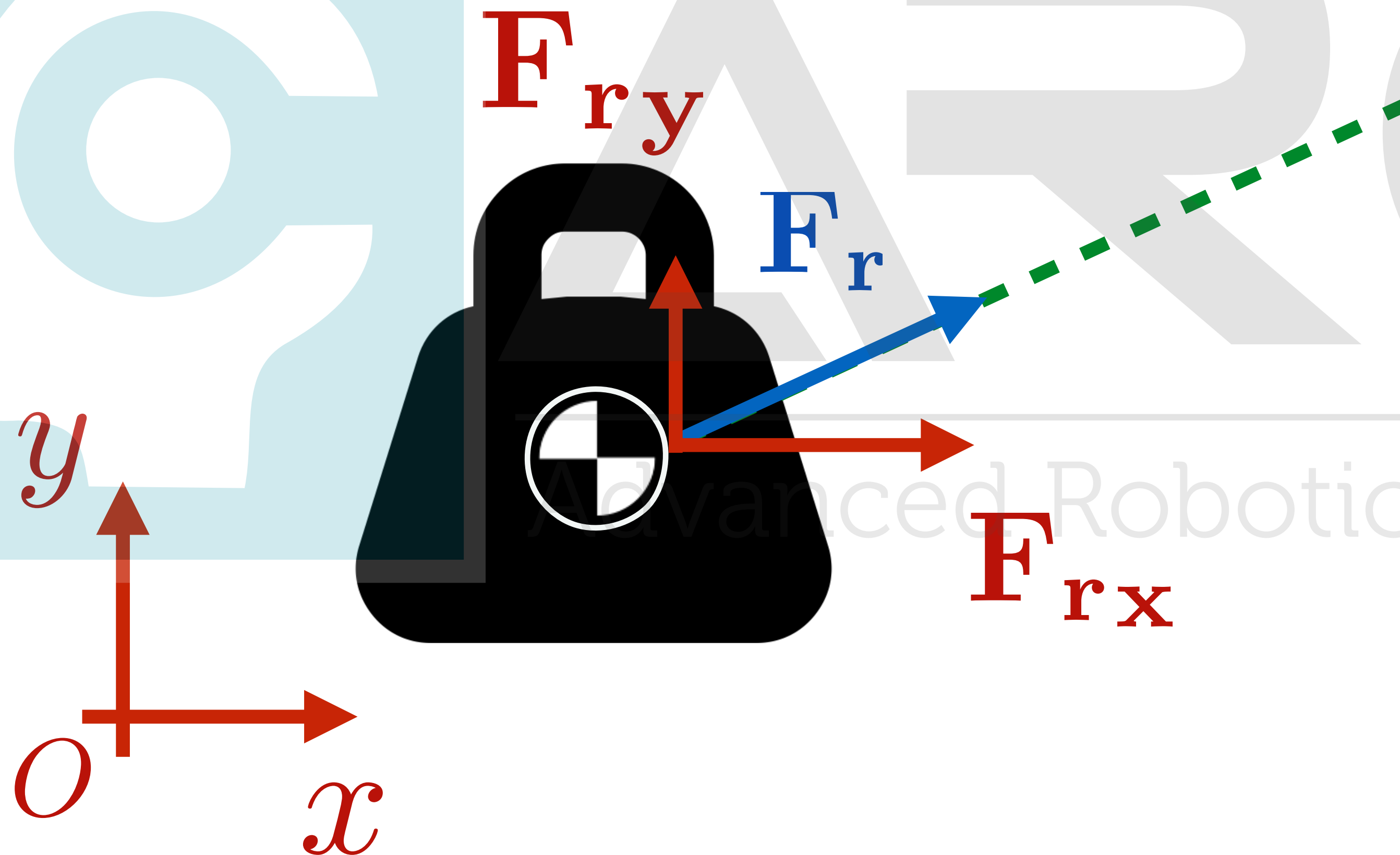
Cinética do movimento plano

Translação retilínea

$$\mathbf{F}_r = m \mathbf{a}_G$$

$$\mathbf{F}_{rx} = m \mathbf{a}_{Gx}$$

$$\mathbf{F}_{ry} = m \mathbf{a}_{Gy}$$



Equações de movimento

Conclusão

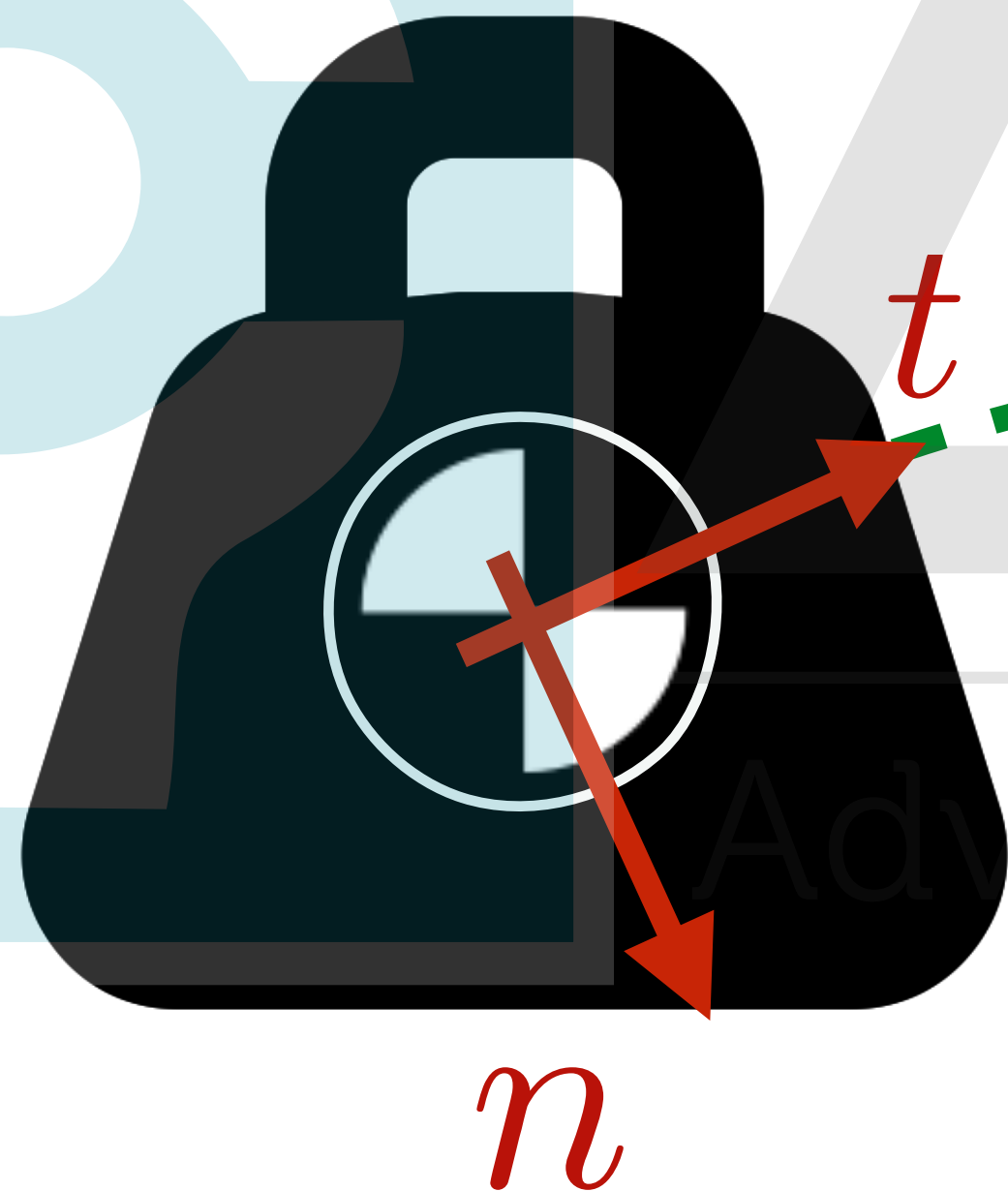
Cinética do movimento plano

Translação curvilínea

$$\mathbf{F}_r = m \mathbf{a}_G$$

$$\sum \mathbf{F}_n = m \mathbf{a}_{Gn}$$

$$\sum \mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_{Gt}$$



Equações de movimento

Conclusão

Cinética do movimento plano

Rotação

(em torno de um eixo fixo)



Momento angular:

$$\mathbf{H} = I\omega$$

$$\sum \mathbf{M} = \frac{d(\mathbf{H})}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt}$$

$$\sum \mathbf{M}_G = I_G \alpha$$

Equações de
movimento

Conclusão

Cinética do movimento plano

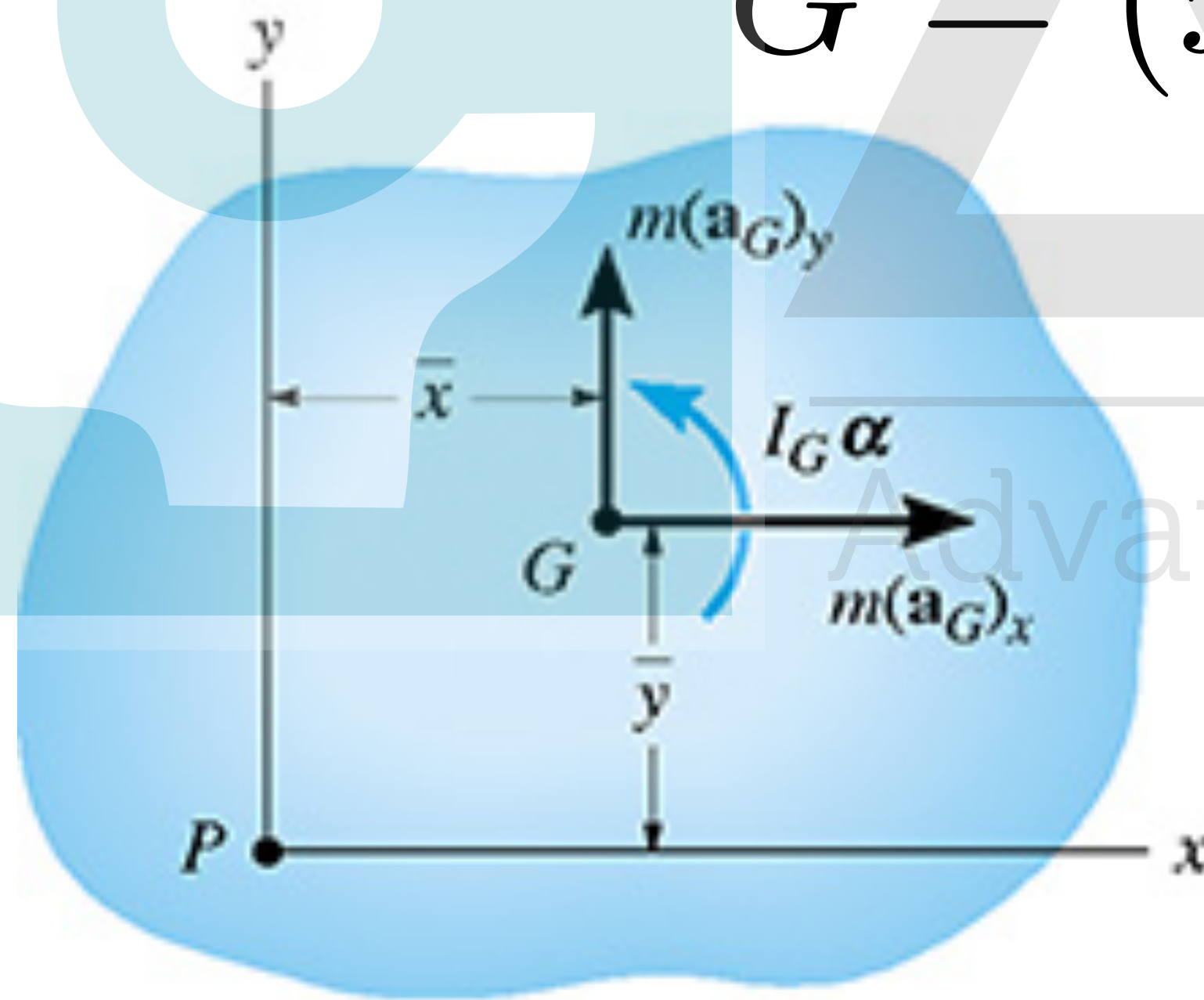
Rotação

(em torno de um eixo fixo P)

$$\sum \mathbf{M}_G = I_G \alpha$$

$$G = (\bar{x}, \bar{y})$$

$$I = \sum (I_G + m d^2)$$



$$\sum \mathbf{M}_P = -\bar{y} m a_{Gx} + \bar{x} m a_{Gy} + I_G \alpha$$

$$\sum \mathbf{M}_P = \sum (\mathcal{M}_K)_P$$

Equações de
movimento

Conclusão

Movimento plano geral

Equações de movimento

Conclusão



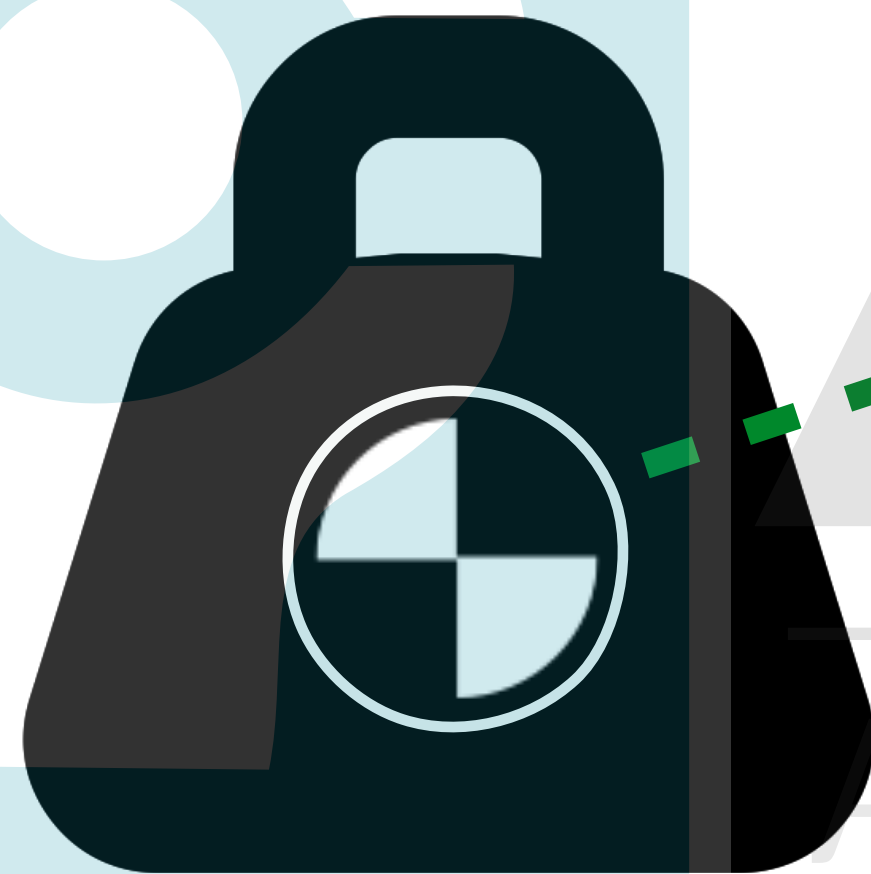
$$\mathbf{F}_{\mathbf{r}_x} = m \mathbf{a}_{G_x}$$

$$\mathbf{F}_{\mathbf{r}_y} = m \mathbf{a}_{G_y}$$

$$\sum \mathbf{M}_G = I_G \alpha$$

Equações de movimento - translação retilínea

Equações de movimento



$$\mathbf{F}_{rx} = m \mathbf{a}_{Gx}$$

$$\mathbf{F}_{ry} = m \mathbf{a}_{Gy}$$

$$\sum \mathbf{M}_G = 0$$

Conclusão

Equações de movimento - translação curvilínea

Equações de movimento



Conclusão

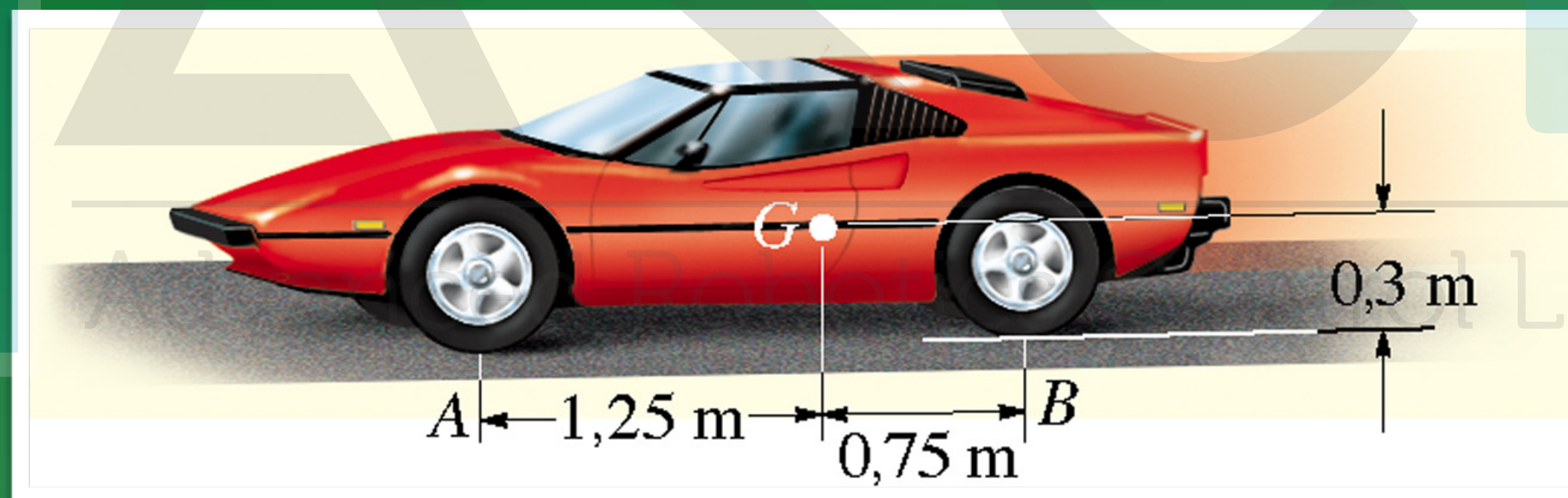
$$\sum \mathbf{F}_n = m \mathbf{a}_{G_n}$$

$$\sum \mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_{G_t}$$

$$\sum \mathbf{M}_G = 0$$

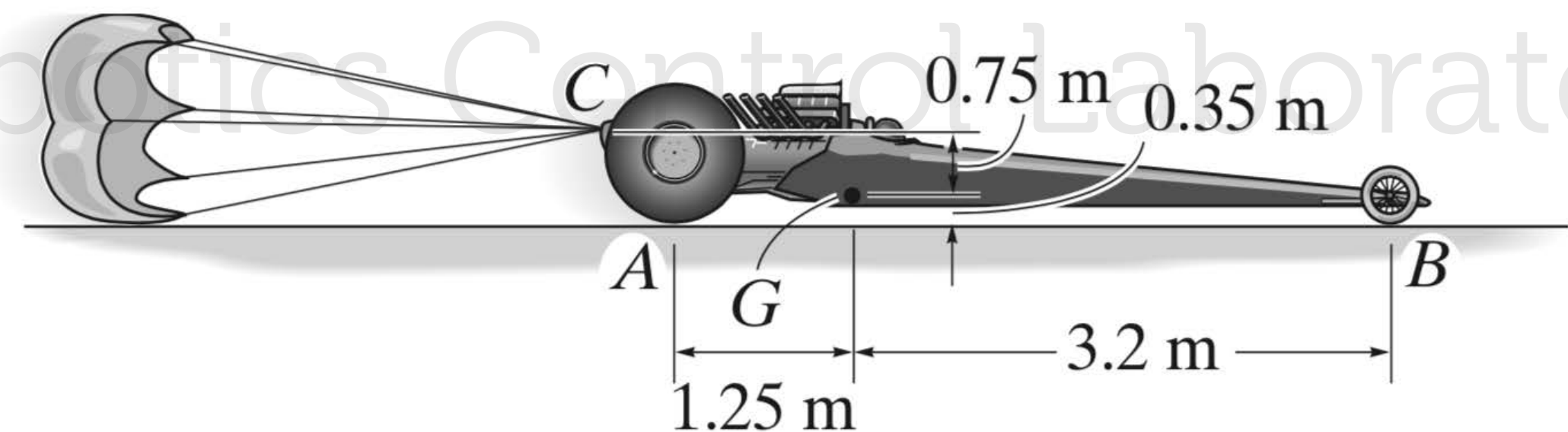
Exemplo 17.5

O carro mostrado na Figura 17.10a tem uma massa de 2 Mg e um centro de massa em G . Determine a aceleração se as rodas ‘motrizes’ traseiras estão sempre deslizando, enquanto as rodas dianteiras estão livres para rodar. Despreze a massa das rodas. O coeficiente de atrito cinético entre as rodas e a estrada é $\mu_k = 0,25$.



Problema 17.26

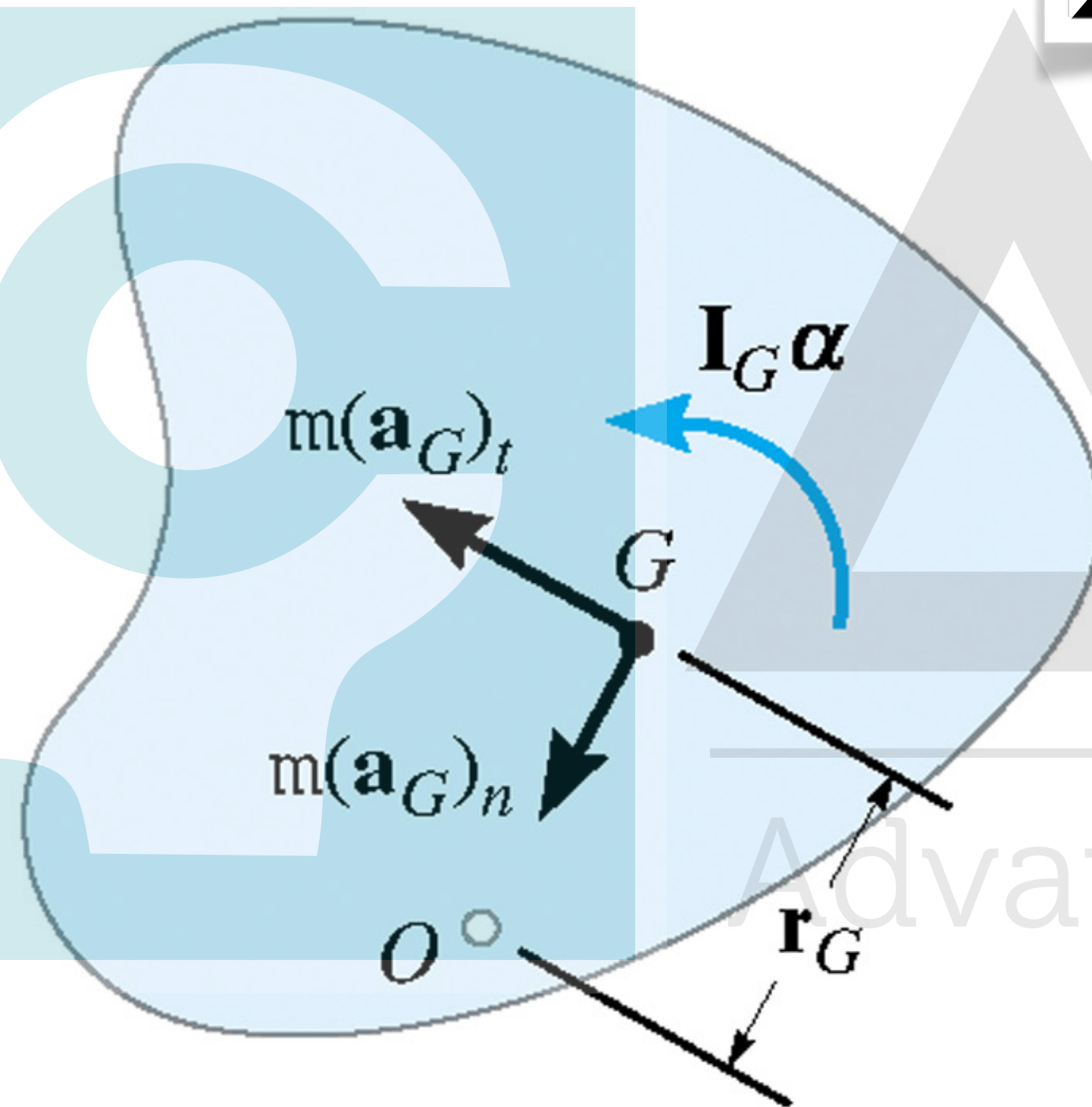
17–26. The dragster has a mass of 1200 kg and a center of mass at G . If a braking parachute is attached at C and provides a horizontal braking force of $F = (1.6v^2)$ N, where v is in meters per second, determine the critical speed the dragster can have upon releasing the parachute, such that the wheels at B are on the verge of leaving the ground; i.e., the normal reaction at B is zero. If such a condition occurs, determine the dragster's initial deceleration. Neglect the mass of the wheels and assume the engine is disengaged so that the wheels are free to roll.



Equações de movimento - rotação

Equações de movimento

Conclusão



$$\sum \mathbf{M}_G = I_G \alpha$$

$$\sum \mathbf{M}_O = I_O \alpha$$

$$\sum \mathbf{F}_n = m \mathbf{a}_{Gn} = m \omega^2 r_G$$

$$\sum \mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_{Gt} = m \alpha r_G$$

Raio de giração k

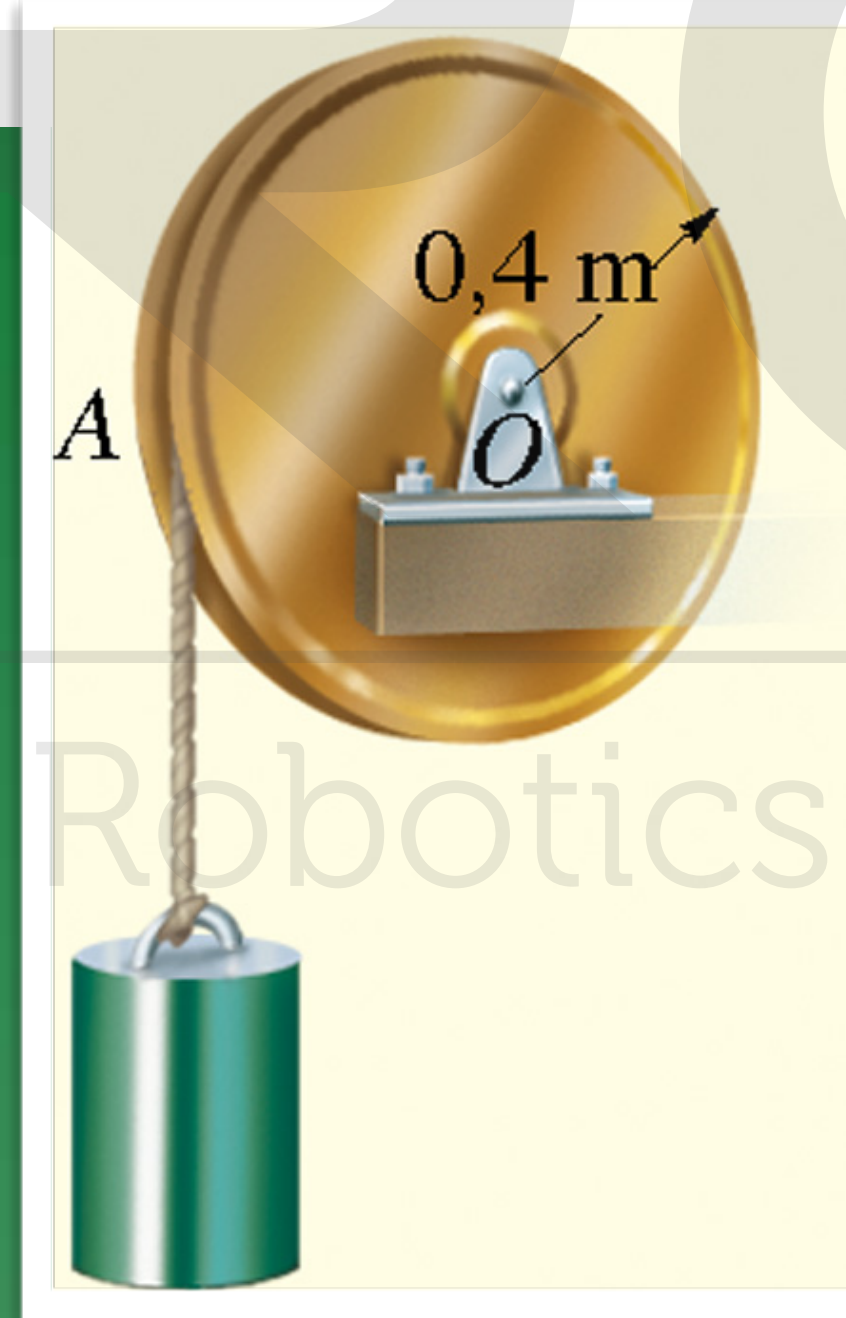
$$I = \int_m r^2 dm$$

$$I = mk^2$$

$$k = \sqrt{\frac{I}{m}}$$

Exemplo 17.11

O tambor mostrado na Figura 17.17a tem uma massa de 60 kg e um raio de giração $k_O = 0,25$ m. Uma corda de massa desprezível está enrolada em torno da periferia do tambor e fixada a um bloco tendo uma massa de 20 kg. Se o bloco é solto, determine a aceleração angular do tambor.



Conteúdo

Equações de
movimento



- “Take-home messages”
- Próxima aula

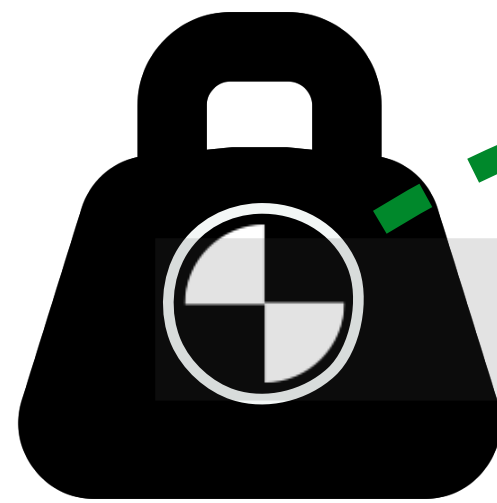
Conclusão

“Take-home messages”

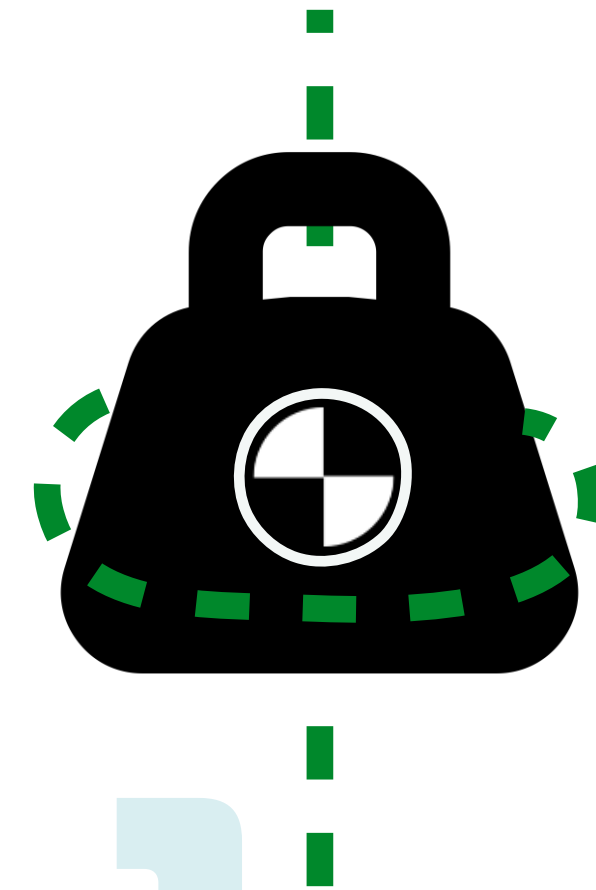
Equações de movimento



$$\mathbf{F}_{\mathbf{r}_x} = m \mathbf{a}_{\mathbf{G}_x}$$



$$\sum \mathbf{F}_n = m \mathbf{a}_{\mathbf{G}_n}$$



$$\sum M_G = I_G \alpha$$

Conclusão

$$\mathbf{F}_{\mathbf{r}_y} = m \mathbf{a}_{\mathbf{G}_y}$$

$$\sum \mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_{\mathbf{G}_t}$$

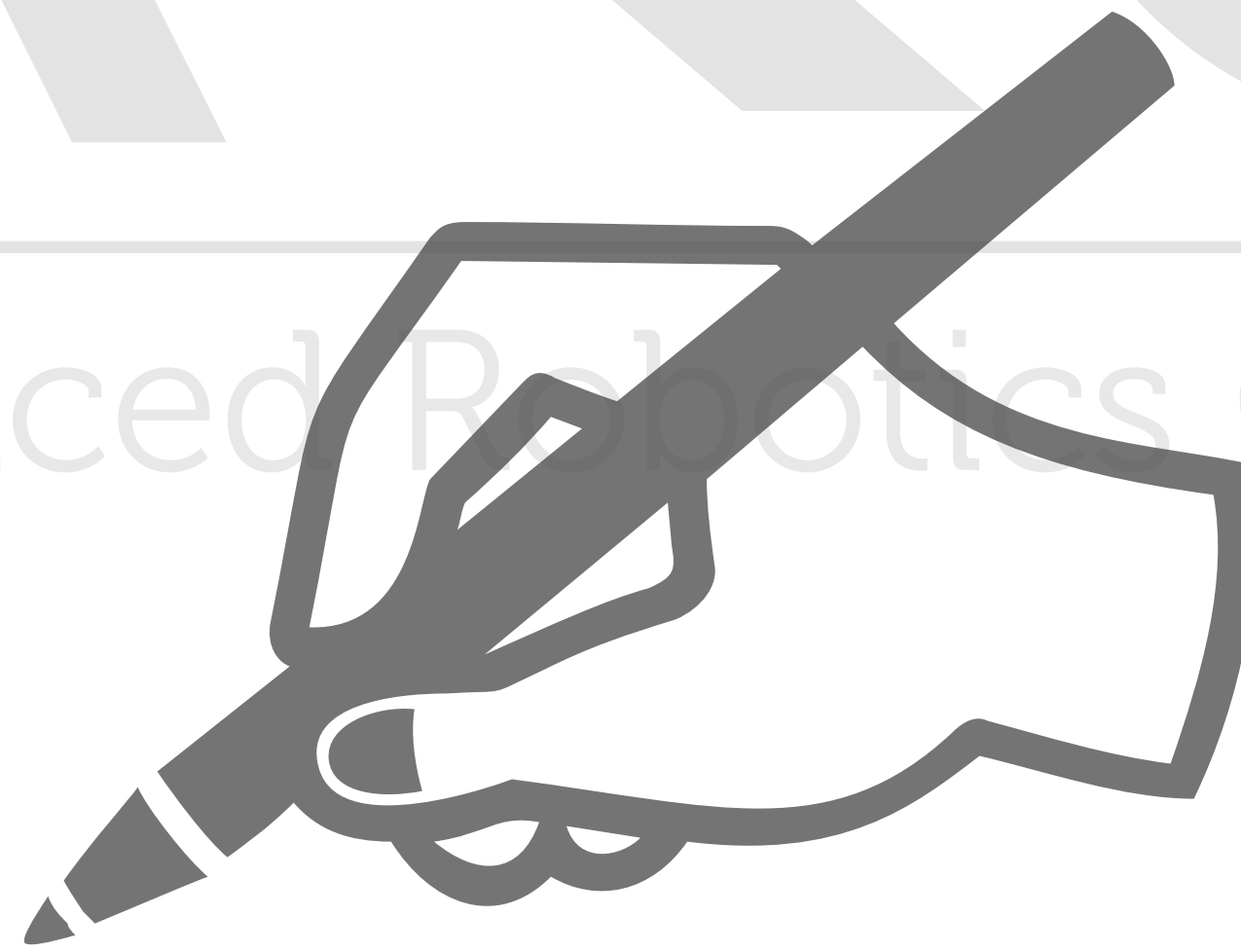
$$\begin{aligned} \hookleftarrow \sum M_P = \\ -\bar{y} m a_{G_x} + \bar{x} m a_{G_y} \\ + I_G \alpha \end{aligned}$$

Próxima aula...

Exercícios

Equações de movimento de corpos rígidos

Advanced Robotics Control Laboratory



Equações de
movimento

Conclusão



That's all Folks!

Advanced Robotics Control Laboratory