

ELETROMAGNETISMO I (4302303) - LISTA 2a

1. Um átomo de hidrogênio (com raio de Bohr de 0.5 angstrom) se encontra entre duas placas metálicas separadas por 1 mm e conectadas aos terminais opostos de uma bateria de 500 V. Estime a fração do raio atômico à qual equivale a distância de separação entre cargas d induzida pelo campo elétrico entre as placas. Tome o valor $\alpha/4\pi\epsilon_0 = 0.667 \times 10^{-30} \text{ m}^3$, onde α é a **polarizabilidade atômica** do hidrogênio.

2. Mostre que a energia de um dipolo ideal num campo elétrico $\mathbf{E}$ é dado por

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}.$$

3. Uma esfera de raio R possui polarização

$$\mathbf{P} = k\mathbf{r},$$

onde k é uma constante e $\mathbf{r}$ é o vetor posição a partir do centro da esfera.

- a) Calcule as cargas ligadas σ_b e ρ_b
 - b) Determine o campo dentro e fora da esfera.
4. Uma casca esférica de raio interno a e raio externo b é feita de material dielétrico com uma polarização

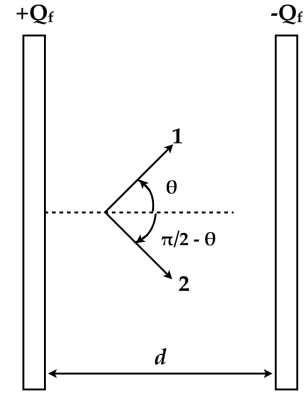
$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \frac{k}{r}\hat{\mathbf{r}},$$

onde k é uma constante e r é a distância do centro. Não há cargas livres presente. Determine o campo elétrico em todas as três regiões de interesse por dois métodos diferentes:

- a) Localize as cargas ligadas e use a lei de Gauss para calcular o campo $\mathbf{E}$ que elas produzem.
 - b) Aplique a lei de Gauss para obter o campo $\mathbf{D}$ e obtenha $\mathbf{E}$ em seguida por meio de $\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$.
5. O espaço entre as placas de um capacitor de placas paralelas é preenchido com duas fatias de material dielétrico linear. Cada fatia tem espessura a de forma que o espaçamento entre as placas é $2a$. A fatia 1 tem constante dielétrica 2 e a fatia 2 tem constante dielétrica 1.5. A densidade de carga livre na placa superior é σ e na placa inferior é $-\sigma$.
 - a) Determine o vetor deslocamento elétrico $\mathbf{D}$ em cada fatia.
 - b) Determine o vetor campo elétrico $\mathbf{E}$ em cada fatia.
 - c) Determine o vetor polarização $\mathbf{P}$ em cada fatia.
 - d) Calcule a diferença de potencial entre as placas.
 - e) Determine a localização e quantidade de todas as cargas ligadas.

- f) Agora que você conhece todas as cargas (livres e ligadas), recalcule o campo em cada fatia e confirme a resposta do item b).
6. Considere um capacitor coaxial cilíndrico com um condutor interno de raio a , um condutor externo de raio b e um material dielétrico de constante $K(r)$, ou seja, dependente da distância radial r . Uma diferença de potencial V é aplicada entre os condutores. Determine a dependência radial de $K(r)$, assumindo que a densidade de energia eletrostática no capacitor é uniforme e igual a u .
7. Duas longas placas paralelas condutoras, cada uma de área A estão separadas de uma distância d . Um material dielétrico homogêneo e anisotrópico preenche o espaço entre as placas. O tensor de permissividade dielétrica ϵ_{ij} relaciona o deslocamento elétrico $\mathbf{D}$ com o campo elétrico $\mathbf{E}$:

$$D_i = \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ij} E_j$$



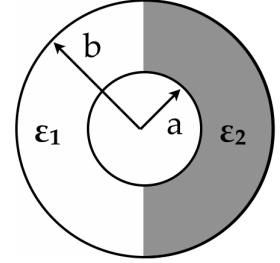
Há um sistema de coordenadas em que o tensor acima é diagonal

$$(\epsilon)_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}$$

Os eixos 1 e 2 desse sistema de coordenadas são mostrados na figura: o eixo 1 faz um ângulo θ com a horizontal e o eixo 2 um ângulo $\pi/2 - \theta$. O eixo 3 é dado pelo produto vetorial de 1 com 2. Assuma que as placas são suficientemente grandes e despreze efeitos de borda.

- (a) Cargas livres $+Q_f$ e $-Q_f$ são uniformemente distribuídas sobre as placas da esquerda e da direita, respectivamente. Determine o vetor campo elétrico na região entre as placas.
- (b) Calcule a capacitância deste sistema em termos de A , d , ϵ_i e θ .
8. Uma esfera de material dielétrico linear possui uma densidade de carga livre ρ uniforme. Determine o potencial no centro da esfera (em relação ao infinito) se o seu raio é R e sua constante dielétrica é ϵ_r .
9. Um cilindro muito longo de material dielétrico linear é colocado numa região de campo elétrico uniforme $\mathbf{E}_0$. Calcule o campo resultante dentro do cilindro. O raio é a , a susceptibilidade é χ_e e o eixo do cilindro é perpendicular a $\mathbf{E}_0$.

10. Metade da região entre as placas de um capacitor esférico de raio interno a e raio externo b é preenchida com um dielétrico linear isotrópico de permissividade ϵ_1 e a outra metade com um dielétrico linear isotrópico de permissividade ϵ_2 . Se a placa interna tem carga total Q e a placa externa $-Q$, determine:



- (a) os deslocamentos elétricos $\mathbf{D}_1$ e $\mathbf{D}_2$ nas regiões com permissividades ϵ_1 e ϵ_2 .
 (b) os campos elétricos nas mesmas regiões.
 (c) a capacitância total do sistema.
11. Dois longos tubos coaxiais metálicos cilíndricos (raio interno a e externo b) estão postos verticalmente num tanque de óleo dielétrico (susceptibilidade χ_e , densidade de massa ρ). O cilindro interno é mantido no potencial V e o externo está aterrado. Até que altura h o óleo é elevado a partir da superfície do tanque no espaço entre os tubos.
12. Na interface entre dois meios dielétricos lineares as linhas de campo de campo elétrico mudam de direção. Mostre que

$$\frac{\tan \theta_2}{\tan \theta_1} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1},$$

assumindo que não haja cargas livres na interface.

