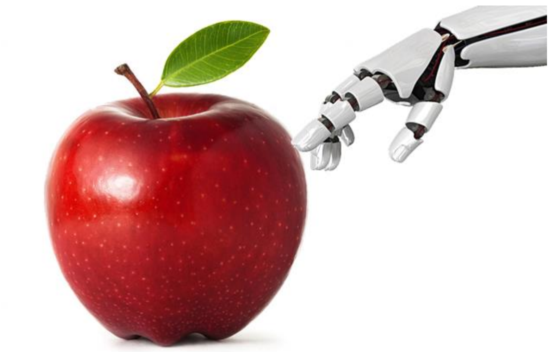
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecatrônica
Sistemas Dinâmicos II para Mecatrônica
Profa. Larissa Driemeier
driemeie@usp.br | 3091 5756

DOMÍNIO DO TEMPO VS DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA



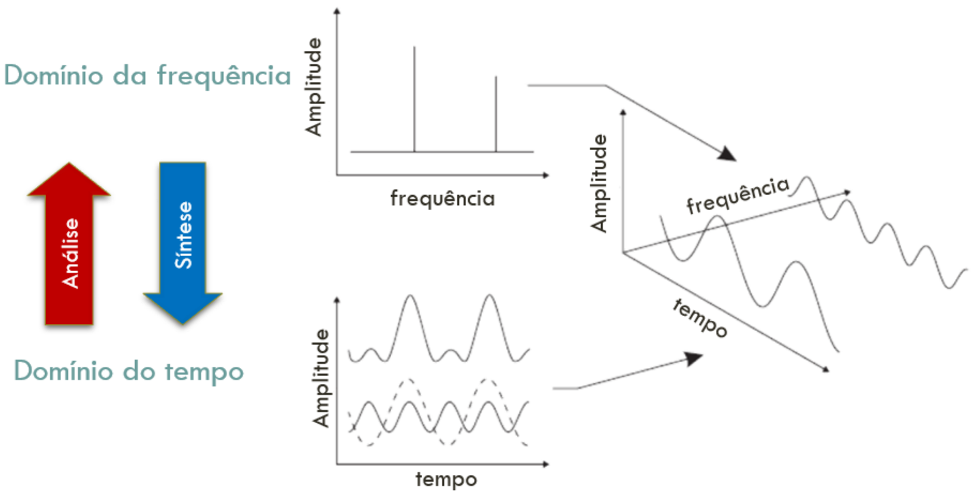
Temos o olho esquerdo, então por que precisamos do olho direito? A resposta é perspectiva.

Domínio do tempo e domínio da frequência são duas maneiras de olhar para o mesmo sistema dinâmico.

Eles são permutáveis entre si, isto é, nenhuma informação é perdida na mudança de um domínio para outro

São pontos de vista complementares. Isso leva a uma compreensão completa e clara do comportamento de um sistema dinâmico de engenharia.

Descrevemos o que acontece no **domínio do tempo** como **temporal** e no **domínio da frequência** como **espectral**.



Série de Fourier

A série de Fourier de uma função periódica x(t) é sua representação em uma componente CC e uma componente CA, contendo uma série infinita de senóides harmônicas.

O principal desafio na série de Fourier é a determinação dos coeficientes de Fourier a_0, a_n e b_n . O processo de determinação dos coeficientes é chamado Análise de Fourier.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_T x(t) dt \,,$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos n\omega_0 t \, dt \qquad\qquad b_n = \frac{2}{T} \int_T x(t) \sin n\omega_0 t \, dt$$

Formulação complexa da série de Fourier

ou série exponencial de Fourier

Síntese,

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[n] e^{jn\omega_0 t}$$

Análise

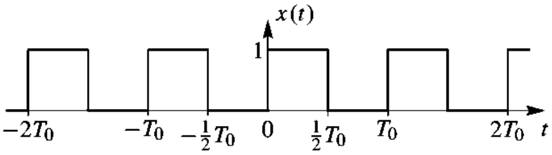
$$X[n] = \frac{1}{T} \int_T x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

Lista de Exercícios.

Desenvolva em série exponencial de Fourier os seguintes sinais,

i. Sinal onda quadrada de ciclo de serviço de 50% (chamada assim porque porque alterna entre zero e um – desligado e ligado).

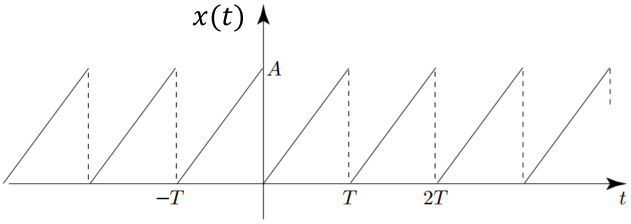
$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T_0/2 \\ 0 & T_0/2 \leq t \leq T_0 \end{cases}$$



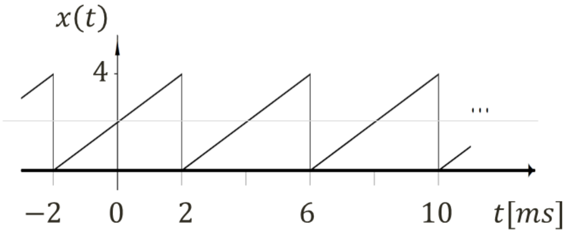
ii. Sinal dente de serra

$x(t) = \frac{At}{T}$ para $0 < t < T$

$x(t + T) = x(t)$, onde T é o período, de modo que $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$



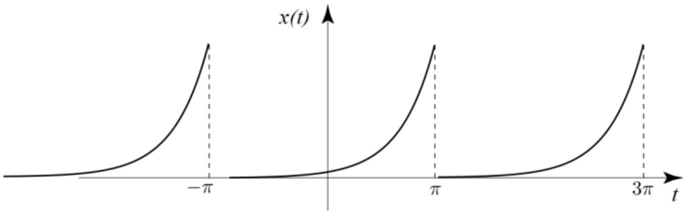
iii. Desloque o sinal dente de serra do item anterior de $\tau = 2$ no tempo e recalcule a série, para $A = T = 4$.



iv. Exponencial

$x(t) = e^t, -\pi < t < \pi$

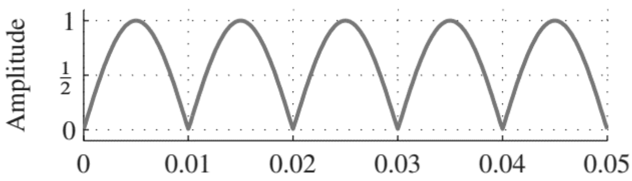
$x(t + T) = x(t)$



v. Retificador de Onda Completa senoidal

$x(t) = |\sin 2\pi t/T_1|$

$x(t + T) = x(t), T = T_1/2$



vi. Senoidal cúbica

$x(t) = \sin^3 3\pi t$

vii. Trem de função impulso

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$

Respostas:

i. Figura extraída de:
J. H. McClellan, R. W. Schafer, M. A. Yoder, *Chapter 3. Spectrum Representation*
http://frc.gatech.edu/wp-content/uploads/sites/554/2016/12/Ch3FS_Readers8Sept2012.pdf

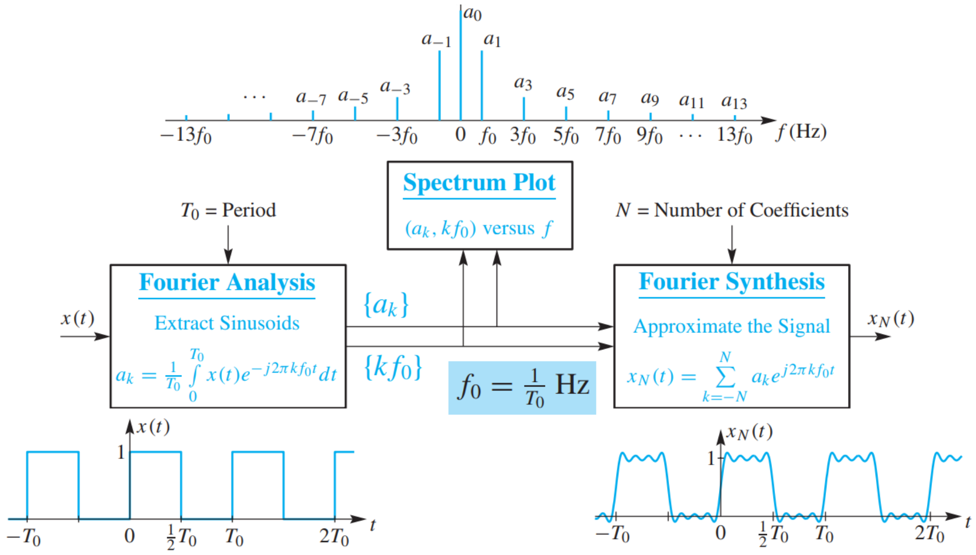
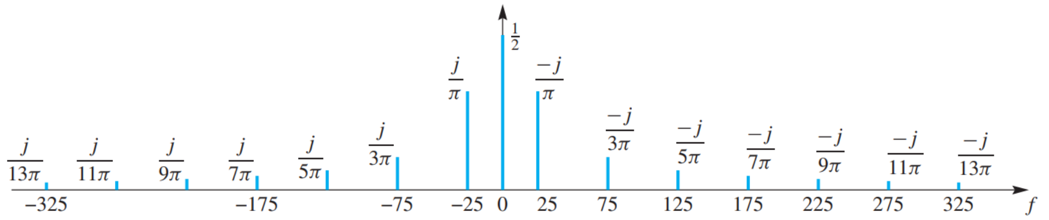


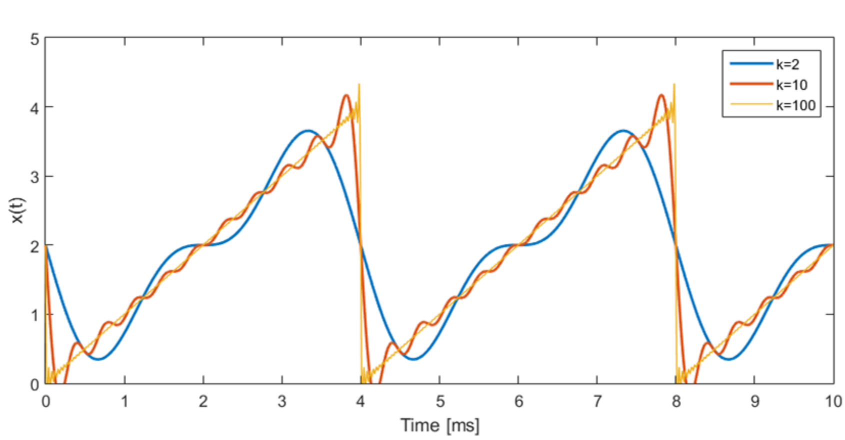
Figure 3-14: Major components of Fourier analysis and synthesis showing the relationship between the original periodic signal $x(t)$, its spectrum, and the synthesized signal $x_N(t)$ that approximates the original.



ii.

$T = 4ms$
$A = 4$

$$x(t) = \frac{A}{2} + j\frac{A}{2\pi}\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty} \frac{e^{jk\omega_0 t}}{k}$$



```
%% FourierSeriesApprox
% Generating a Fourier Series Approximation for sawtooth waveform -
% plotting for NT terms

clear all

filename='Sawtoothform.gif';
dt=1e-2;
T=4;
Time=10.
Amplitude=4;
tt=[0:dt:Time];
dimt=Time/dt+1;
eps=1e-8;
omega0=2*pi/T;
N=int32(dimt);
N2=round(N/2);
xfs=ones(N,1);
xfs=Amplitude/2*xfs;

NT=2;
aux=0;
for t=0:dt:Time
    aux=aux+1;
    xk=0.0;
    for k=1:NT
        if k~=0
            xk=xk+sin(k*omega0*t)/k;
        end
    end
    % Fourier series Approximation
    xfs(aux)=Amplitude/2-Amplitude/pi*xk;
end
   plot(tt,xfs,'LineWidth',2);
   axis([0 Time 0 5])
   xlabel('Time [ms]')
   ylabel('x(t)')
   set(gca,'fontsize',12)
   hold on

NT=10;
aux=0;
for t=0:dt:Time
    aux=aux+1;
    xk=0.0;
    for k=1:NT
        if k~=0
            xk=xk+sin(k*omega0*t)/k;
        end
    end
    % Fourier series Approximation
    xfs(aux)=Amplitude/2-Amplitude/pi*xk;
end
   plot(tt,xfs,'LineWidth',2);
   axis([0 Time 0 5])
   hold on

   NT=100;
   aux=0;
   for t=0:dt:Time
    aux=aux+1;
    xk=0.0;
    for k=1:NT
        if k~=0
```

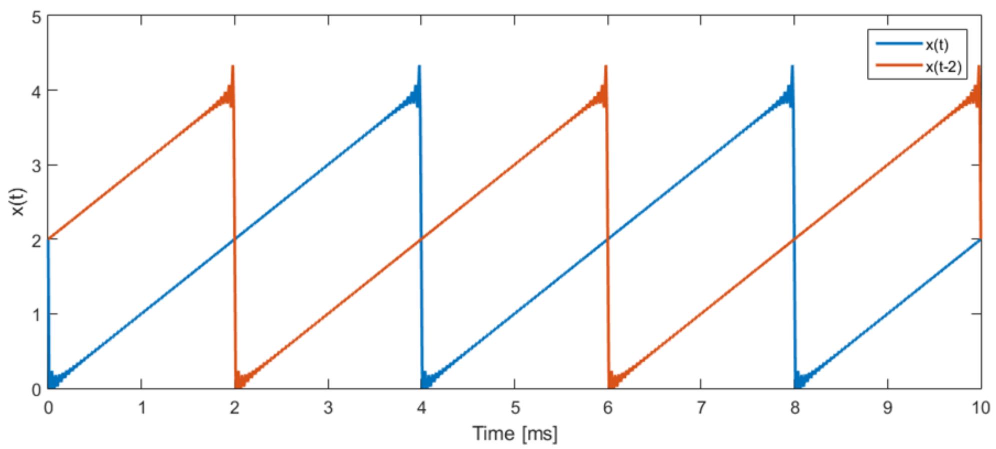
```
            xk=xk+sin(k*omega0*t)/k;
        end
    end
    % Fourier series Approximation
    xfs(aux)=Amplitude/2-Amplitude/pi*xk;
  end
plot(tt,xfs,'LineWidth',1);
legend('k=2','k=10','k=100');

figure;
 plot(tt,xfs,'LineWidth',2);
  axis([0 Time 0 5])
  xlabel('Time [ms]')
  ylabel('x(t)')
  set(gca,'fontsize',12)
  hold on

   NT=100;
  aux=0;
  for t=0:dt:Time
    aux=aux+1;
    xk=0.0;
    for k=1:NT
        if k~=0
            xk=xk+sin(k*omega0*t)*(-1)^k/k;
        end
    end
    % Fourier series Approximation
    xfs(aux)=Amplitude/2-Amplitude/pi*xk;
  end
plot(tt,xfs,'LineWidth',2);
legend('x(t)','x(t-2)');
```

iii. Vide resposta em folhas anexas

Comparação entre os itens ii e ii,



iv. Vide resposta em folhas anexas
v. Vide resposta em folhas anexas
vi. Vide resposta em folhas anexas
vii. Vide resposta em folhas anexas