

## Cooperação investigativa

O que se entende por Educação Matemática tradicional é algo que muda com o tempo e varia de país para país. Assim, é difícil caracterizar o que vem a ser “tradição” em Educação Matemática. Queremos sugerir, entretanto, que o ensino de Matemática tradicional é caracterizado por certas formas de organização da sala de aula. Por exemplo, nesse modelo, as aulas costumam ser divididas em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas idéias e técnicas matemáticas, geralmente em conformidade com um livro-texto. Em seguida, os alunos fazem alguns exercícios pela aplicação direta das técnicas apresentadas. O professor confere as respostas. Uma parte essencial do trabalho de casa é resolver exercícios do livro. Há variações possíveis no tempo gasto com a parte expositiva e com a resolução dos exercícios. Outros elementos podem ser combinados com esse modelo, por exemplo, os alunos podem apresentar pequenos seminários ou exercícios resolvidos.

No ensino de Matemática tradicional, os padrões de comunicação entre professor e alunos se tornaram repetitivos e há muita pesquisa sendo feita para identificar os padrões de comunicação dominantes nesse meio. Estamos interessados nas possíveis causas para esses padrões de comunicação, como o padrão de comunicação do jogo-de-perguntas que descrevemos

no capítulo 1. Aqui vamos dar a devida atenção a um aspecto singular do ensino de Matemática tradicional, o *paradigma do exercício*. Esse paradigma tem grande influência na Educação Matemática no que diz respeito à organização das aulas, aos padrões de comunicação entre professor e alunos, bem como ao papel que a Matemática desempenha na sociedade como um todo, por exemplo, com uma função fiscalizadora (exercícios matemáticos encaixam-se perfeitamente em processos de seleção). Geralmente, exercícios de Matemática são preparados por uma autoridade externa à sala de aula. Nem o professor, nem os alunos participam da elaboração dos exercícios. Eles são estabelecidos pelo autor de um livro-texto. Isso significa que a justificativa para a relevância dos exercícios não faz parte da lição em si mesma. Os textos e exercícios matemáticos costumam ser, para aqueles que vivenciam a prática e a comunicação em sala de aula, elementos preestabelecidos.

O paradigma do exercício tem sido desafiado de muitas maneiras: pela resolução de problemas, proposição de problemas<sup>1</sup>, abordagem temáticas, trabalho com projetos, etc. Usaremos a expressão "abordagens investigativas"<sup>2</sup> para denominar esse conjunto de metodologias. Entendemos que a mera resolução de exercícios é uma atividade muito mais limitante para o aluno do que qualquer tipo de investigação. Queremos discutir sobre a aprendizagem conquanto ação e não como uma atividade compulsória e isso nos leva a dar uma atenção especial para os alunos que participam das abordagens investigativas. Para que sejam criadas oportunidades para a realização de investigações, é importante observar alternativas ao paradigma do exercício. O trecho "abertura desde o começo", que faz parte da atividade "quanto se consegue preencher com jornal?", ilustra muito bem o que pode acontecer, de bom e de ruim, quando não se segue o paradigma do exercício.

<sup>1</sup> NT: O termo original em inglês é *problem posing*.

<sup>2</sup> Uma abordagem investigativa pode tomar várias formas. Um exemplo é o trabalho com projetos, que foi empregado na educação primária e secundária por Nielsen, Patronis e Skovsmose (1999) e Skovsmose (1994), e no ensino superior por Vithal, Christiansen e Skovsmose (1995).

No presente capítulo, vamos tentar caracterizar as abordagens que desafiam o paradigma do exercício em termos de *cenários para investigação*<sup>3</sup>. Vamos discutir o que vêm a ser tais cenários. E, ao discutir um episódio do projeto "O que parece a bandeira da Dinamarca?", vamos tentar esclarecer a noção de *cooperação investigativa*<sup>4</sup> como uma forma particular de interação aluno-professor ao explorarem conjuntamente um cenário de investigação. Nós denominamos esse modo de cooperação de *Modelo de Cooperação Investigativa* (Modelo-CI). O padrão de comunicação que caracteriza esse modelo é raro nas aulas baseadas no paradigma do exercício.

### *De exercícios a cenários para investigação*

Examinemos um típico exercício de Matemática: o comerciante A vende castanhas por 85 centavos o quilo. B vende o pacote de 1,2 kg por R\$1,00. (a) Qual comerciante pratica o menor preço? (b) Qual é a diferença de preço entre os dois comerciantes para um pedido de 15 quilos de castanhas?<sup>5</sup>

Temos a nítida impressão de que estamos lidando com castanhas, lojas e preços. Mas, muito provavelmente, a pessoa que elaborou esse exercício jamais foi ao comércio para ver como se vendem castanhas, nem entrevistou ninguém para saber o que acontece quando alguém pede 15 kg desse produto. É uma situação artificial. Esse exercício se situa numa semi-realidade. Resolver exercícios que se referem a semi-realidades é uma competência específica que se manifesta na Educação Matemática e cujas bases são acordos implícitos, mas bem elaborados, entre professor e alunos.<sup>6</sup>

<sup>3</sup> NT: O termo original em inglês é *landscapes of investigation*.

<sup>4</sup> NT: *Inquiry co-operation*, no original.

<sup>5</sup> O exemplo é retirado de Dowling (1998) na sua descrição do "mito das referências". A exposição e discussão subsequentes sobre cenários para investigação são baseadas em Skovsmose (2000b, 2000c, 2001a, 2001b). A noção de "realidade virtual" ao referir-se ao mundo criado pelos exercícios de Matemática é atribuída a Christiansen (1994, 1997).

<sup>6</sup> Ver Brousseau (1997) e Christiansen (1995) para uma discussão sobre "o contrato didático".

Alguns princípios desse acordo são os seguintes: a semi-realidade está completamente descrita no texto da questão. Nenhuma informação externa referente à semi-realidade é relevante para fins da resolução do exercício e, portanto, não é relevante para nada. O único propósito do exercício é ser resolvido. Deixar-se levar pela semi-realidade descrita no texto e tentar explorá-la por meio de perguntas e curiosidades é uma atitude de quem quer perturbar a aula. Semi-realidades são mundos sem impressões sensoriais (perguntar sobre o sabor das castanhas está fora de questão), apenas as quantidades medidas são relevantes. Além disso, todas as quantidades medidas são exatas, uma vez que a semi-realidade é totalmente definida por essas medidas. Por exemplo, discutir se é ou não é válido pechinchar preços ou comprar menos de 15 kg de castanhas não tem cabimento. A exatidão das medidas, associada com a premissa de que a semi-realidade está completamente descrita no texto da questão, ajudam a manter a regra de que uma-e-somente-uma-resposta-está-correta. A metafísica da semi-realidade garante que essa regra seja válida não somente quando se faz referência a números e figuras geométricas, mas também a "lojas", "castanhas", "quilogramas", "preços", "distâncias", etc.<sup>7</sup>

É fácil encontrar exemplos de exercícios que não fazem referências a semi-realidades, mas somente a entidades matemáticas puras. Basta lembrar as formulações imperativas: "Resolva a equação...", "Reduza a expressão..." e "Construa a figura...". A tradição do ensino de Matemática tem por característica adotar uma seqüência de exercícios quase infinita.<sup>8</sup> Portanto, quer os exercícios se refiram, ou não, apenas a noções matemáticas, quer façam alusão a semi-realidades, a regra uma-e-somente-uma-resposta-está-correta continua valendo. Não chega

<sup>7</sup> A maneira como a Matemática e a semi-realidade convenientemente se combinam não tem nada a ver com a relação entre Matemática e realidade. Não perceber isso fortalece a ideologia da certeza. Ver discussão sobre a ideologia da certeza em Borba e Skovsmose (1997).

<sup>8</sup> Como Mellin-Olsen (1991) observou, isso causou o desenvolvimento de certo conjunto de metáforas relativas a viagens, como "atrasar", "acelerar" e "emparelhar".

a ser algo surpreendente que a prática de considerar todos os erros de uma mesma maneira, tal como acontece no absolutismo burocrático, seja alimentada pelo paradigma do exercício.

Há casos em que é feito um grande esforço para utilizar dados da vida real na elaboração de exercícios, o que ajuda a romper com o ensino tradicional e seus padrões de comunicação. Com o emprego de dados da vida real, passa a fazer sentido ponderar sobre a confiabilidade dos cálculos. Também passa a fazer sentido, verificar as informações que o exercício apresenta (com semi-realidades, isso não fazia sentido). Por exemplo, gráficos referentes às taxas de desemprego podem ser apresentados como parte do exercício e, com base nisso, podem surgir questionamentos sobre o aumento ou a redução do emprego, comparações com outras épocas e lugares, etc. Em todo caso, essas atividades ainda estão vinculadas ao paradigma do exercício.

O ensino de Matemática tradicional está muito associado à resolução de exercícios referentes à Matemática pura ou a semi-realidades. Por isso, um certo padrão de comunicação entre professor e alunos torna-se dominante. O absolutismo burocrático e a metafísica da semi-realidade caminham lado a lado. De fato, essa metafísica permeia toda forma de comunicação entre professor e alunos. Exercícios baseados em dados da vida real abrem uma brecha no ensino tradicional de Matemática e desafiam o absolutismo burocrático. Por exemplo, torna-se difícil manter a premissa de que uma-e-somente-uma-resposta-está-certa à medida que se torna relevante questionar as informações contidas no exercício. A metafísica que impera no ensino tradicional de Matemática começa a ruir.

Podemos tentar abandonar o paradigma do exercício para entrar em um ambiente de aprendizagem diferente, que chamamos *cenários para investigação*. Eles são, por natureza, abertos. Cenários podem substituir exercícios. Os alunos podem formular questões e planejar linhas de investigação de forma diversificada. Eles podem participar do processo de investigação. Num cenário para investigação, a fala "O que acontece se...?" deixa de pertencer apenas ao professor e passa a

poder ser dita pelo aluno também. E outra fala do professor, "Por que é dessa forma...?", pode desencadear a fala do aluno "Sim, por que é dessa forma...?".

Assim como acontece no paradigma do exercício, o sentido das atividades realizadas nos cenários para investigação pode estar relacionado a semi-realidades. Dessa forma, os projetos podem ser desenvolvidos com referência a, digamos, corridas de cavalo, aerodinâmica de automóveis, concertos de rock, etc., sem maiores ligações com corridas de cavalo, automóveis e concertos de rock de verdade. O projeto "Quanto se consegue preencher com jornal?" também faz referência a uma semi-realidade. Embora os alunos usassem jornais de verdade, as tarefas eram um tanto artificiais. A pergunta inicial de um aluno "Vamos ler?" não foi considerada relevante. Os jornais trazidos pelo professor tinham uma função diferente da convencional.

É possível encontrar cenários para investigação elaborados com base principalmente em entidades matemáticas. Muitas atividades de geometria dinâmica, a exemplo de atividades realizadas com programas como Cabri e Geometricks, fazem referência a assuntos puramente matemáticos. Neles, os alunos podem explorar as propriedades das reflexões, rotações e translações. Com planilhas eletrônicas, os alunos podem investigar a convergência de séries numéricas. Os computadores têm sido uma constante nesses exemplos, mas não é nossa intenção passar a idéia de que eles são parte essencial dos cenários para investigação cujo tema seja puramente matemático.

Por fim, podemos observar cenários para investigação caracterizados por alto grau de referência a situações da vida real. A corrente que adota trabalho com projetos na educação matemática tem vasto repertório de exemplos de cenários para investigação dessa natureza.

Juntando essas observações em um único diagrama, conseguimos visualizar os possíveis ambientes de aprendizagem, aos quais vamos nos referir como ambientes de aprendizagem (ver Fig. 2.1). Os ambientes (1), (3) e (5) representam o paradigma do exercício, com (1) e (3) predominando no ensino de matemática

tradicional e influenciando de forma decisiva os padrões de comunicação professor-aluno. Os ambientes (2), (4) e (6) representam cenários para investigação nas três possíveis formas de referência para produção de significado. Essas referências podem auxiliar o posicionamento dos alunos na medida em que propiciam visão geral do que pode ser feito. Nos ambientes (1) e (2), as referências são feitas somente à matemática pura. Em (3) e (4), as referências são feitas à semi-realidade, ao passo que (5) e (6) incluem referências ao mundo real.

	Paradigma do exercício	Cenários para investigação
Referências à matemática pura	(1)	(2)
Referências a semi-realidades	(3)	(4)
Referências ao mundo real	(5)	(6)

Figura 2.1: Ambientes de aprendizagem

O modelo da Fig. 2.1 é uma simplificação. Muitos outros elementos teriam que ser considerados para melhor entendimento dos ambientes de aprendizagem, mas esse modelo simples é suficiente para nossos propósitos. O modelo evidencia o fato de que diferentes formas de referência correspondem a ambientes de aprendizagem diferentes. Essa atividade de escolher as referências faz parte do processo de preparação do cenário. Ao reconhecer o tipo de referência que se está utilizando, o aluno assume uma vista privilegiada para olhar todo o cenário que está sendo proposto e, dessa forma, consegue atribuir significado a suas atividades.

Um cenário serve como um convite para que os alunos se envolvam em um processo de investigação. Contudo, um cenário somente se torna acessível se os alunos de fato aceitam o convite. As possibilidades de participar de um cenário para investigação dependem da qualidade das relações. Aceitar um convite depende da natureza do convite (a possibilidade de

explorar e explicar assuntos de Matemática pura pode não ser muito atrativa para muitos alunos); depende do professor (um convite pode ser apresentado de várias formas e, para alguns alunos, um convite partindo do professor pode parecer uma ordem); e certamente depende dos alunos (eles podem ter outras prioridades no momento). O que poderia servir perfeitamente como cenário para investigação para certo grupo de alunos em uma situação particular talvez não interessasse a outro grupo de alunos. No projeto "Quanto se consegue preencher com jornal?", o convite não foi apresentado na forma de tarefas claras, mas não há dúvida que os alunos aceitaram o convite. Eles tentaram efetivamente aproximar-se dos possíveis propósitos da atividade e, quando precisaram, pareceram ávidos por assumir a responsabilidade e a propriedade do processo de investigação.

Há diferentes aspectos envolvidos no processo de mudança do paradigma de exercícios para os cenários para investigação. Os padrões de comunicação podem mudar e abrir-se para novos tipos de cooperação e para novas formas de aprendizagem. Vamos nos ater aos processos de investigação que podem acontecer nos cenários propostos. Em particular, estamos interessados na possibilidade de os alunos participarem ativamente do seu processo de aprendizado. Tanto o professor quanto os alunos podem ser acometidos por dúvidas quando chegam para trabalhar num cenário de investigação, sem a proteção de "regras" de funcionamento bem conhecidas do paradigma do exercício. Assim, deixar o paradigma do exercício significa também deixar uma zona de conforto e entrar numa zona de risco.<sup>9</sup>

Quais são os possíveis ganhos do trabalho numa zona de risco associada a um cenário para investigação? Vemos que isso está intimamente relacionado com o surgimento de novas possibilidades de envolvimento dos alunos, de padrões de comunicação diferentes e, conseqüentemente, novas qualidades de aprendizagem. Sugerimos o conceito de *investigação* para nos referirmos aos processos de exploração de um cenário para investigação.

<sup>9</sup> A noção de zona de risco é apresentada e discutida por Penteadó (2001).

Descobrimos que há dois elementos básicos que não podem ser ignorados ao realizar uma investigação. Um processo investigativo não pode ser uma atividade compulsória, ele pressupõe o envolvimento dos participantes. Além disso, ele deve ser um processo aberto. Resultados e conclusões não podem ser determinados de antemão. Em nossa caracterização de "ação" feita no capítulo 1, enfatizamos que uma ação não pode ser uma atividade compulsória. Ela pressupõe o envolvimento da pessoa que age e também certo grau de abertura. Assim, descobrimos que "aprendizagem como ação" e "aprendizagem como investigação" combinam muito bem.

Os alunos devem ser convidados para um cenário para investigação, a fim de se tornarem condutores e participantes ativos do processo de investigação. A noção de convite é importante.<sup>10</sup> Um convite pode ser aceito ou não – ele não é uma ordem. Precisa ser feito em *cooperação investigativa*. Tal cooperação é de particular interesse para nós, uma vez que a vemos como parte essencial do desenvolvimento de certas qualidades de comunicação e de aprendizagem de Matemática. Uma cooperação investigativa é uma manifestação de algumas das possibilidades que surgem quando se entra em um cenário para investigação. Assim, nossa tarefa no restante deste capítulo é descrever com mais detalhes algumas das qualidades de comunicação e aprendizado da cooperação investigativa.

Vamos apresentar esses detalhes no Modelo-CI. Depreendemos os elementos desse modelo com base em certa conversa que ocorreu entre um professor e um grupo de alunos. A noção de "modelo" é usada de forma neutra. O Modelo-CI não tenta prescrever um padrão de comunicação que nós recomendamos; de fato nós poderíamos ter falado em um Padrão

<sup>10</sup> A noção de convite parece indicar que os cenários para investigação são construídos de antemão, e não juntamente com os alunos. Isso não precisa ser assim. De toda forma, a noção de convite permanece importante, na medida em que o processo de "fazer parte de" e de "aprender em" um cenário de investigação é contínuo. Fazer um convite pode querer dizer que os alunos e o professor prepararam ou identificaram um cenário juntos.

de comunicação-CI. A identificação e a apresentação do modelo são baseadas numa conversa entre professor e alunos que ocorre num cenário para investigação, que, na melhor das hipóteses, pode ser enquadrado no tipo (4) – referências a semi-realidades – embora faça menção à bandeira da Dinamarca.

*“O que parece a bandeira da Dinamarca?”*

A seqüência que se segue é parte da introdução de um curso de aproximadamente doze aulas da 6ª série de uma escola dinamarquesa. Os alunos trabalham em grupos de 2 a 5 participantes. Eles precisam construir modelos das bandeiras européias, cuidando para observar as proporções corretas das bandeiras, das faixas e das cruzes. Como introdução, os alunos são incentivados a fazer um modelo da bandeira da Dinamarca (ver Fig. 2.2) como lhes vem à cabeça. Posteriormente, os grupos devem questionar e comentar seus resultados e decidir qual modelo é mais parecido com a bandeira oficial. Acompanhamos essa atividade sem perder de vista a nossa intenção de construir o Modelo-CI. Assim, procuramos respostas preliminares para as seguintes questões: o que significa trabalhar de forma cooperativa em um cenário de investigação? Como essa cooperação se manifesta nos padrões de comunicação?

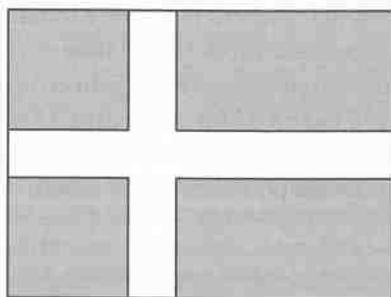


Figura 2.2: A bandeira da Dinamarca

Alice e Débora cortaram umas faixas brancas para fazer uma cruz. Mas quando elas estavam a ponto de colocar a cruz

sobre o papel vermelho, ficaram em dúvida como fazê-lo (ver também a Fig. 2.3). Elas pediram ajuda ao professor.<sup>11</sup>

**Estabelecer contato, perceber, reconhecer**

Professor: Alice, todos concordam com essa largura? [Sobre o papel vermelho.] Vamos dizer que sim...

Alice: Sim.

Professor: ... para podermos ter algo para olhar.

Alice: Sim.

Professor: Podemos fazer algumas estimativas agora, não podemos? Como vocês colocariam isto [a cruz] aqui no meio?

Alice: Eu mediria.

Professor: ...se é que vocês acham que deve ser posto no meio. Vocês acham? Isso [a cruz branca] fica exatamente no meio ou um pouco mais para cima ou para baixo?

Débora: Um pouco mais pra cima.

Alice: Fica no meio.

Professor: OK, e como você colocaria certinho no meio?

Alice: Medindo.

Professor: Sim, mas... tá bom. Medir tá valendo. E como fazer isso?

Alice: Eu pegaria uma régua emprestada.

Professor: [Risadas.] Sim, OK.

Primeiramente, o professor sugere que eles usem o papel vermelho no tamanho original como bandeira, e Alice aceita a sugestão. Na medida em que eles falam a mesma língua – eles estão *estabelecendo contato*.<sup>12</sup> O professor usa o pronome pessoal

<sup>11</sup> A transcrição seguinte é uma seqüência única, mas nós dividimos em partes menores para facilitar a apresentação do Modelo-CI.

<sup>12</sup> NT: O termo original em inglês é *getting in contact*, que também pode ser traduzido por fazer contato, contactar, abordar, estreitar relação, sintonizar.

na primeira pessoa do plural para começo de conversa, o que indica que eles estão trabalhando conjuntamente.<sup>13</sup>

Ele muda sua forma de comunicação quando passa a se dirigir a elas como "vocês" na primeira questão: "Como vocês colocariam isso [a cruz] aqui no meio?". O professor já não faz parte da equipe, mas adota uma atitude curiosa em relação às alunas, tentando *perceber*<sup>14</sup> sua perspectiva. Alice propõe um método para resolver o problema: "Eu mediria", mas antes de ouvir essa sugestão, o professor corrige a si mesmo e pergunta de uma outra forma. Na sua primeira formulação, ele pressupunha que as alunas iriam colocar a cruz bem no meio, mas sua reformulação questiona esse pressuposto e permite outras perspectivas: "Vocês acham?". Interpretamos isso como uma maneira de o professor tentar perceber de forma apropriada a perspectiva das alunas a respeito do que seja posicionar a cruz sobre a bandeira.

Alice e Débora têm idéias diferentes a respeito de onde colocar a cruz, e o professor mostra-se seletivo ao ignorar a proposta de Débora e repetir a de Alice (será porque, no fundo, ele defende a mesma idéia?). Ele prossegue sua investigação sobre as idéias das alunas para resolver o problema: "Como você colocaria certinho no meio?". O professor tenta *reconhecer*<sup>15</sup> que procedimentos as alunas usariam. Com a palavra "certinho", o professor implicitamente salienta que o procedimento deve se basear em cálculos matemáticos, e não apenas na impressão visual.

Alice repete sua proposta de tentar medir, a qual é aceita pelo professor, mas que antes quer saber como Alice faria isso. Assim, o método apropriado poderia ser reconhecido. Embora Alice tenha uma providência de efeito prático em mente (pegar

<sup>13</sup> O uso da primeira pessoa do plural também pode ser interpretado como o professor fingindo cooperar (plural majestático).

<sup>14</sup> NT: O termo original em inglês é *locating*, que pode ter o mesmo sentido que localizar, encontrar, observar, notar, identificar (não confundir com o elemento seguinte – reconhecer ou *identifying*).

<sup>15</sup> NT: O termo original em inglês é *identifying*, cujo sentido pode ser expresso através de outros termos em português, como identificar ou conceitualizar.

uma régua emprestada), o professor está na expectativa de que ela fale a respeito das contas que precisa fazer. A risada do professor indica que ele está consciente desse fato. No entanto, ele não quer desanimar Alice e dá seqüência: "Sim, OK".

### Posicionar-se, pensar alto, reformular

Após Alice ter arranjado uma régua, ela passa a *posicionar-se*<sup>16</sup> em defesa de sua sugestão para que eles façam medidas. Ela faz a proposta de forma aberta ("Eu mediria") sem excluir outras possibilidades:

- Alice: ... e, então, eu mediria isto aqui.
- Professor: [apontando] primeiro, você mede a largura da folha vermelha, em seguida, você mede a largura da fita branca, e, depois, o que fazer?
- Alice: Aqui está... 22,4. [A largura da folha vermelha]
- Professor: 22 1/2 ou 22,4?
- Alice: 22,4.
- Professor: Sim, e esse aqui é...? [A largura da fita branca.]
- Alice: É 5 1/2. Não! Agora sim, é 5,4.
- Professor: 5,4. OK. E agora, que fazemos?
- Alice: Metade de 22,4 dá quanto? 11,2. [Débora interrompe.]
- Débora: ... agora, a gente tem que achar o meio.
- Alice: Sim, temos que achar o meio.
- Professor: Certo, mas quando vocês colocam isso [a cruz branca] bem no meio, vocês já não conseguem mais ver a marca na metade da folha.
- Alice: Ah, mas é fácil resolver fazendo o risco um pouquinho mais para fora [do papel].

<sup>16</sup> NT: O termo original em inglês é *advocating*, que pode ser traduzido como assumir uma posição, defender uma posição, argumentar, advogar.

Professor: Entendo. OK.

Alice: Não é pra ser uma coisa tão difícil.

Alice está prestes a medir as larguras do papel vermelho e da fita branca usada na cruz. O professor reafirma com outra formulação a ação proposta por ela usando termos vagos ("...isto aqui"; o professor reformula com "largura do papel vermelho" e "largura da fita branca"). O professor continua buscando entender o procedimento imaginado por Alice, como pode se perceber através das suas insistentes perguntas: "...e, depois, o que fazer?", "E agora, o que fazemos?". Ao longo desse trecho, Alice pensa alto: "É 5 1/2. Não! Agora sim, é 5,4" e "Metade de 22,4 dá quanto? 11,2". Esses pensamentos murmurados por Alice mostram que ela prosseguiu na resolução do problema antes mesmo de responder à pergunta do professor sobre o que fazer em seguida. Deve ser por isso que Débora interrompe para confirmar o algoritmo: "... agora, a gente tem que achar o meio" (Ver Fig. 2.3).

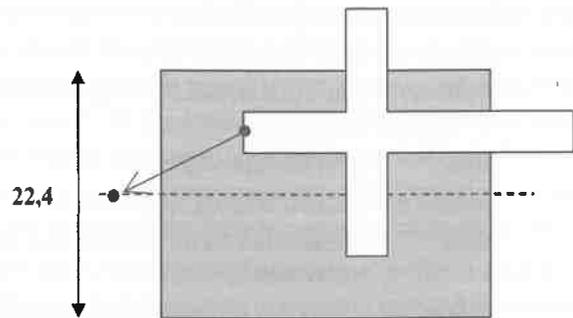


Figura 2.3: Colocação das fitas.

Nesse momento, o professor argumenta que elas não vão poder ver a marca que elas mesmas fizeram no meio do papel, o que significa que a cruz pode ficar um pouco fora do lugar. Mas Alice também tem solução para esse problema: ela coloca a marca fora do papel de modo a poder vê-la mesmo com a cruz por cima do papel vermelho. Ela se empolga com a idéia e o professor incentiva: "Entendo. OK.", embora isso signifique deixar de lado a procura por um procedimento matematicamente definido.

Essa história poderia terminar aqui. As alunas perceberam o problema, reconhecendo um algoritmo após terem *pensado alto*<sup>17</sup> e *reformulado*, e chegaram a um resultado. O trabalho está pronto. Mas o professor quer que elas tentem reconhecer um procedimento específico para colocar as fitas.

### Entreato: desafiar e fazer um jogo-de-perguntas

Professor: Vejam bem. Vocês não poderiam, em vez disso,... calcular o comprimento de vermelho [apontando o papel] que deveria ficar acima da cruz? Quanto deveria ser, se a folha completa mede 22 vírgulaaa... [Alice interrompe.]

Alice: Este aqui é 5 1/2.

Professor: Este era 5 1/2, e esse era 22 1/2, não era?

Alice: Sim.

Professor: ... aproximadamente.

Alice: Quanto mede este? É... [3 seg.]

Professor: Sim, é o professor de Matemática querendo saber.

Débora: É 8 vírgula alguma coisa.

Alice: Não, com certeza não é 8 vírgula alguma coisa, é...

Professor: É o mesmo que 22 menos 5.

Débora; Sim, isso mesmo.

Alice: Dá 17.

Professor: Quanto fica então esta parte vermelha aqui em cima?

Alice: Vai dar...

Débora: É só calcular a metade.

Alice: Vai dar a metade de 5 1/2.

Débora: Não, a metade de 17.

Professor: A metade de 17, certo?

O professor *desafia* as alunas ao propor outro algoritmo: "Vocês não poderiam, em vez disso,... calcular o comprimento de

<sup>17</sup> NT: O termo original em inglês para "pensar alto" é *thinking aloud*.

vermelho em cima da cruz?". Ele quer que alunas achem a medida que levaria a cruz a ficar exatamente no meio do papel. A formulação do professor é feita propositadamente numa forma hipotética para que, a princípio, fique a cargo das alunas a decisão final sobre adotá-la ou não. No entanto, nesse trecho acontece uma mudança radical no caráter da conversa. Era um diálogo aberto no qual o professor queria saber a perspectiva das alunas a respeito do problema, e passa a ser um padrão de *jogo-de-perguntas*, no qual as alunas têm de adivinhar o que o professor tem em mente. O professor está ciente disso, como deixa claro na fala: "Sim, é o professor de matemática querendo saber".

Obviamente, o professor quer que as alunas subtraíam 5,5 de 22,5 e dividam o resultado por 2 para obter o tamanho dos quadrados vermelhos de cada lado da faixa branca. Débora parece captar essa intenção mais rapidamente que Alice, como se vê na rejeição que Alice faz à sugestão de Débora ("É 8 vírgula alguma coisa"). O professor apresenta o algoritmo passo a passo: "É o mesmo que 22 menos 5" e "Quanto fica essa parte vermelha aqui em cima?". Débora explica o algoritmo para Alice: "É só calcular a metade.", mas Alice não parece acompanhar seu raciocínio. Em vez disso, ela quer calcular metade de 5 1/2. Não chegamos a saber as razões de cada aluna para essa divergência. O professor, mais uma vez, passa a ser seletivo e enfatiza a posição de Débora.

Nessa parte, as perguntas do professor não visam ao esclarecimento das perspectivas das alunas. Ele quer que as alunas entendam um caminho particular. Ele já conhece a resposta para as perguntas que faz. Nesse procedimento passo a passo, o professor tenta mostrar uma idéia de procedimento. Acompanhar a perspectiva do professor parece difícil para Alice e isso faz com que o seu envolvimento na tarefa desapareça; pelo menos, essa é a impressão que temos. Demos o nome de entreato a esse trecho porque o jogo-de-perguntas interrompe o processo de investigação, ainda que leve ao reconhecimento de um procedimento. Ou não? Na seqüência, o professor muda sua forma de comunicação mais uma vez.

### Desafiar<sup>18</sup>

- Débora: Nós não medimos na outra direção, medimos?
- Alice: Claro que não,... quanto é a metade de 5 1/2?
- Débora: Que diabos você está fazendo?
- Alice: É 2,75.
- Professor: Isso mesmo.
- Alice: Então você tem que subtrair 2,75 de 17. Isso dá... 15 vírgula alguma coisa.
- Professor: 15 vírgula alguma coisa, está certo. [Rindo]
- Alice: Mas 15 o quê?
- Professor: Pra que você vai usar isso, esses 15?
- Alice: Daí eu mediria daqui pra baixo..
- Professor: ... você quer descer até 15 e colocar tudinho [a cruz] no fundo. Eu já volto. Experimentem fazer e depois vocês me dizem o que conseguiram.

O que é evidente no trecho acima é que as alunas retomaram a condução do processo. Alice não consegue desistir da idéia de dividir 5 1/2 por 2 e é *desafiada* por Débora: "Que diabos você está fazendo?". Não há uma perspectiva comum sobre como proceder. Débora tem em vista dividir 17 por 2, enquanto Alice quer fazer o mesmo com 5 1/2. Ambas ações fazem sentido, mas como parte de abordagens diferentes. Alice prossegue buscando uma resposta para a pergunta que ela mesma fez e o professor deixa, embora não esteja claro onde ela quer chegar subtraindo 2,75 de 17. Ele não interrompe a busca da aluna, até que, no desenrolar dos acontecimentos, ela faz uma proposta delicada: "15 vírgula alguma coisa". O professor *desafia* sua perspectiva (não o resultado de suas contas): "Pra que você vai usar isso, esses 15?". Alice sugere medir a partir do topo da folha de papel, mas o professor a desafia de novo ao apontar

<sup>18</sup> NT: O termo original em inglês é *challenging*, que pode ser traduzido também por provocar.

(ironicamente) que isso deixaria a cruz na parte de baixo da bandeira. O professor se afasta por um período, e as alunas têm uma oportunidade para examinar algumas posições por si mesmas.

### Avaliar

Não sabemos o que se passou entre as alunas enquanto o professor esteve ausente.<sup>19</sup> Mas, assim que ele voltou alguns minutos depois, elas tinham chegado a um algoritmo e a uma solução.

- Professor: Pronto Alice, resolveu alguma coisa?  
 Alice: Sim.  
 Professor: Como lidou com o problema?  
 Débora: Nós medimos  $8 \frac{1}{2}$  pra baixo e  $8 \frac{1}{2}$  pra baixo.  
 Alice: A metade de 17.  
 Professor: Certo, 17, é a diferença entre o papel vermelho e a faixa branca, não é isso?  
 Alice: Não, metade da folha vermelha.  
 Professor: Metade da folha vermelha, depois que você tirou a faixa branca, certo?  
 Alice: Sim, metade de 17, que dá  $8 \frac{1}{2}$ .  
 Professor: Certo.  
 Alice: Aí a gente mediu  $8 \frac{1}{2}$  da borda pro centro e marcamos aqui.  
 Professor: Muito bem.  
 Alice: Aí a gente mediu  $8 \frac{1}{2}$  da borda pro centro aqui também.  
 Professor: Está certo. E a idéia dos 15 e poucos... desistiu?  
 Débora: Sim, porque se mostrou errada.  
 Professor: OK.

<sup>19</sup> O microfone ligado ao gravador estava preso no professor. O som gravado no vídeo não tem a qualidade suficiente para que pudéssemos capturar o diálogo entre Alice e Débora.

O professor pergunta sobre os métodos das alunas: "Como lidou com o problema?". A idéia de Débora foi usada: medir  $8 \frac{1}{2}$  começando do topo de papel vermelho, e Alice ressaltou sua participação no processo, reafirmando que  $8 \frac{1}{2}$  é metade de 17. O professor *avalia* o trabalho das alunas com respostas como: "Muito bem" e "Certo". No final, ele quer saber o que virou da proposta dos 15. "E a idéia dos 15 e poucos... desistiu?" que foi respondida por Débora: "Sim, porque se mostrou errada". Obviamente, o professor poderia ter prosseguido nas perguntas sobre a proposta dos 15 para saber como as alunas identificaram o erro que ela continha. Teria sido interessante observar o processo de cooperação entre elas para descobrir como encontraram outro algoritmo no final das contas. O fato é que elas chegaram a uma resposta através da reflexão e da ação baseadas em suas próprias perspectivas.

### Modelo de cooperação investigativa

Em nossos comentários sobre "O que parece a bandeira da Dinamarca?" enfatizamos os elementos: estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar. Esses elementos estão reunidos no Modelo-CI (ver Fig. 2.4). A seguir, iremos propor que o Modelo-CI é constituído por atos de comunicação entre professor e alunos, que podem favorecer a aprendizagem de maneira peculiar.

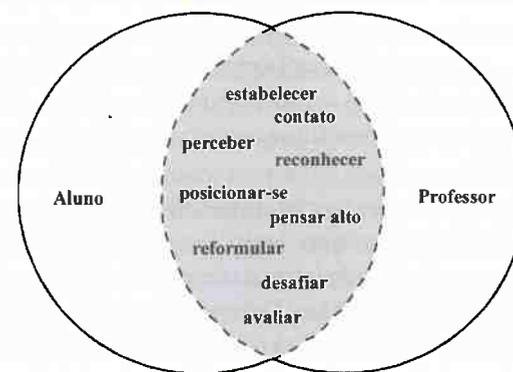


Figura 2.4: O Modelo de Cooperação Investigativa

Uma característica básica da comunicação prevista no Modelo-CI é a escuta ativa: "Ela é chamada 'ativa' porque o ouvinte tem responsabilidade bem definida. Ele não absorve passivamente as palavras que são emitidas. Ele tenta entender os fatos e os sentimentos contidos naquilo que ouve, ativamente, e tenta ajudar quem fala a externar os seus problemas" (ROGERS; FARSON, 1969, p. 481). Escuta ativa significa fazer perguntas e dar apoio não-verbal ao mesmo tempo em que tenta descobrir o que se passa com o outro. Escuta ativa significa que professor e alunos estabeleceram contato. O termo *estabelecer contato* quer dizer mais do que simplesmente o professor chamar a atenção. "Estabelecer contato" significa sintonizar um no outro para começar a cooperação. Essa é a primeira condição da investigação mútua. Após estabelecer uma atenção mútua, o professor pode *perceber* a perspectiva do aluno, examinando, por exemplo, como ele entende certo problema. Naturalmente, várias perspectivas possíveis e diferentes formas de abordagem de uma tarefa ou problema podem ser percebidas. Talvez seja difícil para o aluno expressar sua idéia matematicamente, ou, em geral, expressar a perspectiva que ele quer estabelecer para o problema. O professor pode atuar como um facilitador ao fazer perguntas com uma postura investigativa, tentando conhecer a forma com que o aluno interpreta o problema. Quando o aluno torna-se apto a expressar-se em sua própria perspectiva, então ela pode ser *reconhecida* em termos matemáticos, não somente pelo professor, mas também pelo aluno. Assim, o processo de reconhecimento fornece recursos para investigações posteriores. Naturalmente, o processo pode ter o efeito inverso, no qual os alunos tentam reconhecer a perspectiva do professor.

*Posicionar-se* significa levantar idéias e pontos de vistas não como verdades absolutas, mas como algo que pode ser examinado.<sup>20</sup> Um exame pode levar a reconsideração das perspectivas ou a novas investigações. Defender posições significa propor argumentos em favor de um ponto de vista, mas não a ponto

de bater pé firme a qualquer custo. Pode-se defender posições *pensando alto*. Muitas perspectivas podem vir a se tornar conhecidas de todos quando se pensa alto, já que ganham visibilidade na parte mais tangível da comunicação. Isso significa que elas passam a poder ser investigadas. O professor pode ajudar a esclarecer perspectivas dos alunos ao *reformulá-las*. Por exemplo, o professor pode reformular as perspectivas para ter certeza que entendeu o que os alunos dizem. Reformulação pode ser feita, obviamente, pelos alunos também, para confirmarem seu entendimento da perspectiva do professor. Dessa forma, pode-se esclarecer tanto a perspectiva do professor quanto a do aluno a fim que não haja mal-entendidos. É essencial que os alunos tenham a oportunidade de reformular as afirmações do professor. Esse é um processo que se busca um entendimento comum sobre o problema.

Esclarecer perspectivas é uma pré-condição para que se possa *desafiar* de forma "qualificada". O professor pode fazer o papel de oponente tanto quanto o de parceiro. O importante é que o professor saiba exercer os dois a ponto de reforçar a autoconfiança do aluno. O desafio deve estar à altura do entendimento do aluno – nem mais nem menos.<sup>21</sup> Padrões de comunicação bem distintos podem surgir, se o desafio se tornar um jogo-de-respostas. Além disso, é importante que o professor também esteja pronto para ser desafiado. Fazer desafios pode acontecer em ambas as direções.

*Avaliar* as perspectivas do professor e do aluno faz parte do processo investigativo. Eles enxergam o mesmo problema? Eles encaram o problema com base no mesmo ponto de vista? Eles tentam resolvê-lo da mesma forma? Mal-entendidos e outras discrepâncias podem acontecer abertamente na comunicação professor-aluno. Por exemplo, os participantes podem perceber que a perspectiva do professor está relacionada com uma análise geral do problema, ao passo que o aluno pensa no problema como algo concreto e prático. O objetivo não é estabelecer uma perspectiva "correta", mas chegar a um propósito comum

<sup>20</sup> Ver Isaacs (1999a).

<sup>21</sup> "A diferença que faz a diferença", como proposto por Batenson (1972).

para o processo de investigação. Isso não quer dizer que "tudo está certo". A questão de que está "certo" ou "errado" não pode prevalecer no processo de investigação. Nessas bases, aluno e professor podem avaliar suas perspectivas e talvez até discutir o que o aluno aprendeu ao receber e responder desafios.

O Modelo-CI comporta diversos atos de comunicação, que favorecem um padrão de cooperação entre professor e alunos no qual as perspectivas do aluno desempenham papel essencial. A cooperação pode ser facilitada por cenários para investigação. Os alunos não podem ser obrigados a participar e a cooperar. A cooperação investigativa envolve ações que descrevemos em termos de atos de comunicação. A viabilidade de realização de atos como esses depende do grau de incorporação das perspectivas dos alunos no processo.

Um motivo para examinar as perspectivas dos alunos numa aula de matemática é que elas podem ser consideradas importantes instrumentos de aprendizagem. Examiná-las não somente auxilia o professor a conhecer o modo de pensar dos alunos, mas também traz aos alunos maior consciência da sua própria maneira de agir em sala de aula. O ponto importante é que as perspectivas dos alunos, e não a explanação do professor, podem ser o ponto de partida para uma cooperação investigativa. Dito de forma mais abrangente: os atos de comunicação inclusos no Modelo-CI trazem os alunos e suas perspectivas para o centro do palco do processo educativo. Novos instrumentos de aprendizagem passam a estar disponíveis, e novas qualidades de aprendizagem tornam-se possíveis.

### *Obstáculos à cooperação investigativa (deixando um cenário para investigação)*

Se acreditamos que dar atenção às perspectivas dos alunos é uma conduta natural de um professor em sala de aula, devemos esperar que isso se confirme em pesquisas empíricas realizadas sobre o tema. No entanto, nossas observações, voltadas em grande parte para o ensino tradicional, não reforçam essa tese. A estrutura de comunicação entre professor e aluno (assim como

entre alunos) que predomina é a do jogo-de-perguntas, do explicar-o-jeito-certo-de-fazer e do corrigir erros. Queremos ressaltar aqui que nossa interpretação do conceito de cooperação investigativa é de caráter amplo. Ao descrever o conceito, elencamos padrões de comunicação, mas não queremos deixar a impressão que seja obrigatória a presença de todos eles, nem a seqüência em que surgem. Em vez disso, entendemos o Modelo-CI como uma característica de uma cooperação comunicativa, na qual esses elementos (ou alguns deles), explícita ou implicitamente, estão associados. Foram poucos casos na escola tradicional em que identificamos um Modelo-CI integralmente desenvolvido. Algumas vezes, pudemos identificar minimodelos-CI; mas o fenômeno mais freqüente é o do Modelo-CI-degenerado. Vimos situações em que a cooperação investigativa mal conseguia ter início, e já se tornava um tanto dispersa para, gradualmente, esvaziar-se.

Percebemos vários padrões de degeneração do Modelo-CI. Por exemplo, numa cooperação investigativa, não é apenas o padrão *desafiar*, que se pode degenerar numa forma de jogo-de-perguntas como foi mostrado no exemplo da bandeira da Dinamarca, em que o professor queria induzir as alunas a proceder de uma determinada maneira, na colocação da cruz sobre o fundo vermelho. Contudo, a cooperação investigativa pode ser obstaculizada de muitas outras formas.

Por exemplo, a cooperação investigativa pode ser comprometida pelo cronograma: "Lamento, mas não temos mais tempo. Faça desse jeito, ou daquele...". A cooperação investigativa dá lugar ao discurso da burocracia. A causa disso pode ser a obrigação que o professor sente de cumprir o programa curricular. A influência da "lógica escolar" pode se fazer sentir em cada aula e em cada ato de comunicação, e de diferentes maneiras. Se os estudantes precisam passar num exame de fim de ano, o professor se sente obrigado a garantir que os alunos desenvolveram as habilidades matemáticas que são motivo do exame. Um processo de cooperação investigativa bem conduzido pode parecer consumir tanto tempo que precisaria ser interrompido. Certo tipo de autocensura por parte do professor pode obstaculizar a cooperação investigativa.

Podemos elencar vários motivos para que o professor *não* tente perceber as perspectivas dos alunos e *não* as use como instrumento de aprendizagem. Um dos motivos, como já foi dito, é que explorar as perspectivas individuais dos alunos toma tempo. Isso implica executar outras atividades previstas de forma corrida. Em decorrência disso, o professor, que tem a incumbência de atender não somente os alunos ávidos por mostrarem suas perspectivas, mas também a comunidade escolar como um todo, opta por ignorar as perspectivas dos alunos. Outra razão para não atentar para as perspectivas dos alunos é presumir que elas não existem ou, dito em outros termos, que não vale a pena discuti-las.

Obstáculos à cooperação investigativa não podem ser interpretados simplesmente como obstáculos interpostos pelo professor. É importante ter ciência de que os alunos vêm à sala de aula conhecedores de certo discurso escolar que influencia suas expectativas e antevisões sobre as atividades a serem desempenhadas em sala de aula. Por exemplo, alunos costumam esperar que o professor apresente o conteúdo que quer que eles apreendam. Eles não vão propor idéias próprias porque esperam ser comandados e avaliados pelo professor. Eles não querem a responsabilidade de ter que fazer contribuições. O professor sempre termina apresentando a resposta certa ou o jeito certo de fazer.<sup>22</sup> Essa predefinição do que professor e aluno devem fazer em sala de aula impede o professor de realizar uma cooperação investigativa. A autocensura do aluno, por outro lado, também pode obstacular a cooperação investigativa. O aluno pode ter uma idéia de como tratar certo problema, mas ele prefere não fazer menção a ela na presença do professor. O aluno quer evitar alguma exposição causada pelo ato de fazer uma sugestão (talvez ruim) em público, o que pode acabar com a boa impressão que o professor faz dele. Em lugar de dar início a uma cooperação investigativa, o aluno opta por se comportar de um modo convencional.

<sup>22</sup> Ver Voigt (1989, p. 31).

A última ressalva que gostaríamos de fazer com respeito à cooperação investigativa é que os atos de comunicação inerentes ao Modelo-CI exigem dos alunos determinadas habilidades verbais. Estudantes que se expressam com interesse e desenvoltura podem ser favorecidos em detrimento de outros, por exemplo, aqueles que são mais empenhados, mas ficam calados, e terminam por desenvolver seu interesse pela Matemática em isolamento.

Esses aspectos ilustram algumas das dificuldades de uma Educação Matemática baseada em investigação e alguns dos riscos envolvidos na realização de um cenário para investigação. Não é uma tarefa simples realizar uma cooperação investigativa. No entanto, abandonar o paradigma do exercício para adotar os cenários para investigação pode fazer com que padrões de comunicação como aqueles previstos no Modelo-CI sejam uma realidade em sala de aula. Consideramos que esse é um passo importante a ser dado, pois conduz a uma significativa mudança de ambiente de aprendizagem. O Modelo-CI representa não somente qualidades de comunicação, mas também se constitui em importante instrumento de aprendizagem. Novas qualidades de aprendizagem tornam-se possíveis quando novas possibilidades de comunicação tornam-se presentes. Por isso, queremos examinar mais de perto os elementos do Modelo-CI.