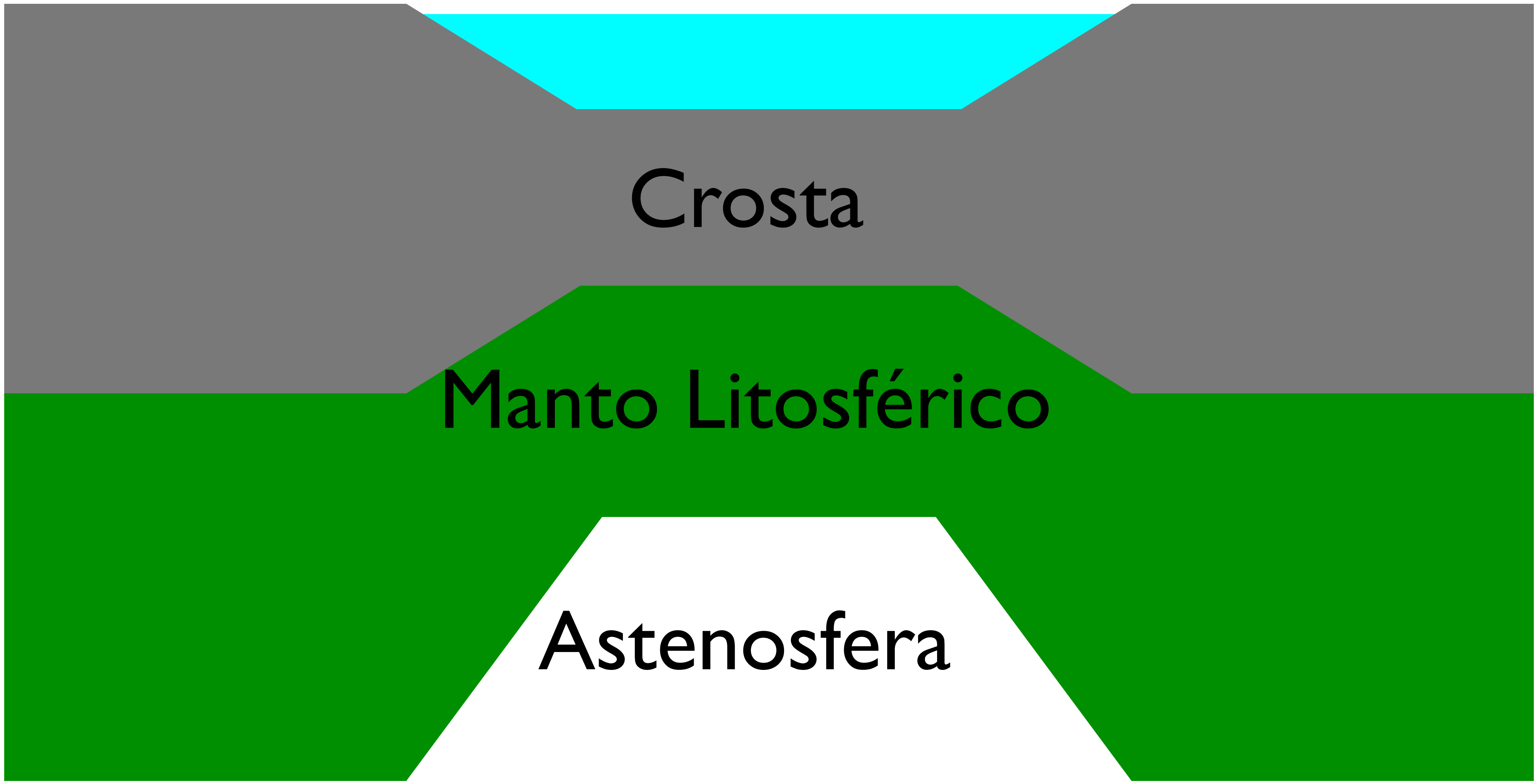
# Modelos Quantitativos de Bacias Sedimentares

AGG0314

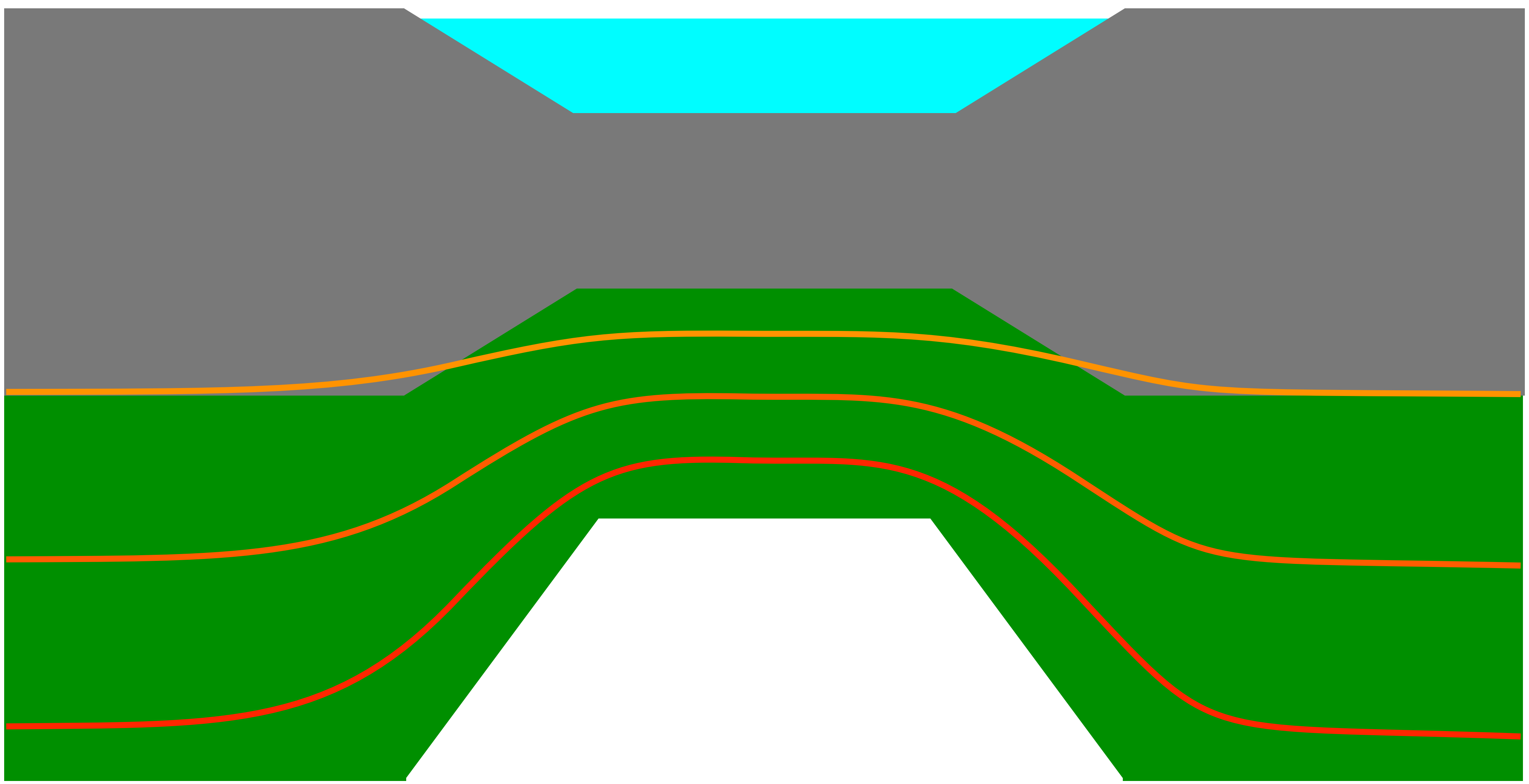
Modelos de extensão continental - Parte III
Modelos 2D

# Modelo 1D x 2D

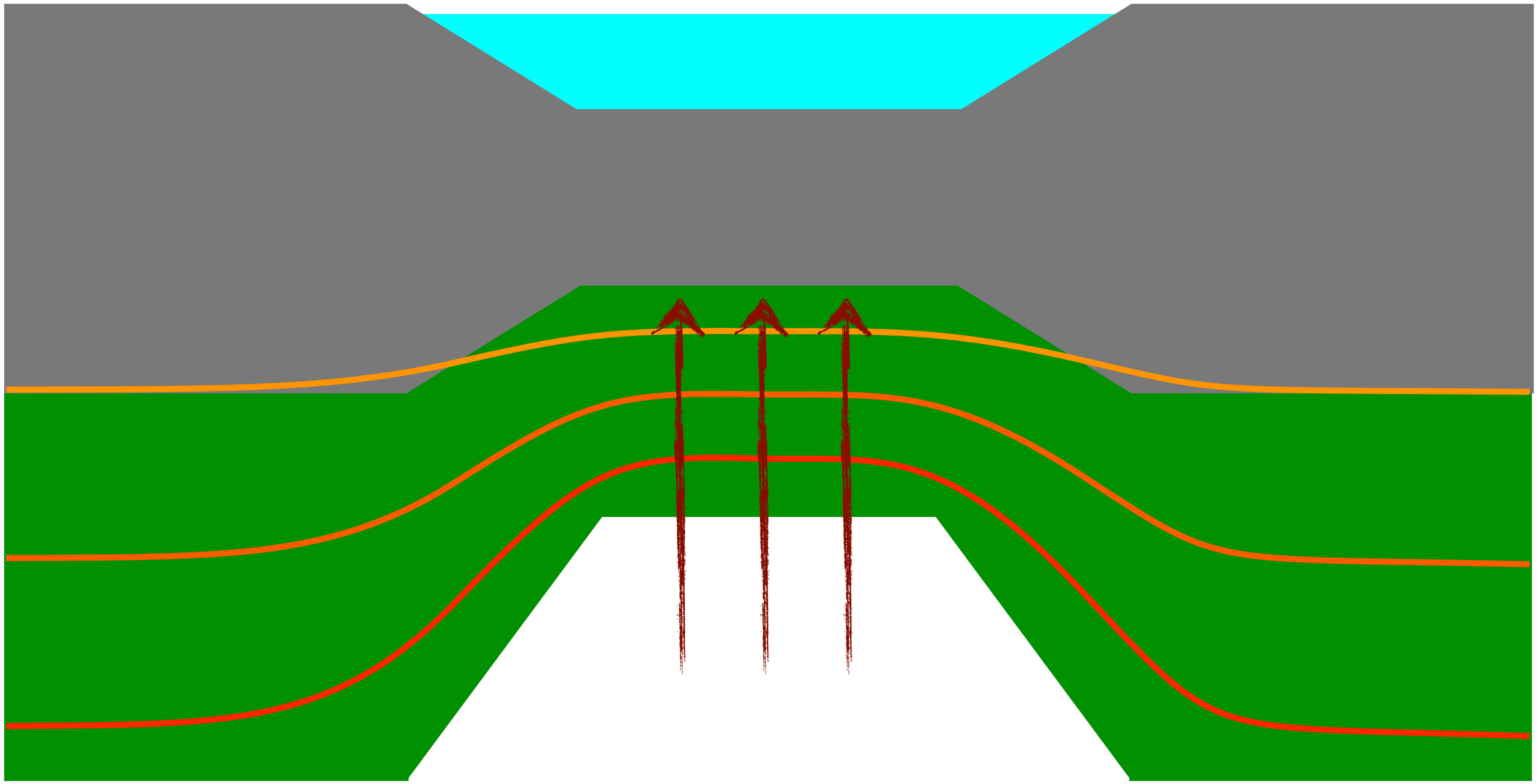
# Modelo 1D x 2D



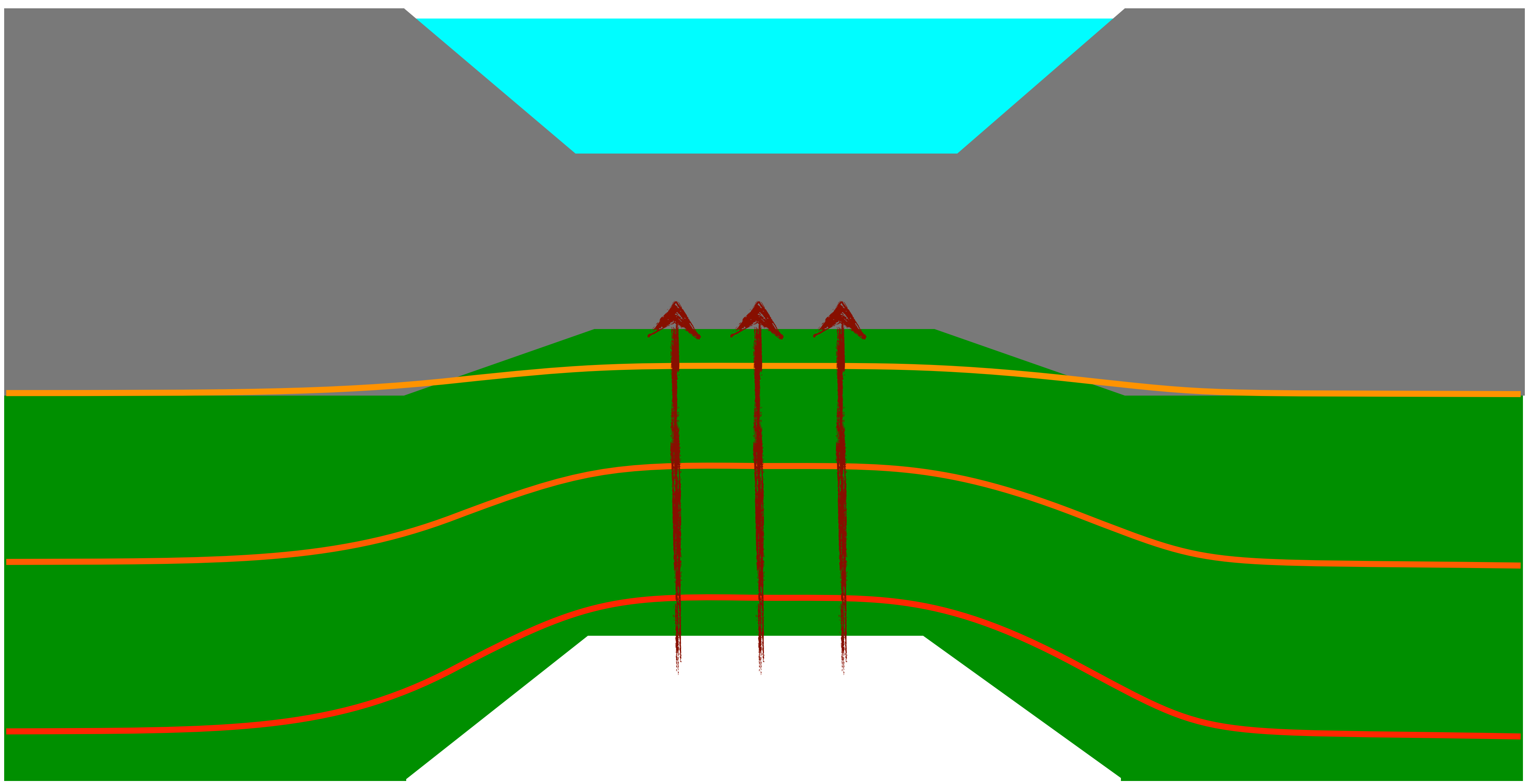
# Modelo 1D x 2D



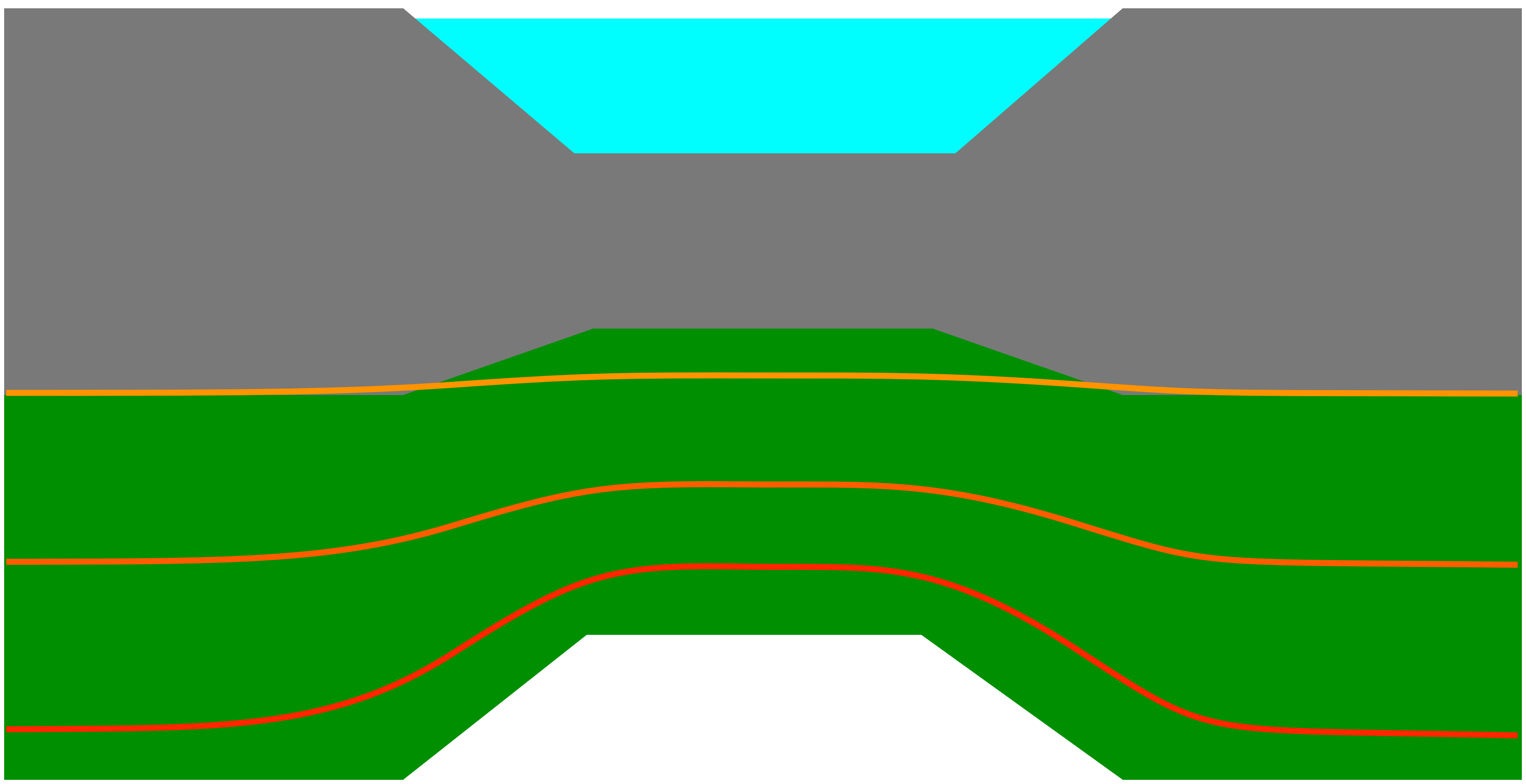
# Modelo 1D x 2D



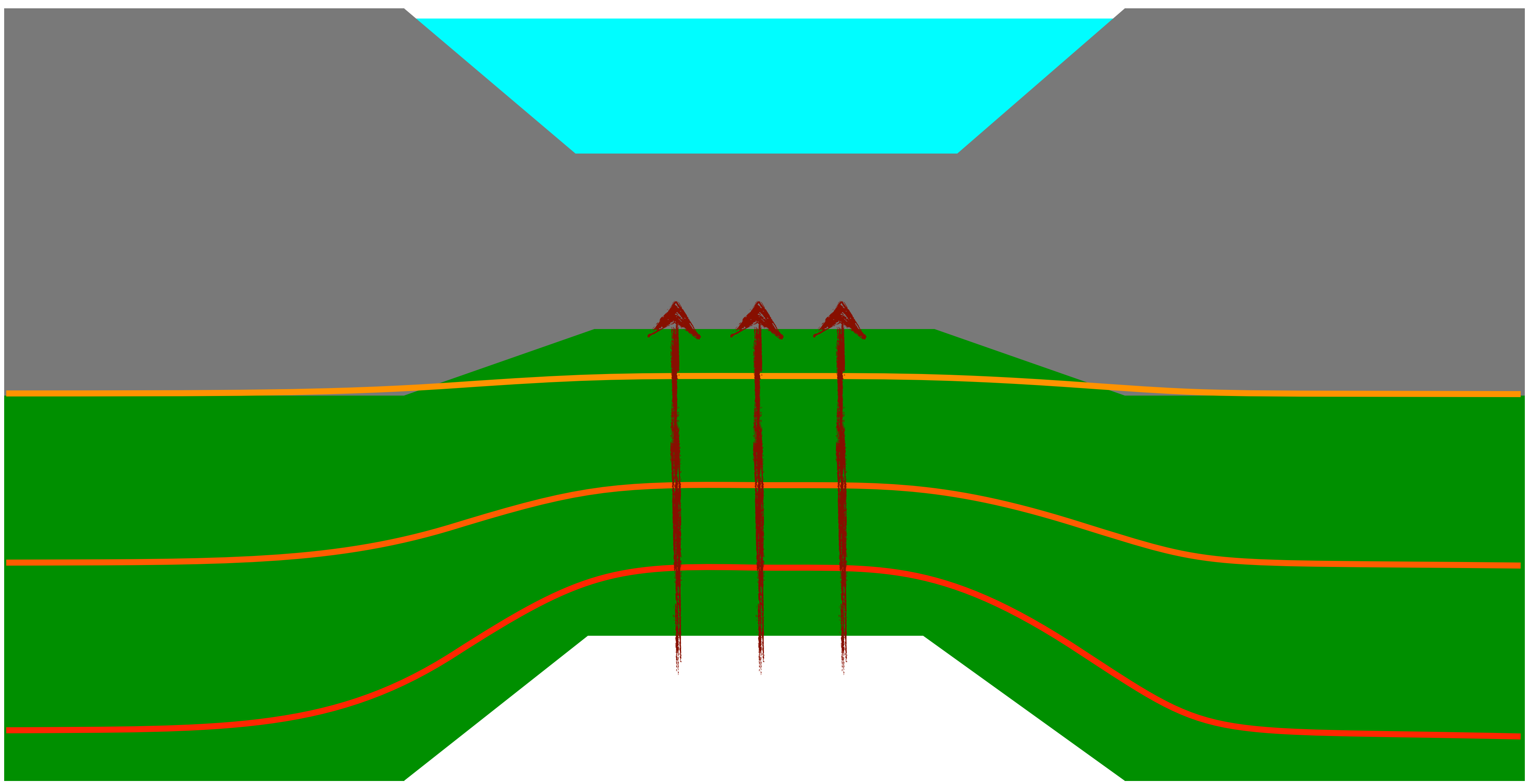
# Modelo 1D x 2D



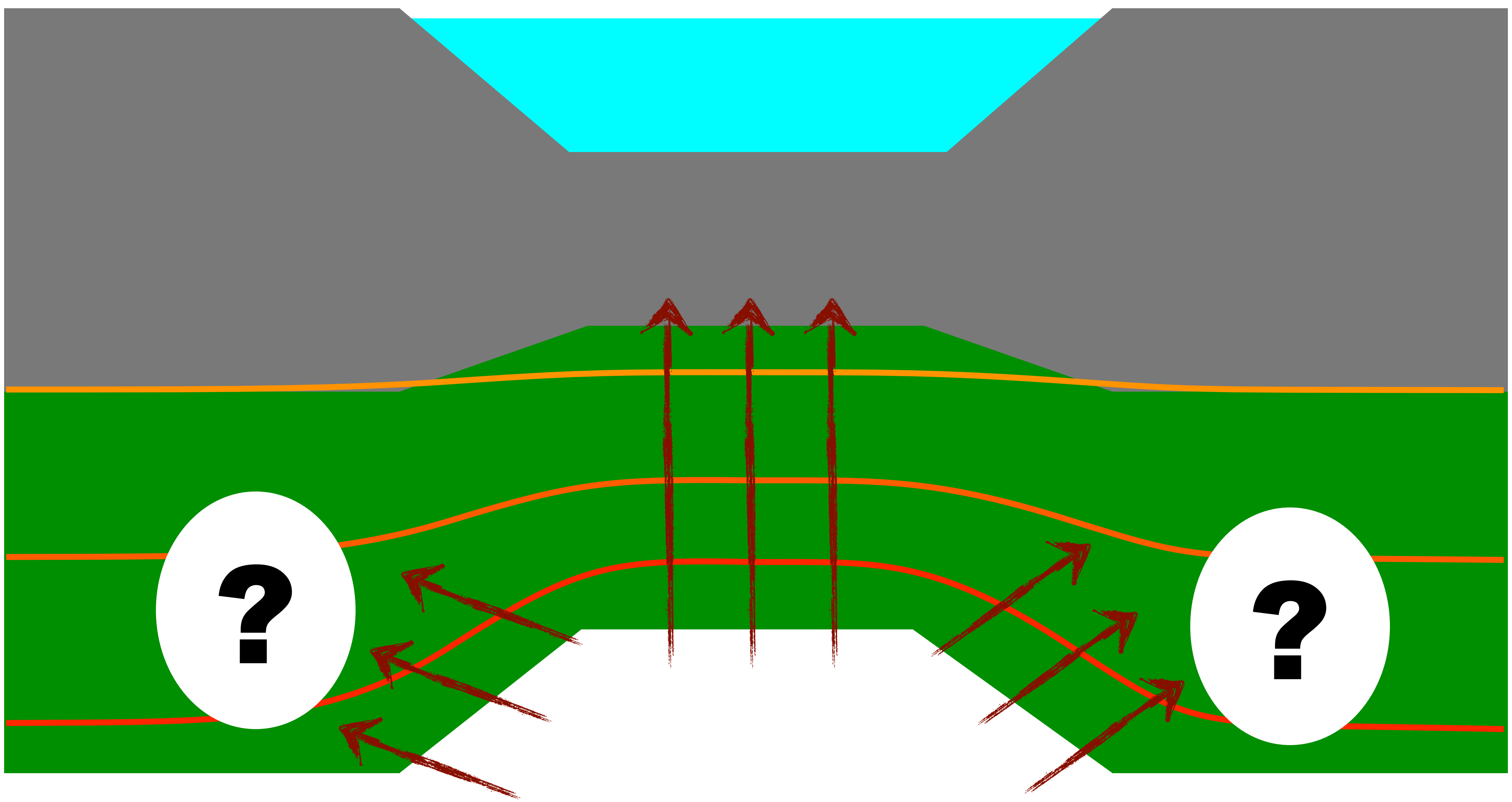
# Modelo 1D x 2D



# Modelo 1D x 2D



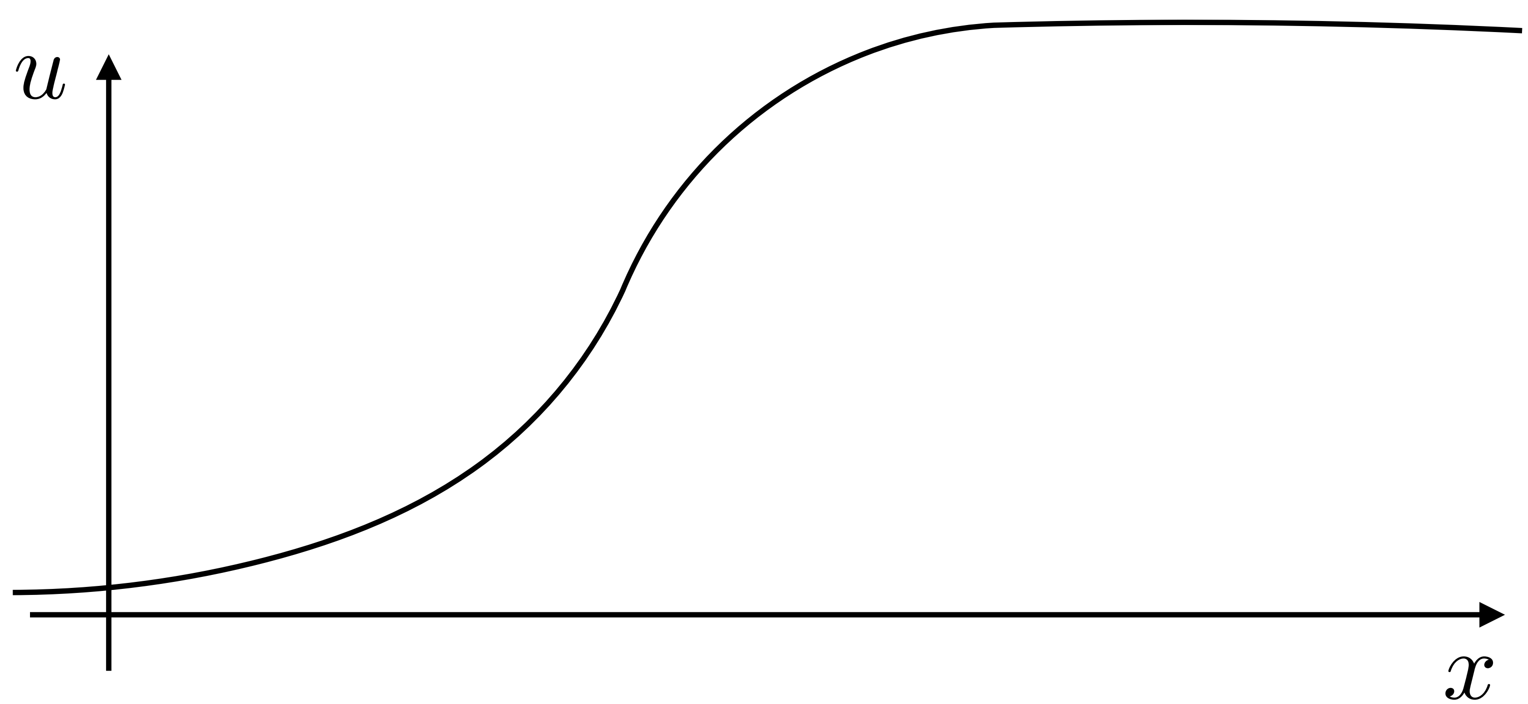
# Modelo 1D x 2D



# Primeira Lei de Fick

- Para muitos problemas físicos, a difusão segue a primeira lei de Fick, em que o fluxo é proporcional ao gradiente da concentração e ocorre no sentido contrário a concentração.

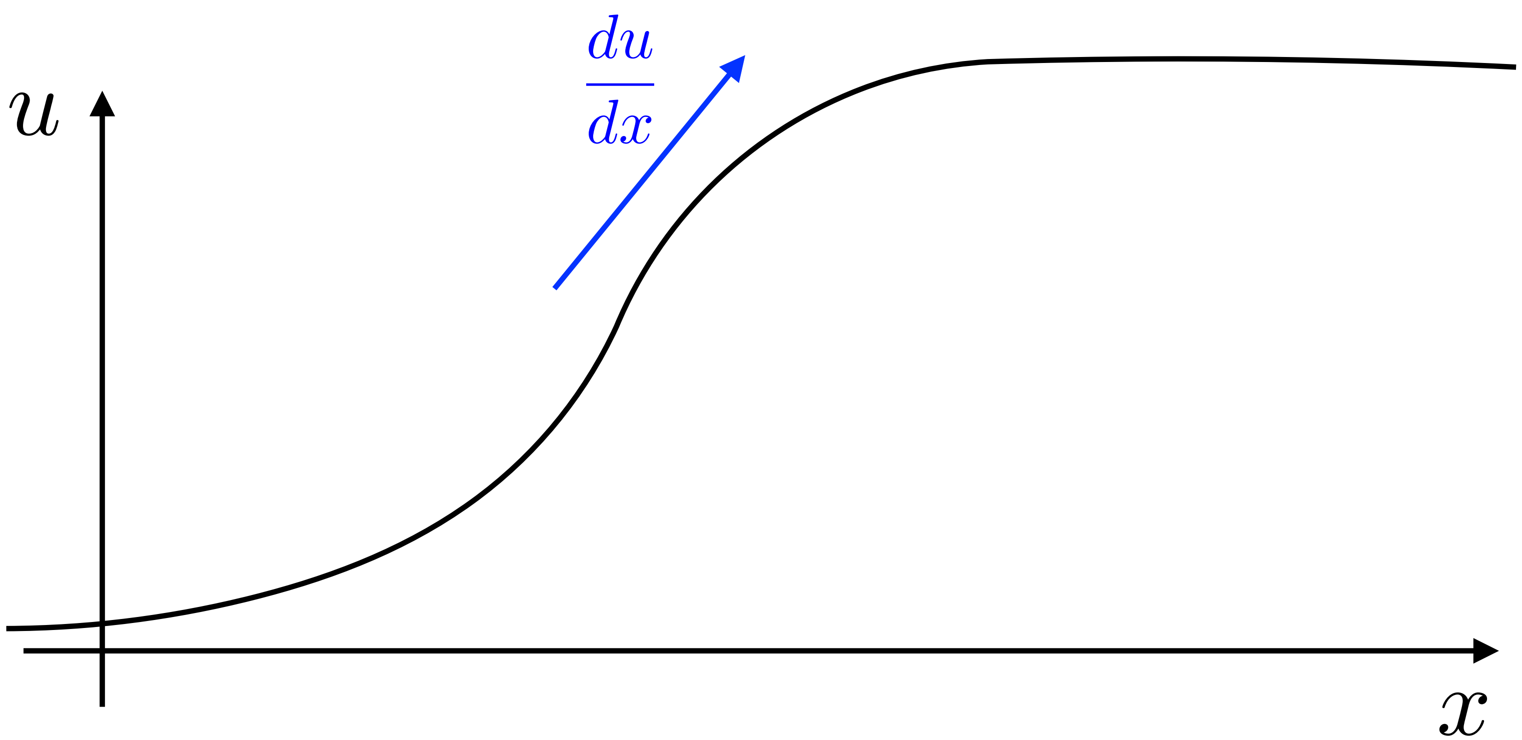
- Em 1D:



# Primeira Lei de Fick

- Para muitos problemas físicos, a difusão segue a primeira lei de Fick, em que o fluxo é proporcional ao gradiente da concentração e ocorre no sentido contrário a concentração.

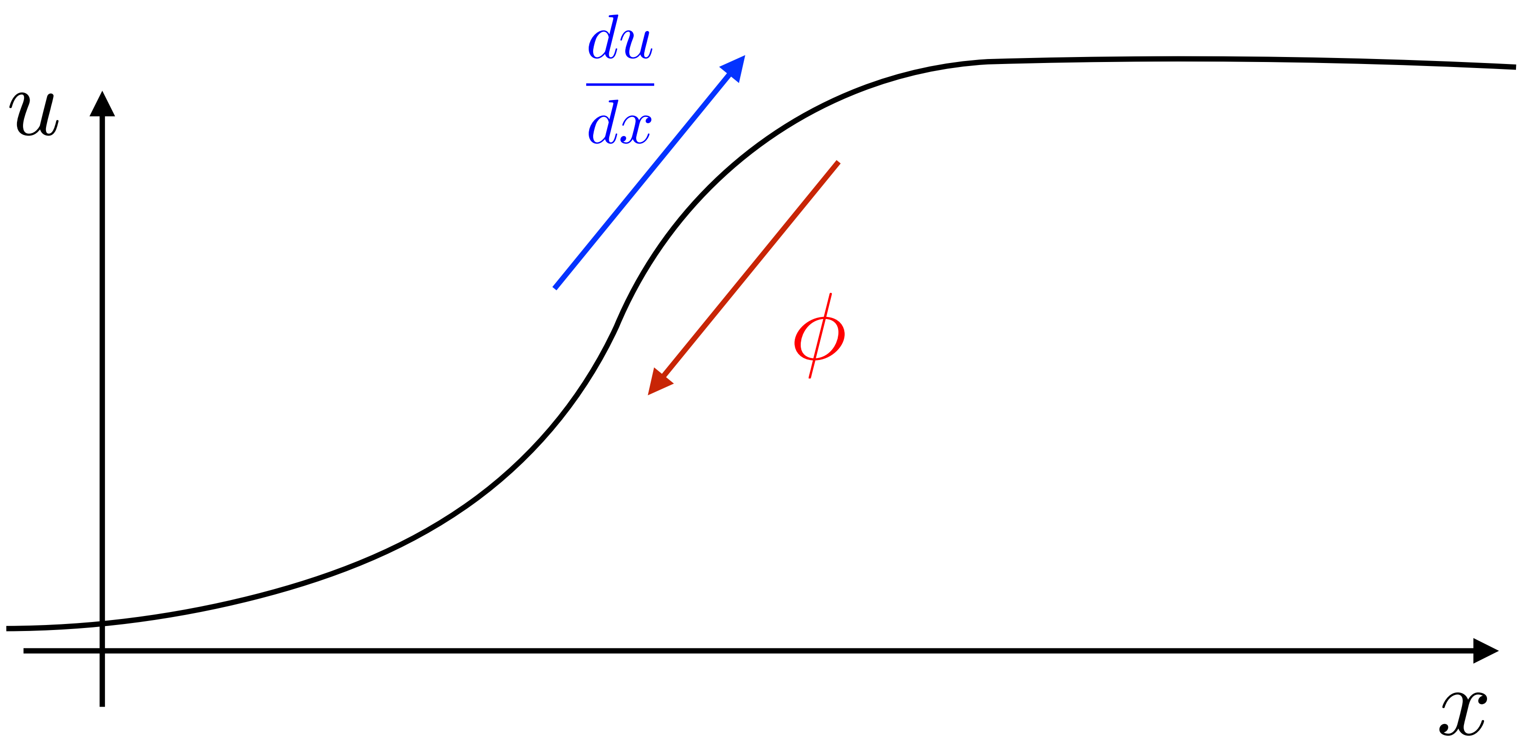
- Em 1D:



# Primeira Lei de Fick

- Para muitos problemas físicos, a difusão segue a primeira lei de Fick, em que o fluxo é proporcional ao gradiente da concentração e ocorre no sentido contrário a concentração.

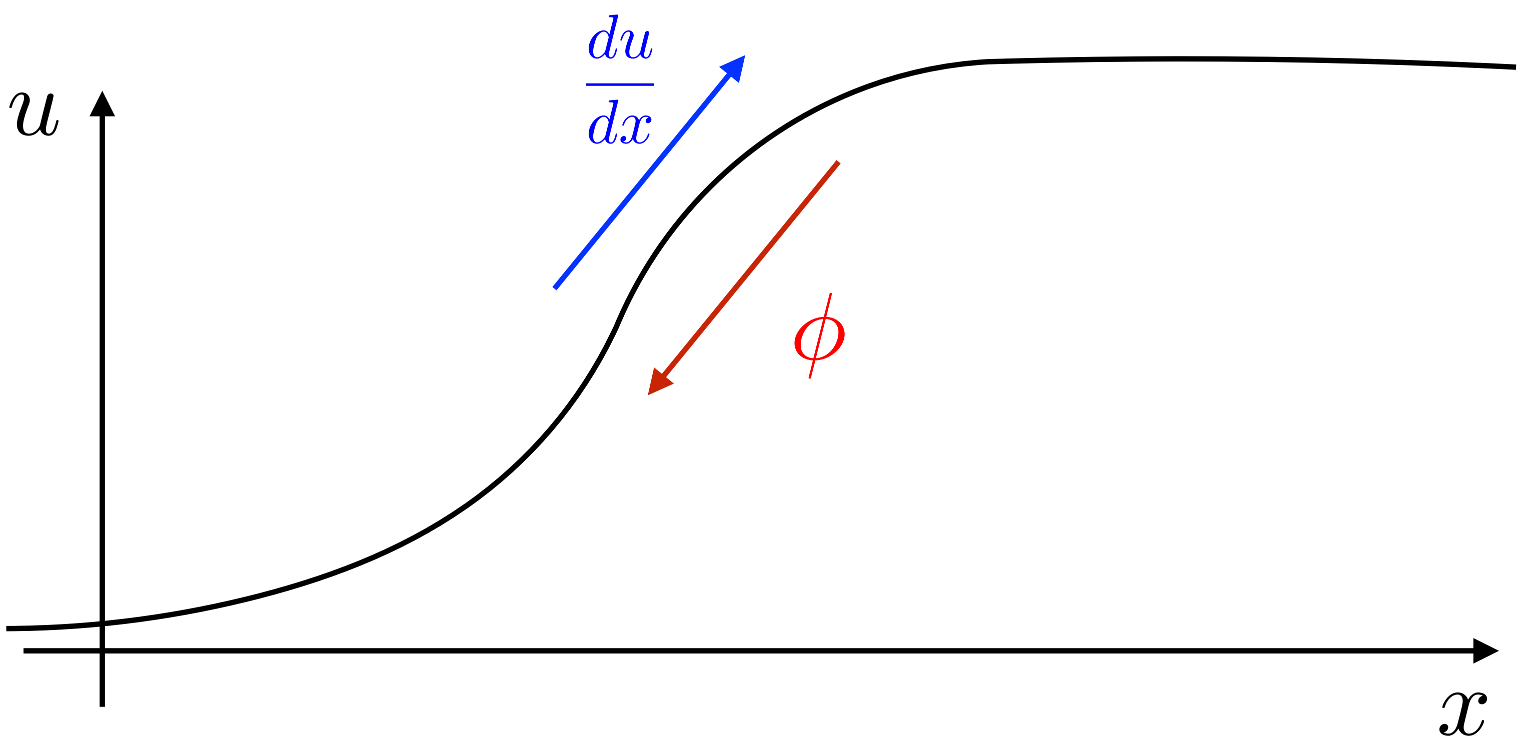
- Em 1D:



# Primeira Lei de Fick

- Para muitos problemas físicos, a difusão segue a primeira lei de Fick, em que o fluxo é proporcional ao gradiente da concentração e ocorre no sentido contrário a concentração.

- Em 1D:




$$\phi = -\alpha \frac{du}{dx}$$

# Primeira Lei de Fick

# Primeira Lei de Fick

Em 1D: $$\phi = -\alpha \frac{du}{dx}$$

# Primeira Lei de Fick

Em 1D: $$\phi = -\alpha \frac{du}{dx}$$

Em *n*-D: $$\vec{\phi} = -\alpha \nabla u$$

# Primeira Lei de Fick

Em 1D: $$\phi = -\alpha \frac{du}{dx}$$

Em *n*-D: $$\vec{\phi} = -\alpha \nabla u$$

$\nabla u$: gradiente de *u*

# Primeira Lei de Fick

Em 1D: $$\phi = -\alpha \frac{du}{dx}$$

Em *n*-D: $$\vec{\phi} = -\alpha \nabla u$$

$\nabla u$: gradiente de *u*

Em 2D: $$\nabla u = \frac{\partial u}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\mathbf{j}$$

# Primeira Lei de Fick

Em 1D: $$\phi = -\alpha \frac{du}{dx}$$

Em *n*-D: $$\vec{\phi} = -\alpha \nabla u$$

$\nabla u$: gradiente de *u*

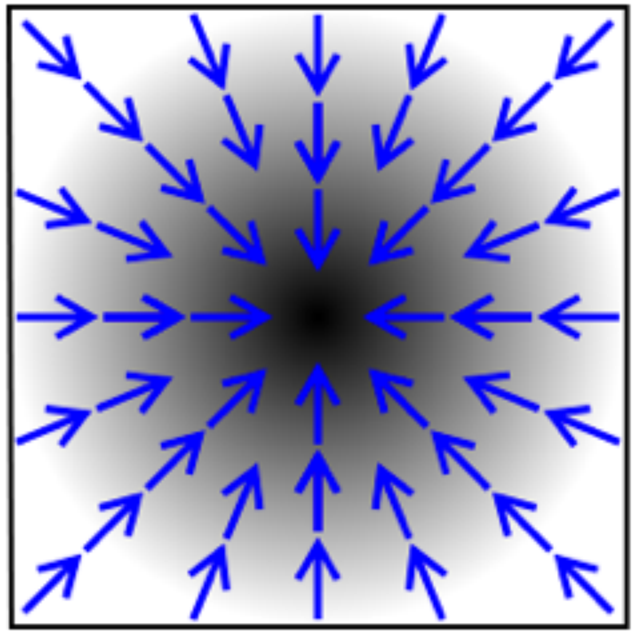
Em 2D: $$\nabla u = \frac{\partial u}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\mathbf{j}$$

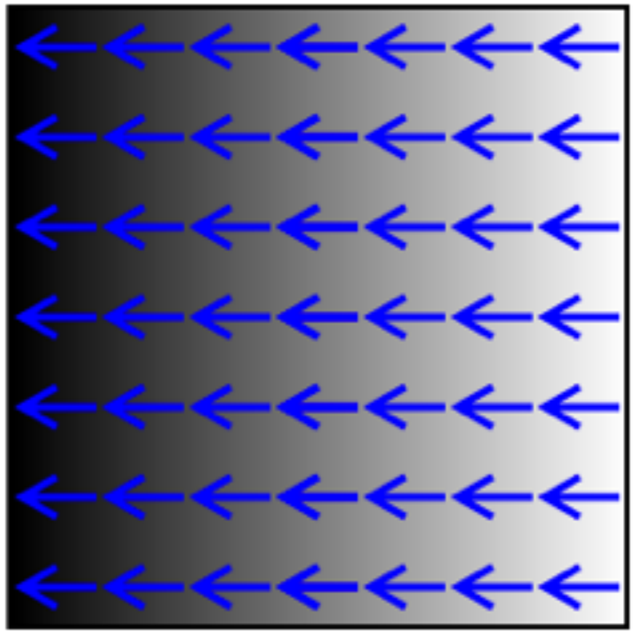
Em 3D: $$\nabla u = \frac{\partial u}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial u}{\partial z}\mathbf{k}$$

# Primeira Lei de Fick

Em 1D: $$\phi = -\alpha \frac{du}{dx}$$

Em *n*-D: $$\vec{\phi} = -\alpha \nabla u$$



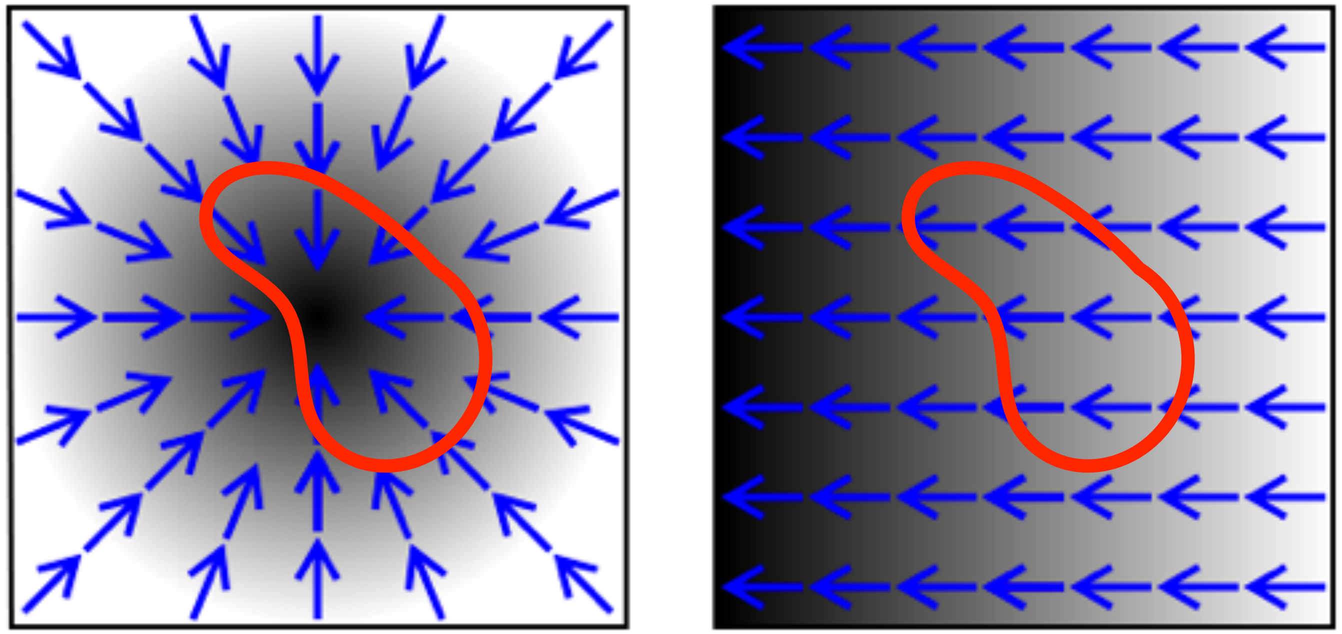


$\nabla u$: gradiente de *u*

Em 2D: $$\nabla u = \frac{\partial u}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\mathbf{j}$$

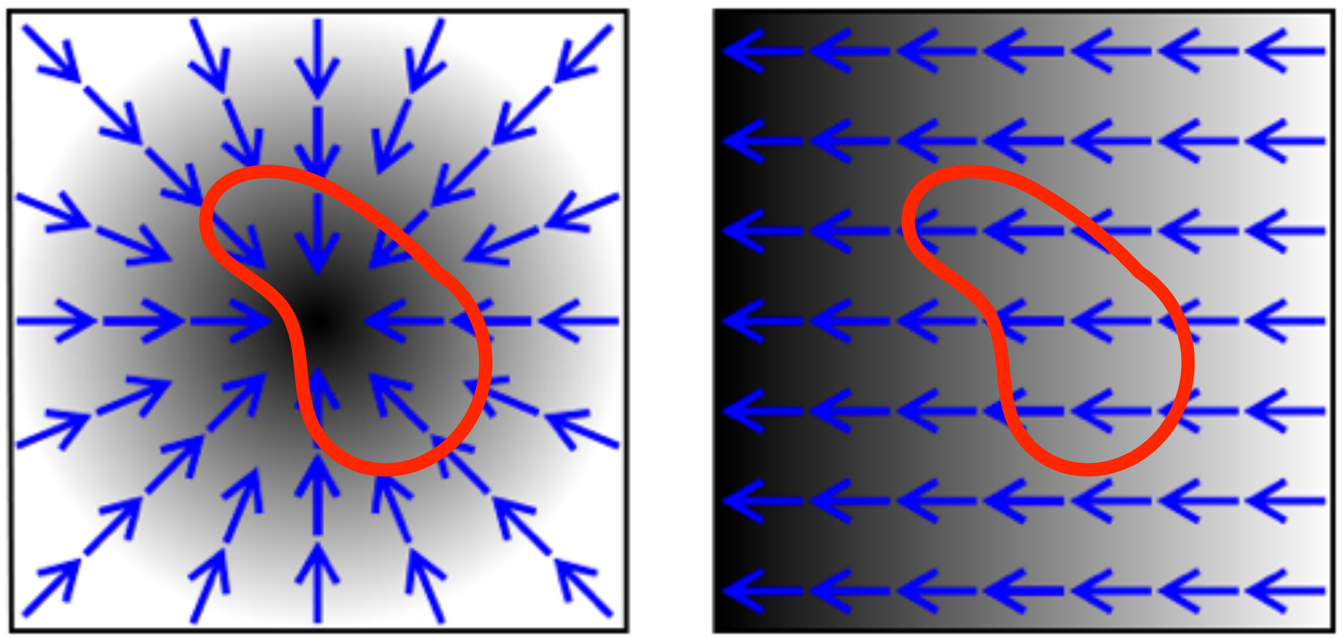
Em 3D: $$\nabla u = \frac{\partial u}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial u}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial u}{\partial z}\mathbf{k}$$

# Variação de *u* em um certo volume (3D) ou área (2D)



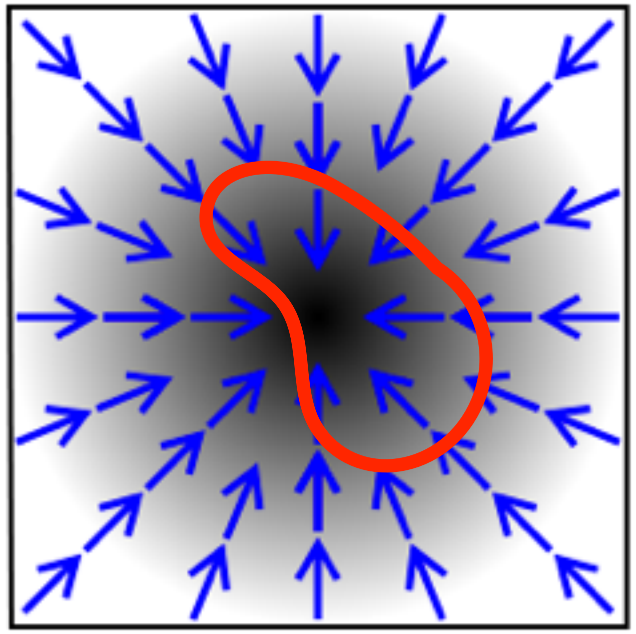
# Variação de *u* em um certo volume (3D) ou área (2D)

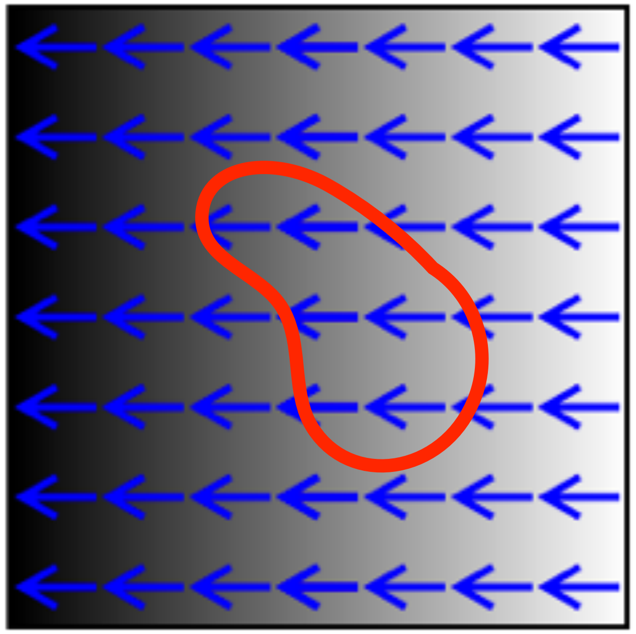
$$Q = \int_V u \; dV$$



# Variação de *u* em um certo volume (3D) ou área (2D)

$$Q = \int_V u \; dV$$

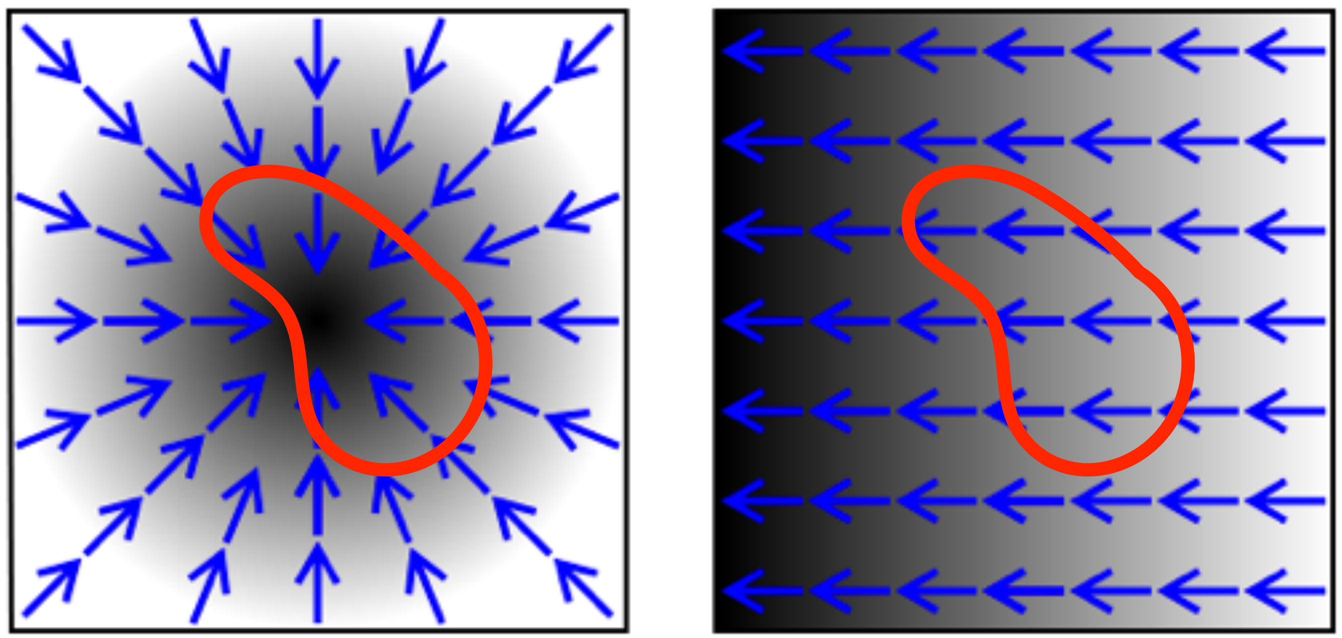




$$\frac{\partial Q}{\partial t}$$

# Variação de *u* em um certo volume (3D) ou área (2D)

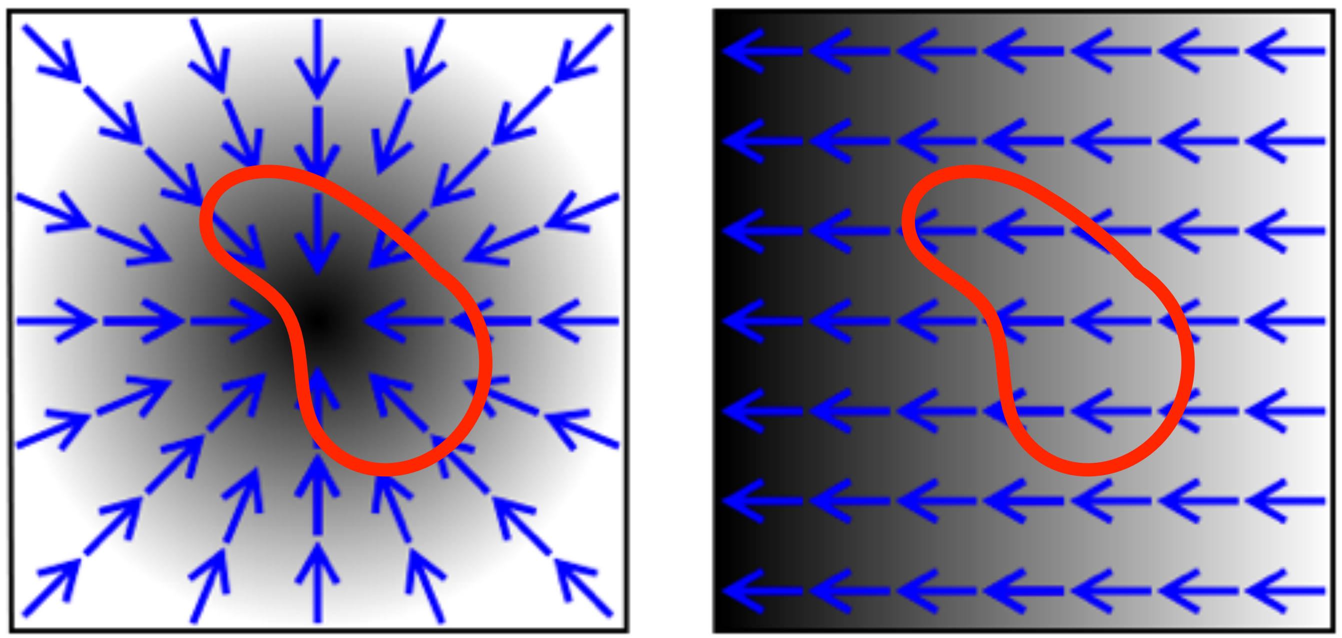
$$Q = \int_V u \; dV$$



$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V u \; dV$$

# Variação de *u* em um certo volume (3D) ou área (2D)

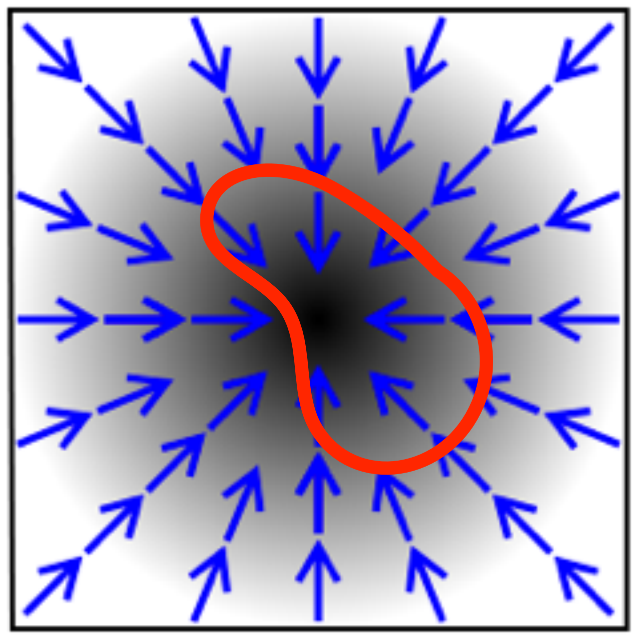
$$Q = \int_V u \; dV$$

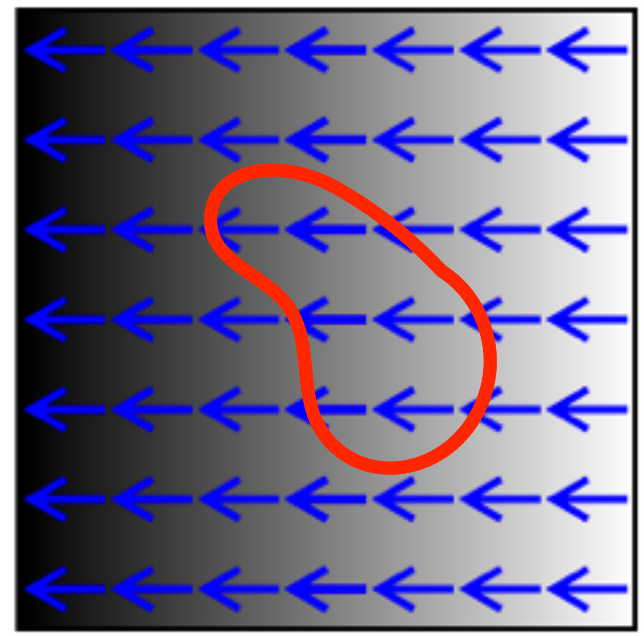


$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V u \; dV = \int_V \frac{\partial u}{\partial t} dV$$

# Variação de *u* em um certo volume (3D) ou área (2D)

$$Q = \int_V u \; dV$$





$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V u \; dV = \int_V \frac{\partial u}{\partial t} dV = -\oint_S \vec{\phi} \cdot \vec{n} dS$$

# Dedução da equação de difusão

# Dedução da equação de difusão

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\oint_S \vec{\phi} \cdot \vec{n} dS$$

# Dedução da equação de difusão

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\ dV = -\oint_S \vec{\phi}\cdot\vec{n}dS$$

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\ dV = -\int_V \nabla\cdot\vec{\phi}dV$$

# Dedução da equação de difusão

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\oint_S \vec{\phi} \cdot \vec{n} dS$$

teorema do divergente

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\int_V \nabla \cdot \vec{\phi} dV$$

# Dedução da equação de difusão

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\oint_S \vec{\phi}\cdot\vec{n}dS$$

teorema do divergente

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\int_V \nabla\cdot\vec{\phi}dV$$

$\nabla\cdot\vec{\phi}$: divergente de $\vec{\phi}$

# Dedução da equação de difusão

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\oint_S \vec{\phi} \cdot \vec{n} dS$$

teorema do divergente

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\int_V \nabla \cdot \vec{\phi} dV$$

$\nabla \cdot \vec{\phi}$: divergente de $\vec{\phi}$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{\phi}$$

# Dedução da equação de difusão

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\oint_S \vec{\phi} \cdot \vec{n} dS$$

teorema do divergente

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\int_V \nabla \cdot \vec{\phi} dV$$

$\nabla \cdot \vec{\phi}$: divergente de $\vec{\phi}$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{\phi}$$

Em 2D: $$\nabla \cdot \vec{\phi} = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y}$$

# Dedução da equação de difusão

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\oint_S \vec{\phi}\cdot\vec{n}dS$$

teorema do divergente

$$\int_V \frac{\partial u}{\partial t}\, dV = -\int_V \nabla\cdot\vec{\phi}dV$$

$\nabla\cdot\vec{\phi}$: divergente de $\vec{\phi}$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla\cdot\vec{\phi}$$

Em 2D: $$\nabla\cdot\vec{\phi} = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y}$$

Em 3D: $$\nabla\cdot\vec{\phi} = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial \phi_z}{\partial z}$$

# Dedução da equação de difusão

# Dedução da equação de difusão

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{\phi}$$

# Dedução da equação de difusão

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{\phi}$$ como $\vec{\phi} = -\alpha \nabla u$ $$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla u)$$

# Dedução da equação de difusão

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{\phi} \qquad \text{como } \vec{\phi} = -\alpha \nabla u \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla u)$$

Se $\alpha$ é constante

# Dedução da equação de difusão

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{\phi}$$ como $\vec{\phi} = -\alpha \nabla u$ $$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla u)$$

Se $\alpha$ é constante $$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u$$

# Dedução da equação de difusão

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{\phi}$$ como $\vec{\phi} = -\alpha \nabla u$ $$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla u)$$

Se $\alpha$ é constante $$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u$$

$\nabla^2 u$: laplaciano de $u$

# Dedução da equação de difusão

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{\phi}$$ como $\vec{\phi} = -\alpha \nabla u$ $$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla u)$$

Se $\alpha$ é constante $$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u$$

$\nabla^2 u$: laplaciano de $u$

Em 2D: $\nabla^2 u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

# Dedução da equação de difusão

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{\phi}$$ como $\vec{\phi} = -\alpha \nabla u$ $$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha \nabla u)$$

Se $\alpha$ é constante $$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u$$

$\nabla^2 u$: laplaciano de $u$

Em 2D: $\nabla^2 u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

Em 3D: $\nabla^2 u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}$

# Equação de difusão em 2D

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \nabla^2 u$$

1D
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)$$

2D
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

3D
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

# Aproximação em diferenças finitas

# Aproximação em diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

# Aproximação em diferenças finitas

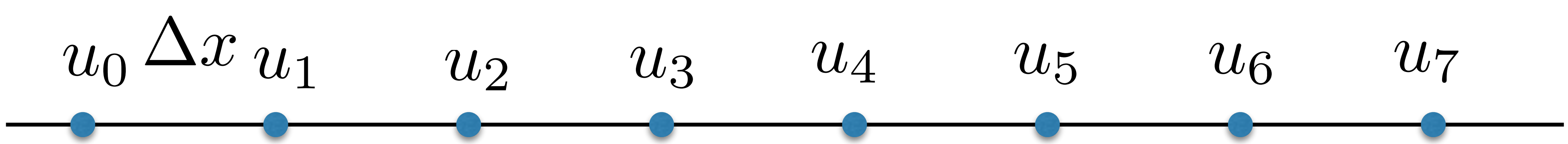
$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

# Aproximação em diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

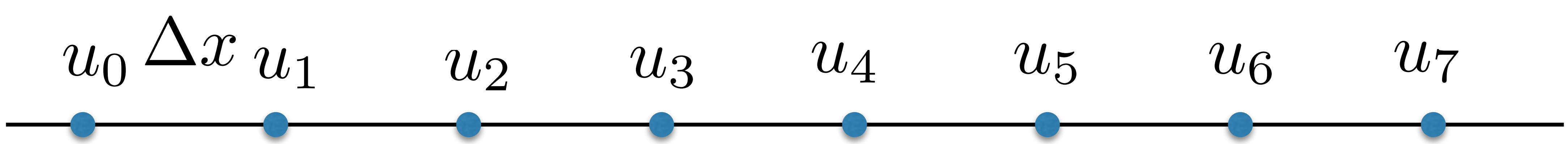
# Aproximação em diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$



# Aproximação em diferenças finitas

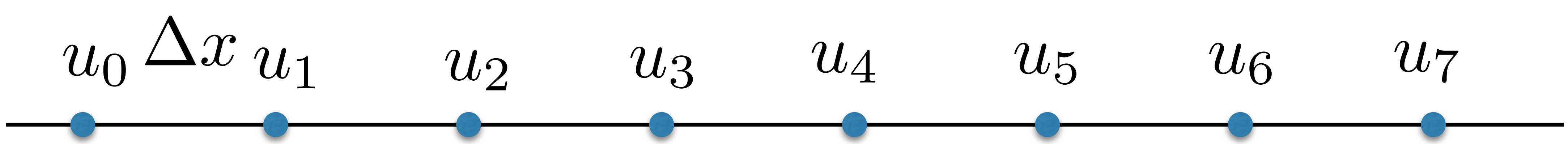
$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$




$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}$$

# Aproximação em diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$




$\frac{\partial u}{\partial x} \approx$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}$$

# Aproximação em diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

$u_0 \quad \Delta x \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5 \quad u_6 \quad u_7$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \quad \frac{u_1 - u_0}{\Delta x} \quad \frac{u_2 - u_1}{\Delta x} \quad \frac{u_3 - u_2}{\Delta x} \quad \frac{u_4 - u_3}{\Delta x} \quad \frac{u_5 - u_4}{\Delta x} \quad \frac{u_6 - u_5}{\Delta x} \quad \frac{u_7 - u_6}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}$$

# Aproximação em diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$


$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \quad \frac{u_1 - u_0}{\Delta x} \quad \frac{u_2 - u_1}{\Delta x} \quad \frac{u_3 - u_2}{\Delta x} \quad \frac{u_4 - u_3}{\Delta x} \quad \frac{u_5 - u_4}{\Delta x} \quad \frac{u_6 - u_5}{\Delta x} \quad \frac{u_7 - u_6}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}$$

# Aproximação em diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$


$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \quad \frac{u_1 - u_0}{\Delta x} \quad \frac{u_2 - u_1}{\Delta x} \quad \frac{u_3 - u_2}{\Delta x} \quad \frac{u_4 - u_3}{\Delta x} \quad \frac{u_5 - u_4}{\Delta x} \quad \frac{u_6 - u_5}{\Delta x} \quad \frac{u_7 - u_6}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{\frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x}}{\Delta x}$$

# Aproximação em diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$


$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \quad \frac{u_1 - u_0}{\Delta x} \quad \frac{u_2 - u_1}{\Delta x} \quad \frac{u_3 - u_2}{\Delta x} \quad \frac{u_4 - u_3}{\Delta x} \quad \frac{u_5 - u_4}{\Delta x} \quad \frac{u_6 - u_5}{\Delta x} \quad \frac{u_7 - u_6}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{\frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta x^2}$$

# Aproximação em diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$


$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \quad \frac{u_1 - u_0}{\Delta x} \quad \frac{u_2 - u_1}{\Delta x} \quad \frac{u_3 - u_2}{\Delta x} \quad \frac{u_4 - u_3}{\Delta x} \quad \frac{u_5 - u_4}{\Delta x} \quad \frac{u_6 - u_5}{\Delta x} \quad \frac{u_7 - u_6}{\Delta x}$$

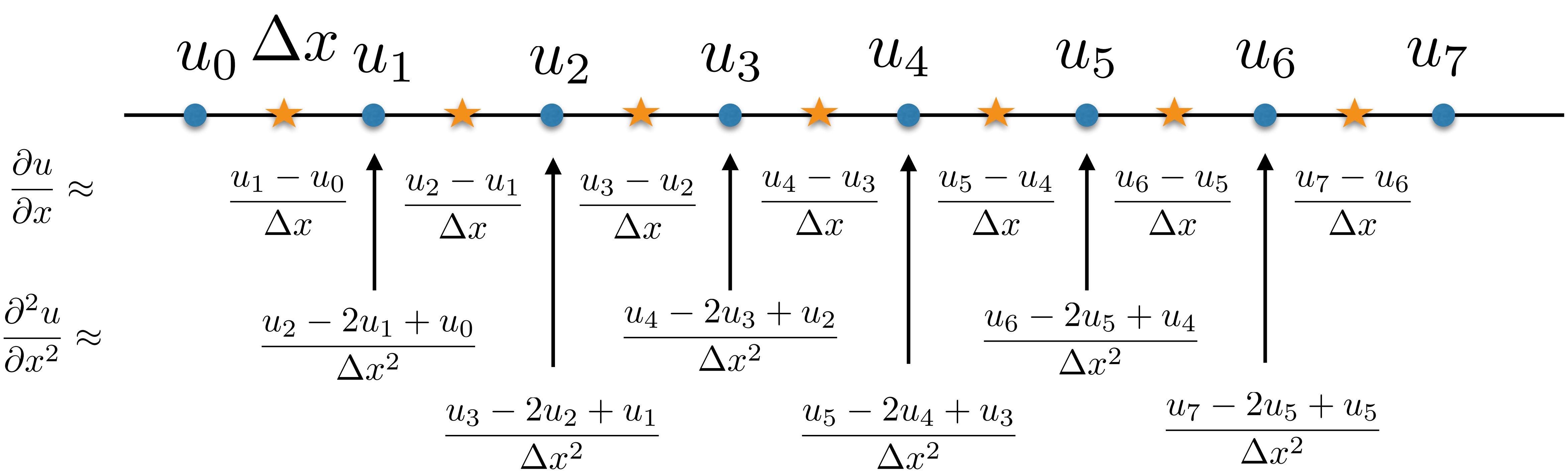
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{\frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta x^2}$$

# Aproximação em diferenças finitas

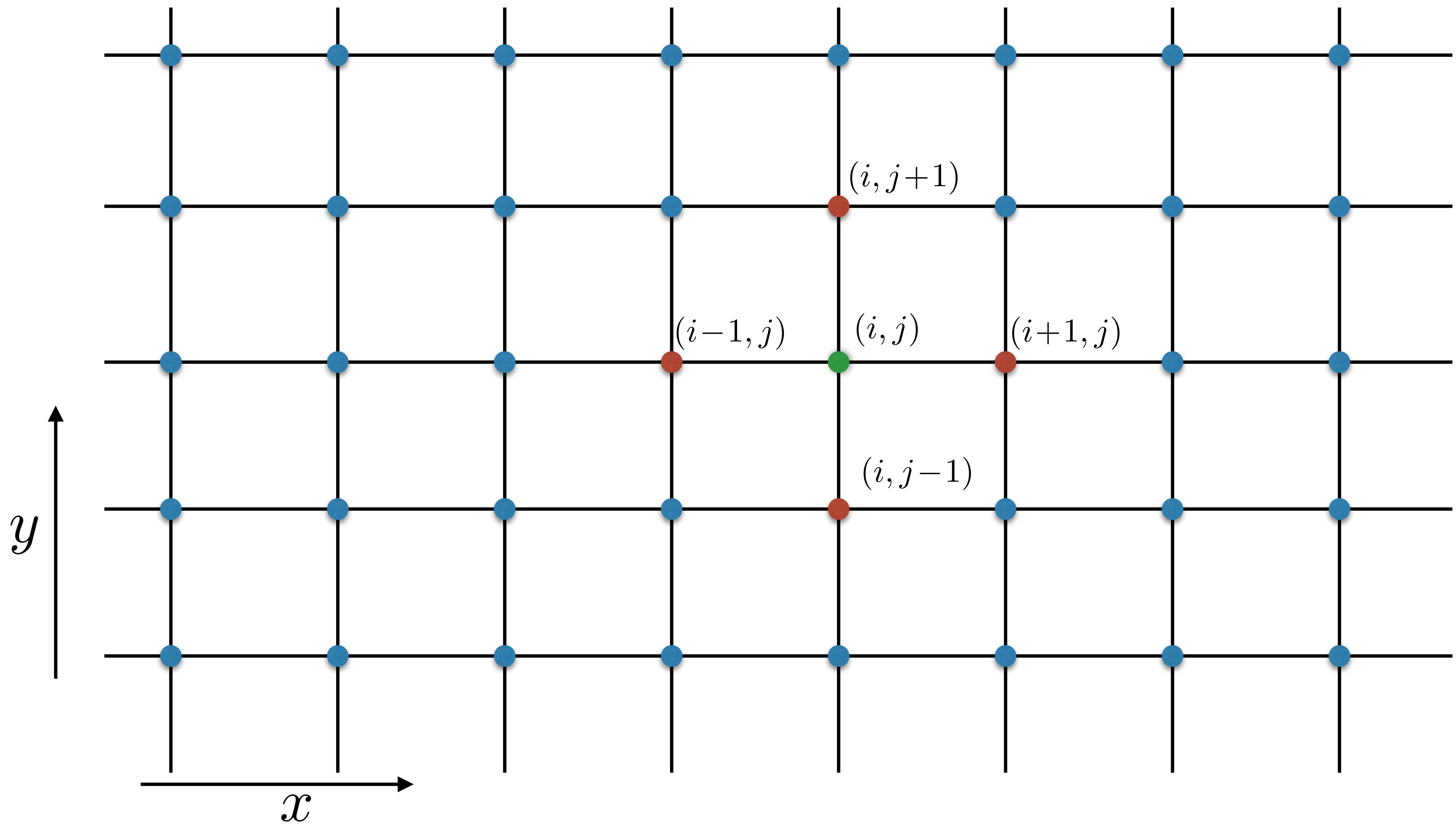
$$\frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \approx \frac{\Delta u}{\Delta x}$$




$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{\frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta x^2}$$

# Difusão em 2D
# Diferenças finitas




$$\frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} \approx \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial y^2} \approx \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta y^2}$$

# Difusão em 2D
# Diferenças finitas

# Difusão em 2D
# Diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

# Difusão em 2D
# Diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

Aproximando o membro da direita por diferenças finitas obtemos

# Difusão em 2D
# Diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

Aproximando o membro da direita por diferenças finitas obtemos

$$\alpha \left( \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right)$$

# Difusão em 2D
# Diferenças finitas

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

Aproximando o membro da direita por diferenças finitas obtemos

$$\alpha \left( \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right)$$

Se $\Delta x = \Delta y$

# Difusão em 2D
# Diferenças finitas

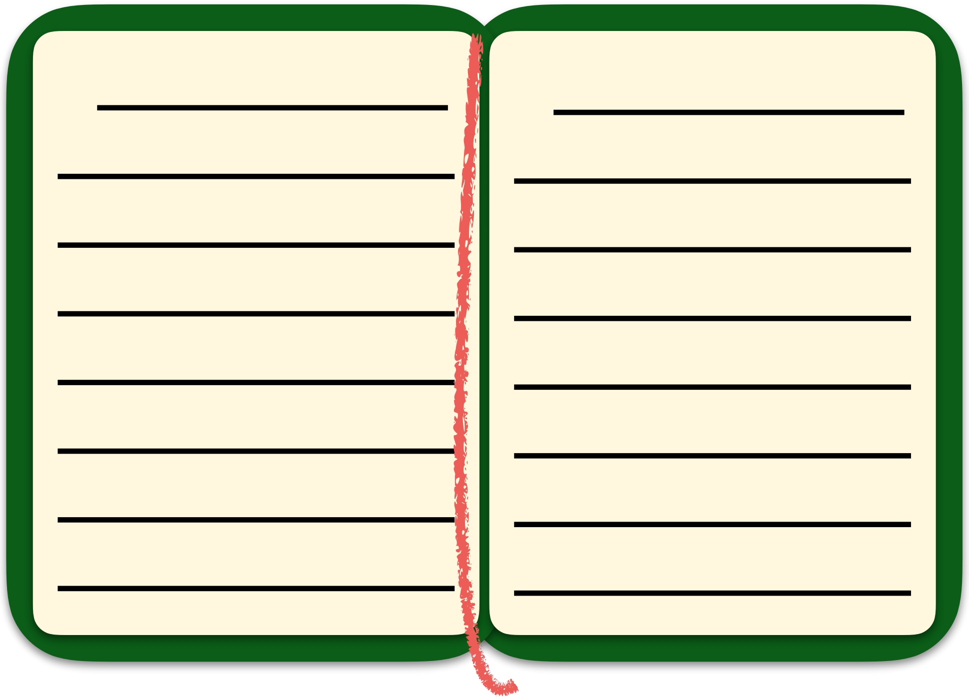
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

Aproximando o membro da direita por diferenças finitas obtemos

$$\alpha \left( \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta y^2} \right)$$

Se $\Delta x = \Delta y$

$$\alpha \left( \frac{u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - 4u_{i,j}}{\Delta x^2} \right)$$



# Notebook para casa

- Em diferentes porções da litosfera estirada do modelo numérico 2D, compare a curva de subsidência térmica com o previsto pelo modelo de McKenzie (1978) para o mesmo valor de beta.

- Escolha pontos ao longo da zona de transição, ou seja, onde há variação lateral de beta.