INSTITUTO DE FÍSICA DA USP

2º. SEMESTRE DE 2012

Física V – 4300311 - noturno

Prof. Mazé Bechara

4º (e último – ufa!) Trabalho Extra-Classe
As ondas das partículas materiais na mecânica quântica e as interpretações de Copenhague

---

Obs. Importantes:

1. Faça estas questões por escrito, em detalhes e com reflexão conforme a disciplina vai se desenvolvendo. Se tiver dúvidas, busque esclarecê-las completamente.

2. *A proposta é que todas estas questões estejam completamente resolvidas e incorporadas ao seu conhecimento até o final do semestre.*

3. Alguns conhecimentos, entretanto, serão objeto de avaliação na 2ª Prova. Este é o caso da questão 1

Questão 1. A dinâmica de uma partícula na mecânica quântica de Schroedinger – estado estacionário.

Uma partícula de massa m em movimento não relativístico tem uma auto-função de energia cuja parte espacial é dada por:

$$\psi_o(x,t) = A_o e^{-\frac{\alpha x^2}{2}} e^{-i\frac{E_o}{\hbar}t} \qquad \alpha = \frac{\sqrt{km}}{\hbar}$$

$E_0 = \frac{\hbar}{2}\sqrt{\frac{k}{m}}$, k é uma constante da dinâmica da partícula e A_o uma constante da solução da equação fundamental, matematicamente arbitrária.

a) Argumente que esta função tem todas as propriedades que permitem que ela represente um estado físico na mecânica quântica.
b) Determine a autofunção de energia normalizada. Justifique sua resposta e procedimentos, explicitando as razões físicas deles.
c) Determine a densidade de probabilidade da partícula estar em uma posição x no instante t. Esboce o gráfico desta densidade de probabilidade.
d) Determine: o valor médio, o valor mais provável, o valor menos provável da posição da partícula. Determine ainda: a probabilidade da partícula estar nestas posições no estado em questão. Indique todos estes valores no gráfico da densidade de probabilidade.
e) A partir das informações dadas determine a energia potencial de interação a qual está sujeita essa partícula. Justifique.
f) Mostre formalmente se a energia cinética é uma constante de movimento no estado acima. Idem para a energia potencial. Idem para a energia mecânica. Justifique.
g) A partícula sujeita a essa interação pode estar em estados fisicos com energia mecânica variável no tempo segundo a física clássica? E segundo a física quântica? Justifique.
h) Determine as relações $\Delta x \Delta p$ e $\Delta E \Delta t$ obedecidas por esta função de onda. Compare com a relação de incerteza de Heisenberg e comente.

i) O que pode ser previsto como resultado de uma única medida para a energia cinética, energia potencial e energia total, usando diretamente a função de onda dada? E em 100 medidas? Justifique.

Questão 2. Estado combinação linear de etados estacionários na mecânica quântica de Schroedinger – determinaçãoes e interpretações.

Uma partícula de massa m está sujeita ao potencial unidimensional $u(x) = kx^2/2$. As auto –funções normalizadas de energia deste potencial são escritas, em termos do número quântaico n, como $\Psi_n(x,t)$.

(a) Escreva a equação dos auto-estados de energia deste potencial.

(b) Os auto-estados de energia tem energias quantizadas? Justifique.

(c) A combinação linear:

$$\Psi(x,t)=c_n\Psi_n(x,t) + c_{n'}\Psi_{n'}(x,t)$$

é uma possível função de onda para a partícula sujeita ? Justifique formalmente a sua resposta.

(d) Se sua resposta foi positiva, esta função de onda pode ter quaisquer valores c_n e $c_{n'}$ como constantes? Justifique .

(e) Este estado tem energia constante? Se sua resposta for positiva determine a energia. Se for negativa, determine a energia média ou energia esperada do estado da função de onda dada. Justifique.

questão 3. *Solução de um potencial esquemático unidimensional na mecânica quântica de Schroedinger.*

Uma partícula de massa m se move com velocidade não relativística sob ação de um potencial V(x) como o da figura abaixo.

(a) Escreva as equações das autofunções de energia no intervalo $V_1<E<V_3$ na mecânica de Schroedinger. Justifique.

(b) Com base na mecânica clássica argumente sobre os tipos de movimento, e as posições ocupadas pela partícula no intervalo de energia $V_1<E<V_3$. Deixe claras as razões físicas nos seus argumentos.

(c) A partir das equações do item (a) determine as autofunções de energia da partícula em função de constantes não nulas (não é preciso determiná-las). Explicite as razões físicas que obrigam a anulação ou não anulação de constantes da solução geral. Justifique.

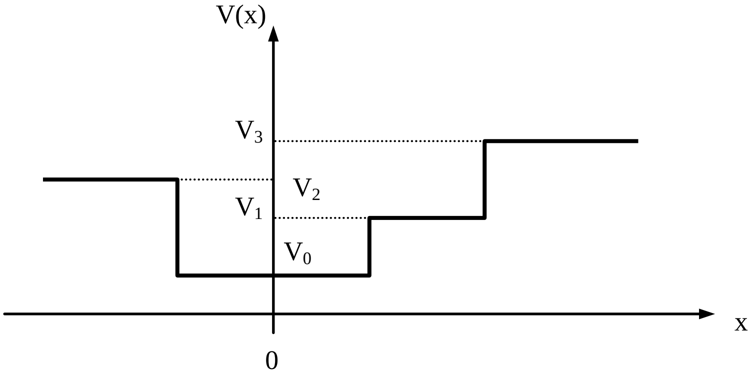
(d) Faça o esboço das funções de onda que representem estados de natureza diferente se houver (ligados e não ligados) versus a posição da partícula em todo o espaço. Abaixo, na mesma escala, faça um esboço da densidade linear de probabilidade versus a posição nos mesmos estados. Estes gráficos dependem de um particular instante? Justifique.

(e) Argumente sobre as posições que a partícula pode ocupar sem seu movimento segundo a mecânica de Schroedinger. Compare essa resposta com a as posições ocupadas segundo a física clássica (resposta ao item (b)).

(f) Escreva todas as condições que as funções de onda devem obedecer para cada situação física. Explicite as razões físicas de cada uma das condições. Explicite ainda quais são as incógnitas que devem ser determinadas a partir das condições que você escreveu para que a dinâmica da partícula esteja completamente resolvida.

(g) São as energias dos auto-estados do item (c) constantes no tempo? Constantes no espaço? São as energias quantizadas? Justifique com argumentos qualitativos.

(h) São as autofunções determinadas normalizáveis? Justifique. Se a resposta for positiva escreva a condição de normalização. Em resposta negativa escreva a equação “equivalente” para essa particular partícula dizendo explicitamente o significado físico da equação.



Questão 4: O átomo de hidrogênio nas várias quantizações e na mecânica quântica.

(a) Faça três diagramas dos níveis de energia do átomo de hidrogênio lado a lado, de forma que se possa comparar diretamente: um segundo a mecânica quântica de Schroedinger, outro segundo o modelo de Bohr e o terceiro segundo a quantização de Wilson-Sommerfeld sem correção relativística.

(b) Indique em cada nível de energia todos os números quânticos que caracterizam cada estado com aquela energia em cada teoria/modelo de quantização.

(c) Usando as funções de onda da teoria de Schroedinger para o átomo de hidrogênio nos estados com n=2, determine as distâncias mais provável e menos provável entre o núcleo e o elétron no átomo de H. Comente como estes resultados se comparam com os resultados de Bohr e de Wilson-Sommerfeld para as posições do elétron em relação ao núcleo.

(d) Ainda para o estado n=2 desenhe, de forma comparativa, os vetores momento angular e suas componentes do movimento relativo: segundo o modelo de Bohr, de Wilson-Sommerfeld e a mecânica de Schroedinger. Justiique

(e) Os resultados de Bohr, Wilson-Sommerfeld e a mecânica de Schroedinger obedecem ao princípio de correspondência de Bohr no que concerne aos valores de energia? E no que concerne às freqüências emitidas nas transições atômicas? Justifique.