Matrizes Vetores e Geometria Analítica - Lista 2
Prof. Dr Helton Hideraldo Bíscaro

1. Seja $\{u, v, w\}$ um conjunto L.I. de um espaço vetorial V. Prove que o conjunto $\{u + v - 3w, u + 3v - w, v + w\}$ é L.D.;

2. Suponha que $\{v_1, \dots, v_n\}$ é um conjunto L.I. de um espaço vetorial. Mostrar que $\{a_1v_1, \dots, a_nv_n\}$ também é L.I., desde que os $a_{i's}$ sejam todos não nulos;

3. Considere o conjunto $\{a_1v_1, \dots, a_nv_n\}$ do exercício anterior. O que acontece se um dos $a_{i's}$ for zero? Justifique.

4. Determine quais dos seguintes conjuntos são bases de $\mathbb{R}^3$:

   (a) $\{(1, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)\}$;
   (b) $\{(1, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 2, 1)\}$;
   (c) $\{(3, 0, 0), (1, 1, 0), (2, 2, 2), (1, 3, 5)\}$;
   (d) $\{(1, 1, 1), (2, 2, 0)\}$.

5. Considere $\{u_1, u_2, u_3\}$ uma base de um espaço vetorial V. Prove que o conjunto $\{v_1, v_2, v_3\}$, onde $v_i = u_1 + u_i$, também é uma base de V.

6. Mostre que se $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ é uma base de um espaço vetorial V, a equação :
$$c_1v_1 + \dots + c_kv_k = c_{k+1}v_{k+1} + \dots + c_nv_n$$
só pode ser verdadeira quando todos os $c_{i's} = 0$.

7. Mostre que, considerando uma base $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ de um espaço V, cada combinação linear é única, isto é, cada vetor $u \in V$ pode ser escrito de maneira única como combinação linear dos vetores de B.