Matrizes Vetores e Geometria Analítica - Lista 1
Prof. Dr Helton Hideraldo Bíscaro

1. Sejam u, v e w vetores de um espaço vetorial qualquer. Mostre que se $u + v = u + w$, então $v = w$;

2. Mostre que, para todo espaço vetorial V, o vetor nulo e é único;

3. Mostre que cada vetor $u \in V$ admite um único vetor simétrico $-u$;

4. Seja $V = \mathbb{R}^2$. Se $u = (x1, x2) \in V$ e $v = (y1, y2) \in V$, então V , com as operações de adição:

$$u + v = (x1 + y1, x2 + y2)$$

e multiplicação por escalar

$$\alpha u = (\alpha^2 x1, \alpha^2 x2)$$

é um espaço vetorial sobre R?

5. Seja $V = \mathbb{R}^2$. Se $u = (x1, x2) \in V$ e $v = (y1, y2) \in V$, então V , com as operações de adição:

$$u + v = (x1 + y1, x2 + y2)$$

e multiplicação por escalar

$$\alpha u = (-\alpha x1, -\alpha x2)$$

é um espaço vetorial sobre R?

6. Seja $V = \mathbb{R}^3$. Verifique quais dos subconjuntos abaixo são subespaços de V:

   (a) $W = \{(x, y, z) \in V : x + y + z = 0\}$;
   (b) $W = \{(x, y, z) \in V : x \geq y \geq z\}$;
   (c) $W = \{(x, y, z) \in V : x - 3z = 0\}$;
   (d) $W = \{(x, y, z) \in V : x \in \mathbb{Z}\}$;
   (e) $W = \{(x, y, z) \in V : x2 + y2 + z2 \leq 1\}$;
   (f) $W = \{(x, y, z) \in V : x \geq 0\}$;
   (g) $W = \{(x, y, z) \in V : xy = 0\}$;
   (h) $W = \{(x, y, z) \in V : x = z^2\}$.

7. Sejam V um espaço vetorial sobre $\mathbb{R}$ e W_1, W_2 subespaços de V . Mostre que $W1 \cup W2$ é um subespaço de V se, e somente se, $W1 \subseteq W2$ ou $W2 \subseteq W1$.