

Terceira Lista de Exercícios - SEL 5739 Sistemas Não Lineares

Prof. Luís Fernando Costa Alberto

9 de Setembro de 2019

EXERCÍCIO 1) Sejam k_1, k_2 constantes positivas e seja f uma função não negativa em um intervalo $\alpha \leq t \leq \beta$ satisfazendo a seguinte desigualdade

$$f(t) \leq k_1 + k_2 \int_{\alpha}^t f(s) ds.$$

Mostre que

$$f(t) \leq k_1 e^{k_2(t-\alpha)}.$$

EXERCÍCIO 2) Seja $x(t)$ uma função escalar não negativa que satisfaça a seguinte desigualdade,

$$y(t) \leq k_1 e^{-\alpha(t-t_0)} + \int_{t_0}^t e^{-\alpha(t-\tau)} [k_2 y(\tau) + k_3] d\tau$$

onde k_1, k_2, k_3 são constantes não negativas e α é uma constante positiva estritamente maior do que k_2 . Mostre que

$$y(t) \leq k_1 e^{-(\alpha-k_2)(t-t_0)} + \frac{k_3}{\alpha - k_2} [1 - e^{-(\alpha-k_2)(t-t_0)}].$$

Sugestão: Pré-multiplique a desigualdade por $e^{\alpha t}$ e utilize a desigualdade de Gronwall generalizada.

EXERCÍCIO 3) Seja a equação diferencial

$$\dot{x} = -ax + b \operatorname{sen}(x) + c(\cos(x))x$$

onde a, b, c são constantes reais positivas e $a > c$. Mostre que

$$|x(t)| \leq |x_0| e^{-(a-c)t} + \frac{b}{a-c} [1 - e^{-(a-c)t}] \quad \forall t \geq 0$$

onde $x(0) = x_0$.