

Aula 05 – Peças submetidas à flexão simples: solicitações tangenciais.**1. Introdução.**

Na aula anterior iniciou-se o estudo de solicitações normais com o caso de flexão normal simples. Torna-se necessário agora analisar as solicitações tangenciais. Serão tratadas exclusivamente as solicitações tangenciais relacionadas com a força cortante.

De acordo com o que foi apresentado nos cursos de estática, a força cortante V representa a taxa de variação, ou a derivada, do momento fletor (M) em uma barra. Portanto, quanto maior a variação do momento fletor em determinado trecho da barra maior será a força cortante. Essa característica deverá servir como orientação para escolha dos trechos em que a força cortante é mais significativa no dimensionamento – na verdade, essa característica é explicitada graficamente no diagrama de V .

Neste trabalho serão apresentados conceitos úteis para dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante conforme a NBR 6118, cujas expressões são discutidas detalhadamente, e, por fim, são feitos comentários sobre recomendações de ordem construtiva.

2. Generalidades.

Apresenta-se o exemplo ilustrado nas figuras a seguir para iniciar esta parte do curso que será destinada às solicitações tangenciais.

Considere-se um estudo de caso. Um pilar engastado e livre de concreto sofreu ruptura após ser solicitado por força horizontal decorrente de impacto de um veículo.

É interessante esclarecer que, apesar de se tratar de um pilar, o exemplo ilustra o que pode ocorrer em flexão simples, pois, na situação descrita o dito pilar trabalha virtualmente como se fosse uma viga. Isso porque o efeito da força normal é desprezível frente ao do momento fletor nesse caso.

Adiantando um pouco o que será visto quando forem abordados pilares, pode-se começar a imaginar como avaliar os efeitos de M e N , haja vista que são esforços com unidades distintas. A análise mais simples é feita comparando-se a excentricidade $e=M/N$ com a extensão do núcleo central (k) da seção transversal da barra. No caso em questão, como a força normal é pequena, essa excentricidade é bem maior que a extensão do núcleo central da peça, de forma que o efeito predominante será de flexão, para essa situação de carregamento.



(a)



(b)

Figura 1 – Ruptura de um pilar da fachada de um galpão devido à ação horizontal decorrente de impacto de veículo: (a) vista geral onde se observam esquadrias e cobertura danificadas; (b) vista do local de aplicação da força horizontal.

Analisando-se a Figura 2, observa-se que a ruptura ocorreu segundo uma superfície inclinada em relação à seção transversal, porém, há muita coisa acontecendo:

- O concreto sofreu uma fissura inclinada;
- A armadura longitudinal deformou-se causando deslocamento do concreto, o que sugere falha na aderência aço-concreto;
- Os estribos sofreram ruptura;
- A região da seção comprimida por momento fletor foi esmagada, como se observa no canto inferior esquerdo do pilar, na Figura 2;



Figura 2 – Detalhe da ruptura: as fitas adesivas indicam, de forma aproximada, onde estavam os estribos que sofreram ruptura em decorrência do impacto; as setas, perpendiculares à superfície de ruptura ilustram a direção provável das tensões de tração.

Utilizando-se como referência, LEONHARDT (1977), pode-se dizer que, provavelmente ocorreu combinação de ruptura por força cortante-tração (*web reinforcement failure*) com ruptura por força cortante-flexão (*diagonal tension failure*).

Nota-se que é um assunto interessantíssimo e com muito a ser considerado para que o fenômeno seja interpretado corretamente. Fica clara a necessidade de uma armadura transversal – pode-se ver que a armadura longitudinal, apesar de essencial e imprescindível para resistir ao momento fletor, foi ineficaz para impedir esta forma de ruptura. Conforme será visto nesta aula, caso houvesse armadura transversal em grande quantidade poderia ainda ocorrer outro fenômeno, que seria a ruptura diagonal do concreto da viga por compressão, e que precisa ser checado.

Esses fenômenos podem ser mais bem esclarecidos à luz de um modelo físico concebido por um engenheiro alemão, chamado E. Morsch, em 1909. Segundo REINECK (1999): “For the shear design, the thorough observation of cracking and failure of beams led Morsch (1909,1922) to regard the concrete between the inclined cracks as struts of a truss.”. Na Figura 3, apresenta-se ilustração da assim denominada Treliça de Morsch, que será utilizada como base para dimensionamento nos itens a seguir.

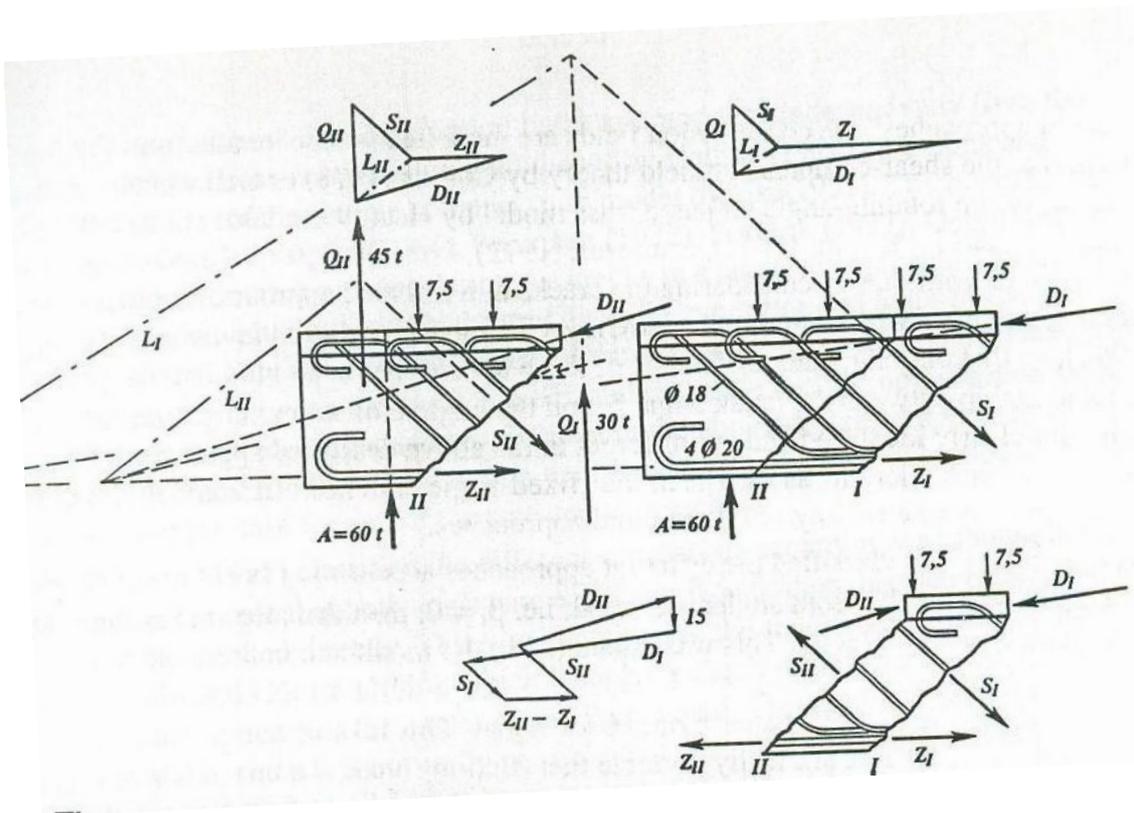


Figura 3 – Treliça de Morsch (REINECK, 1999).

Apresentam-se, na Figura 4, quadros de fissuras em uma viga simplesmente apoiada e uma viga em balanço, submetidas aos carregamentos indicados. Como exercício, pede-se para o aluno indicar nessas vigas as treliças fictícias, seguindo os princípios:

- Banzos inferior e superior horizontais;
- Diagonais e eventuais montantes comprimidos acompanhando aproximadamente a direção das fissuras;
- Montantes verticais tracionados;

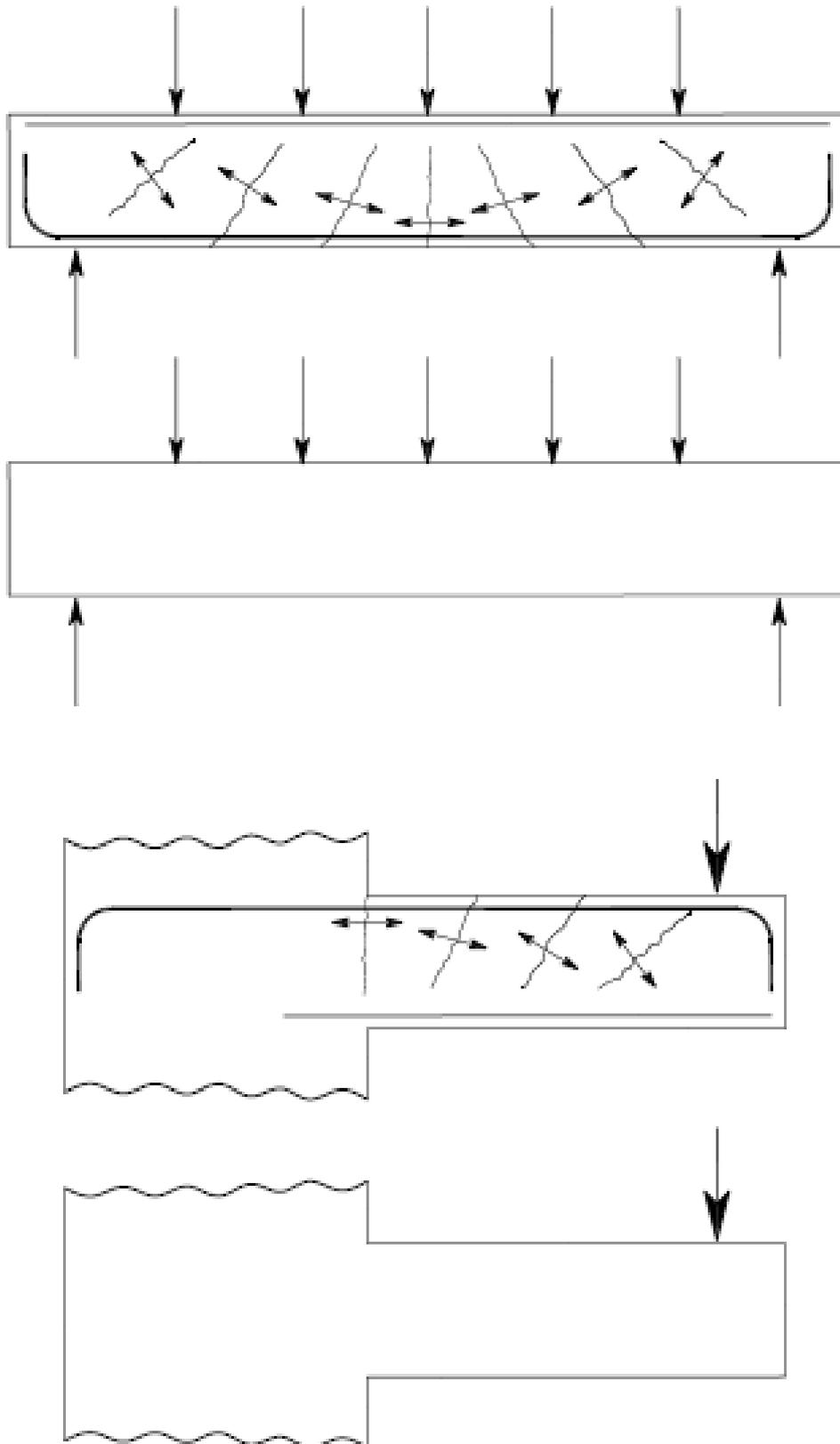


Figura 4 – Exercício proposto: esboçar a treliça de Morsch a partir do panorama de fissuras indicado – estribos não representados.

Algumas informações úteis com relação às fissuras que se formam em vigas de concreto armado (decorrentes do trabalho estrutural apenas):

- Somente a partir de 0,1mm é que se começam a identificar fissuras a olho nu, em geral;
- Para algumas situações, fissuras de até 0,3mm não trazem problemas estruturais nem de durabilidade para a estrutura – isso não pode ser generalizado pois há situações de ambientes mais agressivos, ou de armaduras mais sensíveis à corrosão ou mesmo de exigências estéticas mais severas;
- O aluno pode preparar um “fissurômetro” de maneira simples (ver Figura 5): basta traçar linhas com as penas de desenho 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,40, por exemplo – a leitura é feita por comparação. Existem produtos disponíveis no mercado, alguns inclusive mais aprimorados e providos de lupa.
- Fissuras acima de 0,3mm em vigas de concreto armado não são comuns de ocorrerem em serviço e podem ser indício de tensões excessivas na armadura;
- Fissuras de cisalhamento raramente são visíveis a olho nu em estruturas de concreto dimensionadas adequadamente e, para as cargas de serviço, usualmente a adoção das armaduras previstas por normas limita a formação dessas fissuras;

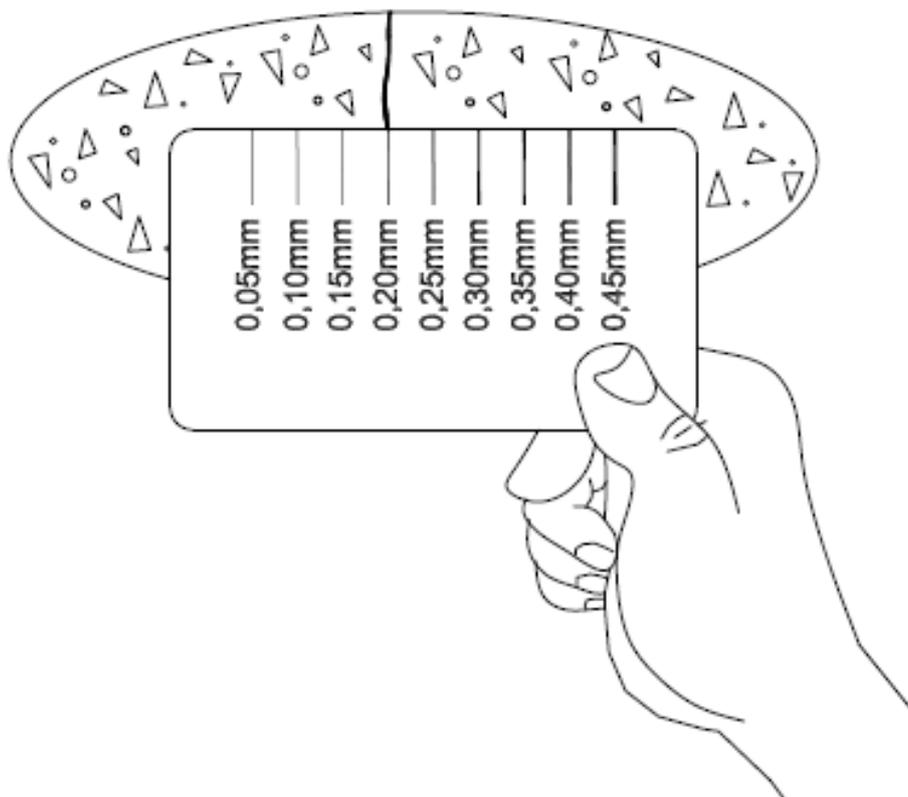


Figura 5 – Exemplo de medidor de abertura de fissuras.

3. Cálculo da força cortante resistente de vigas.

Novamente, deve-se garantir que a resistência seja superior à solicitação. No caso específico $V_{Rd} \geq V_{Sd}$, ou seja, o esforço cortante resistente deve ser maior que o solicitante.

Considerando que já foi atendida a verificação de solicitações normais ($M_{Rd} \geq M_{Sd}$), a armação longitudinal pode ser considerada como verificada – mais adiante, quando tratar-se de ancoragem, será visto que é necessária uma verificação adicional referente à armadura longitudinal que chega ao apoio.

O modelo de treliça é extremamente útil para ilustrar o processo de dimensionamento (Figura 6). Por esse modelo, a verificação ao esforço cortante é desmembrada em duas partes:

- Garantir o não esmagamento do concreto, que equivale à verificação da diagonal comprimida da treliça;
- Garantir que a armação transversal não entre em escoamento, que equivale a verificar os montantes tracionados da treliça.

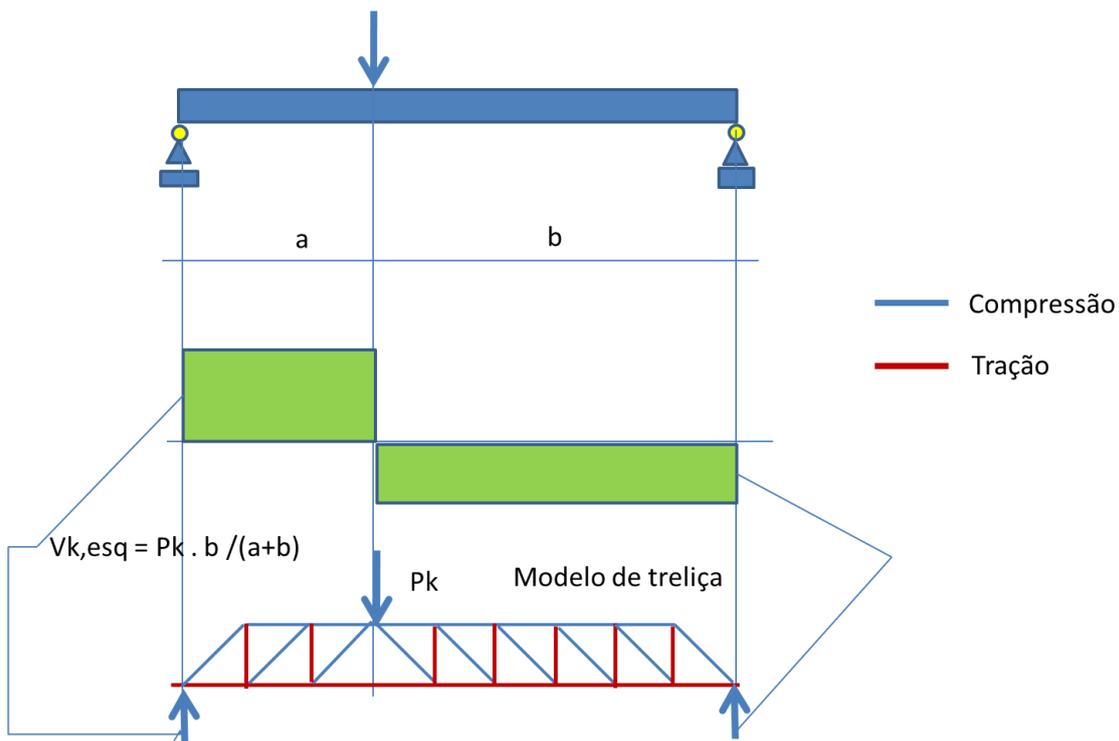


Figura 6 – Modelo de treliça (GRAZIANO & SIQUEIRA).

Os dois estados limites são equacionados em função da força cortante ($V_d = 1,4 \times V_k$) que ocorre na seção da viga. Para garantir o não esmagamento do concreto deve-se ter:

- $V_d \leq V_{Rd2}$

onde V_{Rd2} será determinado em função das características do concreto e da seção transversal, portanto, independe da armadura transversal existente.

Para garantir que a armadura transversal não entre em escoamento, deve-se ter:

- $V_d \leq V_{Rd3}$

onde V_{Rd3} será determinado em função da armadura transversal e das características do concreto.

Para cálculo de V_{Rd2} é utilizada a expressão abaixo:

- $V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d$

sendo

- $\alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250)$, com f_{ck} em MPa.

Portanto, a limitação da tensão máxima de compressão é mais restritiva que aquela empregada no caso de flexão simples.

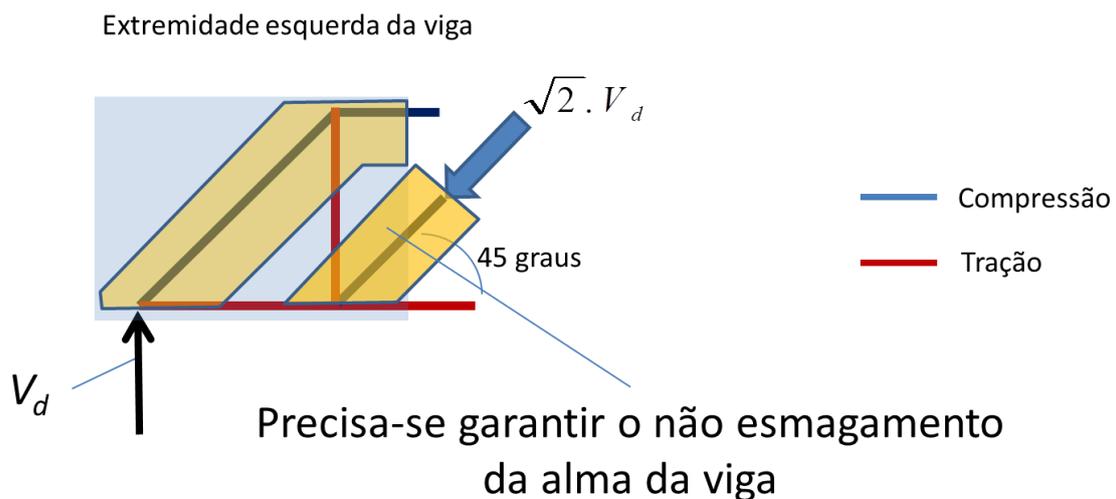


Figura 7 – Esquema para verificação da compressão no concreto (GRAZIANO & SIQUEIRA).

Os valores de α_{v2} são apresentados na Tabela 1. Tratam-se de valores adimensionais, portanto, na expressão de V_{Rd2} pode-se usar unidade compatível para f_{cd} conforme se esteja trabalhando com dimensões em metros ou centímetros.

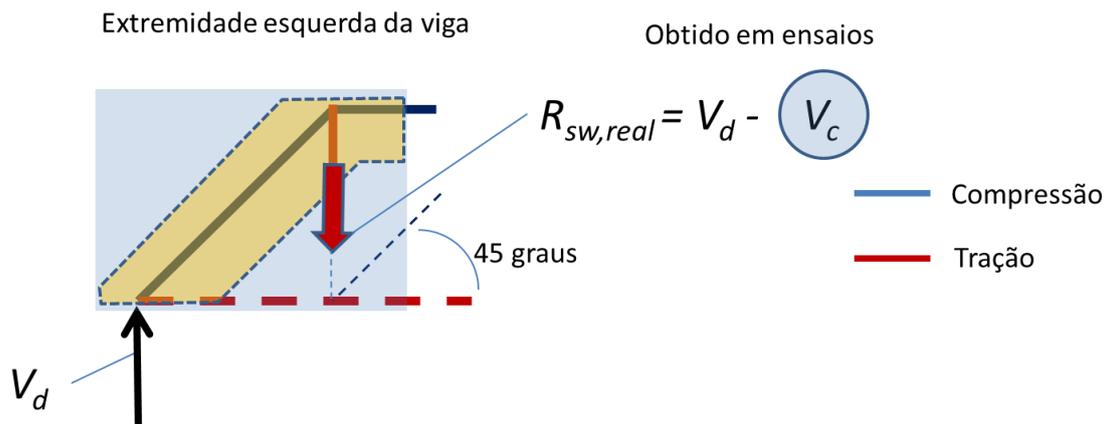
α_{v2}	Classe do concreto						
	C-20	C-25	C-30	C-35	C-40	C-45	C-50
	0,92	0,9	0,88	0,86	0,84	0,82	0,8

Tabela 1 – Valores do coeficiente α_{v2} em função da classe de concreto.

O valor de V_{Rd3} é dado por:

- $V_{Rd3} = V_{sw} + V_c$

onde V_{sw} corresponde à parcela da tração resistida pela armadura transversal, ou da alma (*web*) da viga. V_c corresponde à “contribuição do concreto” e busca explicar as diferenças que se verificam entre as tensões nos estribos medidas em ensaios e as determinadas analiticamente pelo modelo matemático empregado.



A força real no estribo é menor do que a determinada pelo modelo matemático

Figura 8 – Esquema para cálculo da armadura (GRAZIANO & SIQUEIRA).

Os valores de V_{sw} e de V_c são, respectivamente:

- $V_{sw} = 0,9 d (A_{sw}/s) f_{wyd}$;
- $V_c = 0,6 f_{ctd} b_w d$;

A tensão na armadura, f_{wyd} , é a tensão de escoamento do aço – observar que se trata do escoamento à tração, apesar do esforço não ser normal; isso porque, na analogia de treliça, o aço contribui com as barras tracionadas. O valor da tensão não pode ser superior a 435MPa, de acordo com a norma. Portanto, caso se utilize Aço CA25, tem-se 217MPa; no caso de aço CA50 tem-se 435MPa; e no caso de aço CA60, tem-se, 435MPa, também.

A resistência à tração do concreto f_{ctd} deve ser calculada a partir do seu valor característico inferior, ou seja $f_{ctd} = f_{ctk,inf} / 1,4$.

4. Aspectos construtivos.

A armadura para resistir à força cortante deve ser constituída por estribos que podem ser combinados ou não com barras dobradas. As barras dobradas têm direção coincidente com a dos esforços de tração da treliça de Morsch e, em princípio, conduziriam a dimensionamento mais econômico. Do ponto de vista de área de aço, são, de fato, mais econômicas. Porém, o comprimento da barra dobrada supera o do estribo vertical e um fato compensa outro, de certa forma.

Atualmente, os projetistas têm utilizado com maior frequência somente estribos verticais, sendo as barras dobradas mais empregadas em lajes que eventualmente necessitem de armadura transversal para força cortante ou em elementos especiais. De qualquer forma, a norma NBR6118 diz em seu Item 17.4.1.1.3 que as barras dobradas não devem suportar mais que 60% do esforço total resistido pelas barras da armadura. Neste trabalho será dada ênfase ao uso de estribos verticais; o aluno poderá complementar o estudo sobre armaduras de cisalhamento na bibliografia especializada.

Em primeiro lugar deve-se definir o diâmetro do estribo. A NBR 6118 recomenda que não se utilize diâmetro inferior a 5mm nem superior a 1/10 da largura da alma da viga.

O espaçamento entre estribos deve ser verificado, quanto a valores máximos e mínimos. Na Figura 9 são apresentados esses limites para espaçamento medido na longitudinal.

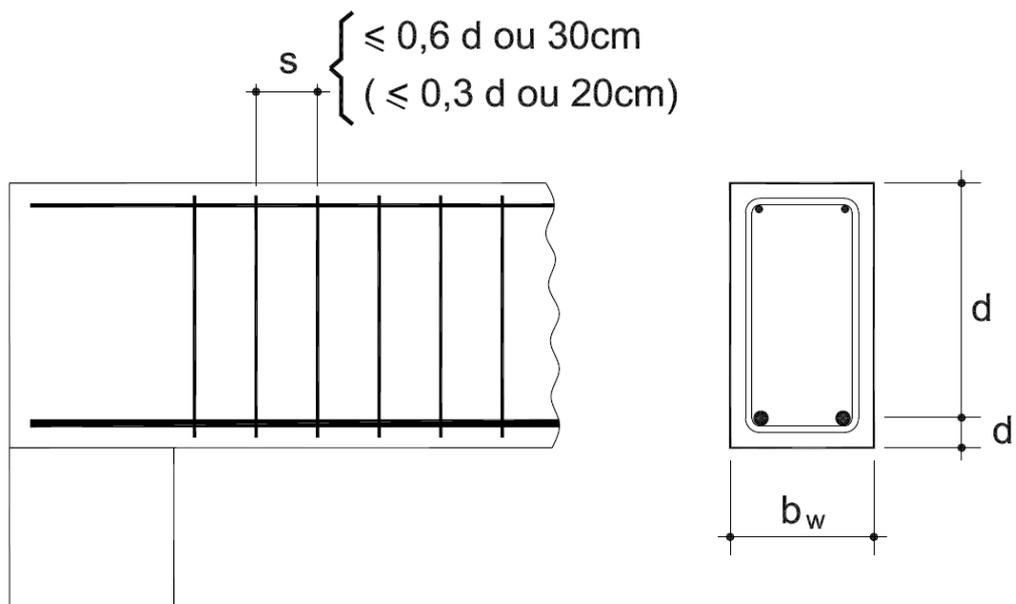


Figura 9 – Espaçamento horizontal longitudinal máximo de estribos de vigas: os valores entre parênteses se aplicam para o caso de força cortante elevada, que pode ser definida por $V_d > 0,67V_{Rd2}$.

No caso de vigas de grande largura, é comum utilizarem-se estribos de vários ramos. O espaçamento horizontal transversal entre ramos sucessivos também deve ser mantido dentro de limites, ilustrados na Figura 10.

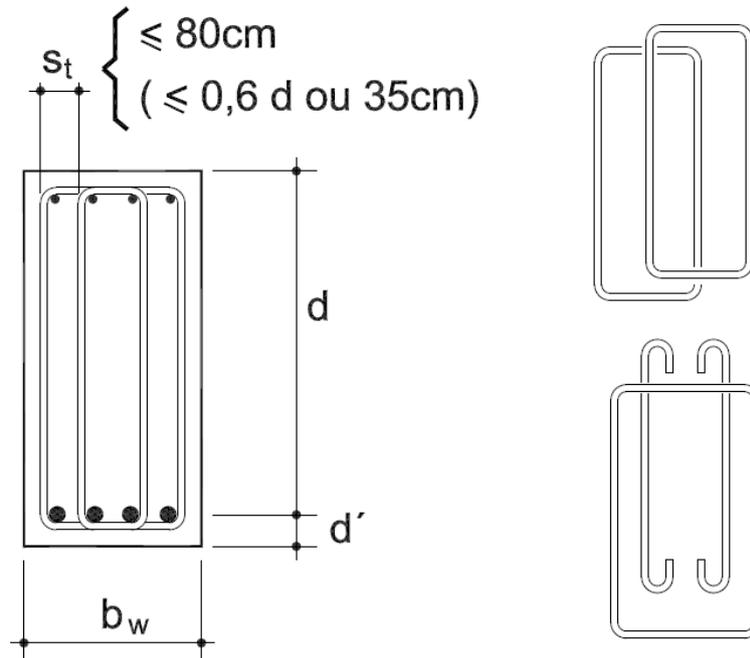


Figura 10 – Espaçamento horizontal transversal máximo entre ramos sucessivos de estribos de vigas: os valores entre parênteses se aplicam para o caso de força cortante elevada, que pode ser definida por $V_d > 0,20V_{Rd2}$.

O espaçamento mínimo é normalmente dado por questões construtivas, sendo usual não se adotar espaçamento inferior a 7,5cm.

Os estribos devem ser fechados por meio de ramos horizontais que envolvam a armadura de tração e devem ainda ser ancorados na face oposta da viga. Quando na face de ancoragem houver tração, a norma recomenda que os estribos sejam fechados também nesta face por um ramo horizontal ou armadura complementar.

A ancoragem, em geral é feita com ganchos, conforme tabela apresentada na terceira aula e reproduzida novamente abaixo.

Diâmetro dos pinos de dobramento - estribos			
Bitola (mm)	Tipo de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
≤ 10	3Φ	3Φ	3Φ
10 < Φ < 20	4Φ	5Φ	*
≥ 20	5Φ	8Φ	*

Tabela 2 – Diâmetros de dobramento dos ganchos de estribos.

BIBLIOGRAFIA

ABNT_NBR 6118. Projeto e execução de estruturas de concreto. Rio de Janeiro: ABNT, 2004.

GRAZIANO, F. P. & SIQUEIRA, J. A. L. PEF 2304 FAU-USP. Concreto armado: expressões para pré-dimensionamento.

LEONHARDT, F. & MÖNNING, E. Construções de concreto. V.1. Rio de Janeiro, Interciência, 1977.

REINECK, Karl-Heinz. Shear design in a consistente design concept for Structural Concrete based on strut-and-tie models. Session 2: Practical Design of Structural Concrete. *Fib* Symposium 1999 Prague "Structural Concrete – The Bridge between People".

WANG, C. & SALMON, C. G. *Reinforced concrete design*. 6 ed. John Wiley & Sons, 2002.

ANEXO

Tabela A1 – Gráfico auxiliar para dimensionamento de estribos verticais em vigas de concreto armado de seção retangular sujeitas à flexão simples.

Forma de utilização:

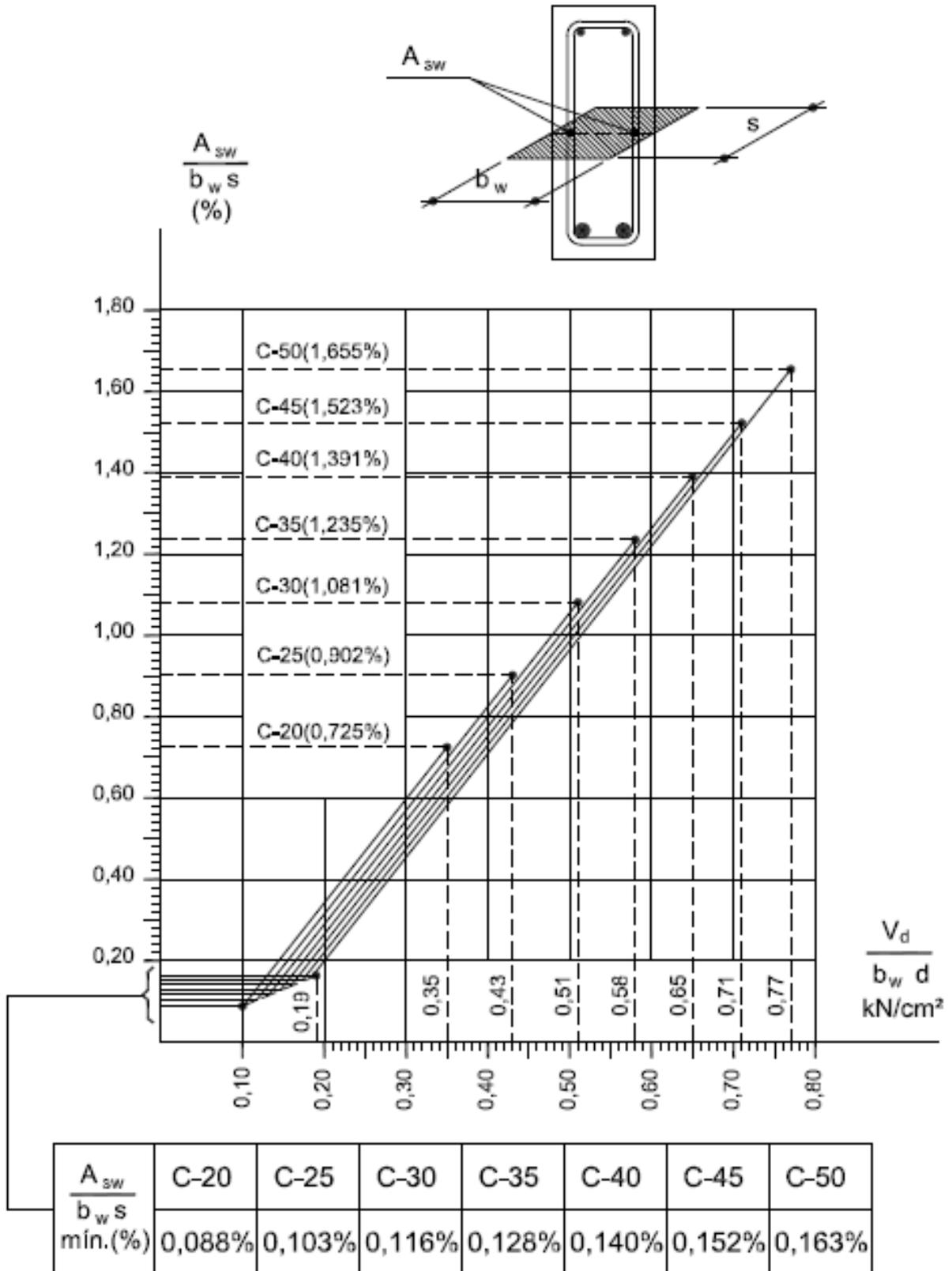
- i) Devem ser conhecidos:
 - Classe do concreto;
 - Valores de b_w e d , em centímetros
 - O aço é sempre CA50;
- ii) Calcular $V_d=1,4 \times V_k$;
- iii) Determinar o valor $V_d/(b_w d)$ em kN/cm^2 e marcar o valor no eixo horizontal;
- iv) Caso o valor caia à direita do limite correspondente à classe de concreto especificada, alterar b_w , d ou a Classe do concreto e repetir o cálculo anterior;
- v) Caso contrário, traçar uma reta vertical partindo do valor de $V_d/(b_w d)$ determinado anteriormente e marcado no eixo horizontal;
- vi) Do cruzamento da reta vertical com a reta inclinada correspondente à classe do concreto empregado, traçar uma reta horizontal até interceptar o eixo vertical;
- vii) O valor de $A_{sw}/b_w s$ encontrado deverá ser detalhado conforme Item 4 desta nota de aula;

Exemplo extraído das Notas de Aula dos professores Graziano e Siqueira:

Dados:

- $b=0,20\text{m}$; $h=0,60\text{m}$; $d'=0,1 h = 0,06\text{m}$ (valor assumido inicialmente);
- Concreto C25 e aço CA-50;
- $V_k=300 \text{ kN}$; $V_d=420\text{kN}$;
- $V_d/(b_w d) = 0,39\text{kN/cm}^2 < 0,43\text{kN/cm}^2$ --- OK;
- $A_{sw}/b_w s \approx 0,8\%$, logo $A_{sw} = (0,8/100) \times 20 \times 100 = 16,0\text{cm}^2/\text{m}$;
- O valor correto é de $15,94\text{cm}^2/\text{m}$;

O aluno deve entender que o objetivo do gráfico é simplesmente fornecer uma visualização rápida do processo de dimensionamento. O cálculo preciso é feito com as expressões apresentadas que são simples. O gráfico serve também para checar a ordem de grandeza do resultado e evitar erros grosseiros.



(Na elaboração deste gráfico, considerou-se apenas aço tipo CA50 – $f_{wyd} = 435\text{MPa}$)