Lista 1 - Potenciais Eletrostáticos

1. Determine o potencial elétrico gerado por duas cargas, q_1 e q_2, respectivamente localizadas em $z = L$ e $z = -L$. Em particular, estude o limite em que $r \gg L$.

2. Considere uma quantidade de carga Q distribuida uniformemente em um segmento de reta de comprimento $2L$ com densidade linear de cargas $\lambda = Q/(2L)$. Colocando a origem do sistema de coordenadas na metade do segmento de forma que o fio esteja na direção $\hat{\mathbf{z}}$ entre $[-L, L]$, determine (a) o potencial eletrostático gerado pelo fio no plano xy, a uma distância $s = \sqrt{x^2 + y^2}$ do fio, (b) e o campo elétrico em questão. (c) Estude os limites $r \gg L$ e $r \ll L$.

3. Uma espira de raio R no plano xy, cujo centro coincide com a origem do sistema de coordenadas, possui carga Q uniformemente distribuida em sua extensão (de forma que a densidade linear de cargas vale $\lambda = Q/(2\pi R)$). Determine o potencial eletrostático em um ponto $\vec{r} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$. [Sugestão: considere $\vec{r}\,' = R(\cos\phi\,\hat{\mathbf{x}} + \sin\phi\,\hat{\mathbf{y}})$]

4. (a)Mostre que para uma distribuição volumétrica de cargas $\rho(\vec{r}\,')$ localizada espacialmente no volume V', o potencial eletrostático $\varphi(\vec{r})$ num ponto $\vec{r}$ do espaço *bastante longe de* V' pode ser escrito como

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{r^n}\int_{V'}\mathrm{d}\vec{r}\,'(r')^n P_n\left(\hat{\mathbf{r}}\cdot\hat{\mathbf{r}}\,'\right)\rho(\vec{r}\,'),$$

onde $\mathrm{d}\vec{r}\,'$ representa o elemento de volume infinitesimal no interior de V' e $P_n(x)$ são os *polinômios de Legendre* de ordem n na variável x. Verifique que para (b) uma carga pontual localizada na origem e (c) um dipolo elétrico centralizado na origem, respectivamente, essa expansão tem apenas um termo (e explicite-o).
