

1-) Um modelo introdutório comumente utilizado em dinâmica estrutural é a conhecida *viga cantilever*, mostrada na Figura 1. Trata-se de de uma viga engastada em uma extremidade e livre na outra. No presente caso, a extremidade livre carrega uma massa concentrada M , conforme a figura anexa. Formule um modelo de *01 GDL* da viga cantilever e determine sua frequência natural não amortecida e amortecida. Use para tanto propriedades dos materiais disponíveis, sendo por exemplo para o aço $E = 190 - 203 \text{ GPa}$, $\rho = 7850 - 8060 \text{ kg/m}^3$.



Figura 1: Modelo de uma viga *cantilever*

- Formule um modelo de um sistema de *01 GDL* para a viga cantilever com uma massa concentrada em sua extremidade livre.
- Determine o valor da frequência natural não amortecida para o modelo.
- Resolva para a resposta livre amortecida de seu modelo assumindo amortecimento viscoso sub-amortecido.
- Mediante a disponibilidade de dados experimentais, faça uma comparação entre o resultado de seu modelo e os dados experimentais.
- Estabeleça um método para a determinação experimental do fator de amortecimento do modelo e, mediante a disponibilidade de dados, determine um fator de amortecimento equivalente para seu modelo. Procure com isto ajustar seu modelo.

2-) As massas $m_1 = 1 \text{ kg}$ e $m_2 = 2 \text{ kg}$ mostradas na Figura 2 estão envolvidas em um impacto parcialmente elástico cujo coeficiente de restituição vale $\varepsilon = 0,8$. Considere ainda que $k = 500 \text{ Nm}^{-1}$ e $c = 15 \text{ Nsm}^{-1}$ e que imediatamente antes do impacto a massa m_2 viaja a uma velocidade constante de 10 ms^{-1} . Determine os deslocamentos de ambas as massas após a ocorrência do impacto e esboce os respectivos gráficos em função do tempo. Existe a possibilidade de um segundo impacto entre as massas? Por que?

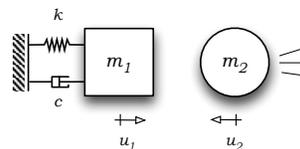


Figura 2: Problema de colisão entre duas massas

3-) A Figura 3 mostra um ensaio de resposta em frequência que foi realizado em um flap de uma aeronave. A estrutura realiza movimento pendular em torno do pivô A e é sustentada em B por meio de uma mola linear de constante elástica k . No ponto A existe amortecimento viscoso de constante igual a C . O resultado mostrado no gráfico anexo foi obtido para este ensaio. Este gráfico corresponde à função de resposta em frequência relacionando a aceleração vertical $u(t)$ medida por um acelerômetro linear convenientemente posicionado na extremidade B e a força de excitação $p(t)$ aplicada também no ponto B . (i) Obtenha a equação diferencial do sistema abaixo para oscilações angulares em torno do ponto A ; (ii) Obtenha a expressão para a função de resposta em frequência (FRF) relacionando o deslocamento angular do flap em torno de A e a entrada força aplicada em B ; (iii) Estime o valor da constante elástica torcional k_θ do sistema de sustentação do flap.

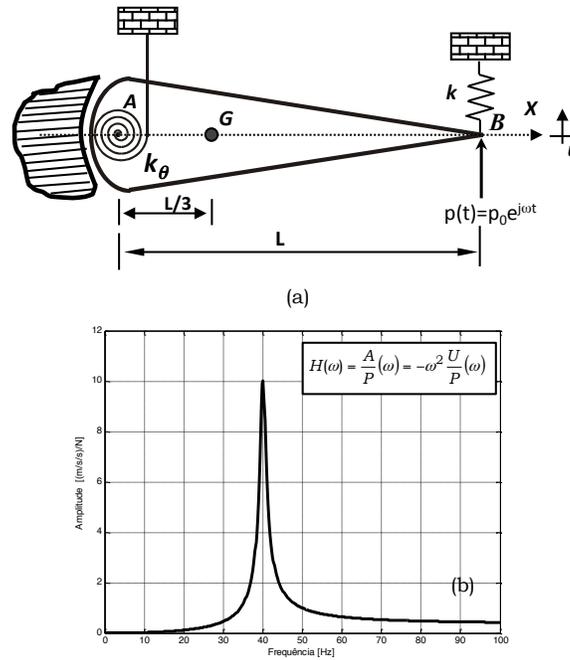


Figura 3: Ensaio de resposta em frequência em um *flap*

4-) A Figura 4 mostra o conhecido modelo de 1/4 de veículo, comumente usado em simulações da resposta dinâmica de suspensões veiculares. O veículo viaja a uma velocidade constante v sobre um pavimento plano quando atinge um obstáculo o qual provoca um deslocamento e velocidade respectivamente iguais a $0,2 \text{ m}$ e $0,1 \text{ ms}^{-1}$ na base do sistema. Considerando $m = 5000 \text{ kg}$ e $k = 2800 \text{ kN.m}^{-1}$, determine a resposta do sistema e discuta quando o mesmo retorna a uma posição equivalente dentro de 2% de sua posição de equilíbrio.

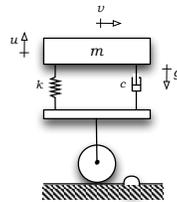


Figura 4: Modelo para estudo de suspensão veicular

5-) A Figura 5 mostra o modelo simplificado da cauda de um helicóptero que apresenta um desbalanceamento rotativo em uma das lâminas de seu rotor de cauda, equivalente a uma distância $e = 450 \text{ mm}$ do seu eixo de rotação. A cauda possui um comprimento útil $L = 4 \text{ m}$, massa $M_c = 240 \text{ kg}$, razão de amortecimento $\zeta = 0,01$ e $EI = 2,4 \times 10^6 \text{ Nm}^2$, sendo E o módulo de elasticidade do material da cauda e I o momento polar de inércia. A massa total do sistema de propulsão traseiro (lâminas + sistema de acionamento) é igual a 20 kg . Determine a amplitude de deslocamento da extremidade livre da cauda quando as lâminas giram: (i) a 1500 rpm e; (ii) 360 rpm . Explique as diferenças encontradas.

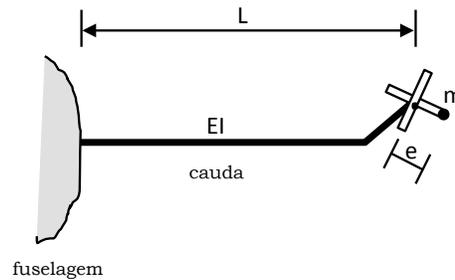


Figura 5: Modelo de cauda de helicóptero

6-) A Figura 6 mostra um sistema de 01 GDL sujeito a uma excitação harmônica $x(t)$ aplicada via fronteira do sistema. Considere que a massa do suporte onde tal excitação é aplicada seja desprezível. Sabe-se que $m = 20 \text{ kg}$ e $k = 2400 \text{ Nm}^{-1}$. Estime um valor admissível para a constante de amortecimento c do sistema se, através de ensaios experimentais estimou-se que a massa exibe uma resposta com amplitude igual a $0,02 \text{ m}$ quando o suporte é excitado a uma frequência coincidente com a frequência natural do sistema com uma amplitude de excitação de $X_0 = 0,007 \text{ m}$. Determine também o valor da força dinâmica transmitida para o suporte nesta condição e esboce os gráficos da função de resposta em frequência de transmissibilidade para o sistema.

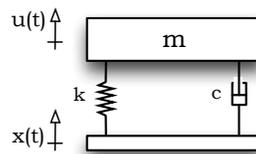


Figura 6: Modelo de sistema com excitação via base

7-) Determine a frequência natural para os dois modelos mostrados na Figura 7.



Figura 7: Modelo de 01 GDL com associação de molas

8-) Acidentalmente, um container carregando um equipamento eletrônico cai de uma altura h . Suponha que o equipamento eletrônico possa ser representado por uma massa rígida m e que o material de proteção

interno, geralmente espuma, possua características de rigidez e amortecimento equivalentes dadas por k e m , respectivamente, ver Figura 8. Suponha ainda que o choque com a superfície rígida seja perfeitamente inelástico. Determine o movimento resultante do sistema. Desafio: Como você trataria o problema se o choque fosse parcialmente elástico ?

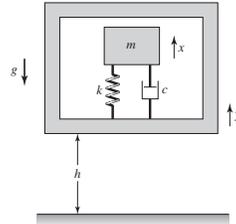


Figura 8: Modelo de um container em queda

9-) A Figura 9 mostra um modelo simplificado de um pedal de um instrumento musical. Determine a resposta de regime permanente do modelo à uma excitação harmônica. Assuma que as condições iniciais sejam nulas, e adote hipóteses simplificadoras adicionais que julgar necessárias. Dados: $k = 2000 \text{ N/m}$, $c = 25 \text{ N s/m}$, $m = 25 \text{ kg}$, $F(t) = 50e^{2\pi t} \text{ N}$.

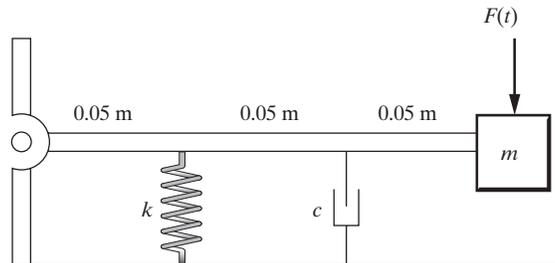


Figura 9: Modelo de um pedal de um instrumento musical

10-) A base de um sistema de 01 GDL sofre uma excitação harmônica conforme mostra a Figura 10. Determine a resposta do sistema à esta entrada.

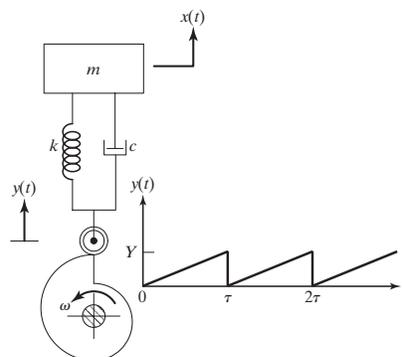


Figura 10: Modelo de 01 GDL sujeito a uma entrada harmônica