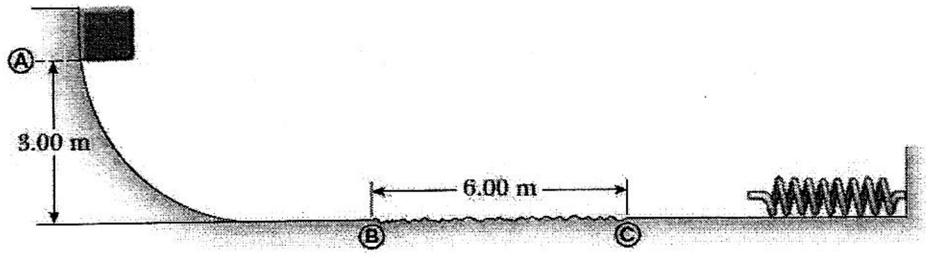
Questão 1 (2.5)

Um bloco de 10 kg é solto do ponto A na figura abaixo. O caminho é sem atrito, exceto nas porções entre os pontos B e C, que tem um comprimento de 6.00 m. O bloco desce ao longo do caminho indicado, atinge uma mola de constante elástica de 2250 N/m e comprime a mola de 0.300 m da sua posição de equilíbrio antes de ficar em repouso momentaneamente.



(1.0): a) Determine a velocidade do bloco nos pontos B e C.
(1.5): b) Determine o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície entre B e C.

(a) De A a B

$$\Delta K + \Delta U_g = 0$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - 0 + 0 - mgh = 0$$

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 3} = \sqrt{60}$$

$$\boxed{v_B = 7,75\ m/s}$$

De C a D (ponto de máxima compressão da mola)

$$\Delta K + \Delta U_m = 0$$

$$0 - \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} k x_m^2 - 0 = 0$$

$$v_c = \sqrt{\frac{k}{m}}\, x_m = \sqrt{\frac{2250}{10}}\, 0,3$$

$$\boxed{v_c = 15 \times 0,3 = 4,5\ m/s}$$

(b) Vamos utilizar o teorema trabalho - Energia Cinética entre os pontos B e C

$$W_{fat} = \Delta K$$

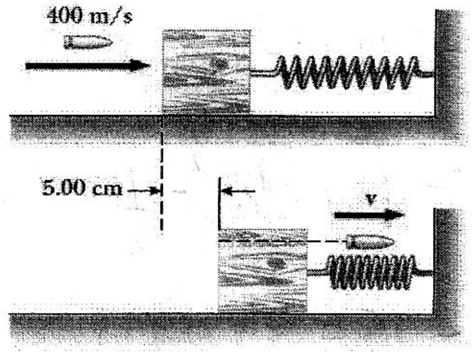
$$-\mu_c m g d = \frac{1}{2} m v_c^2 - \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\mu_c = \frac{v_B^2 - v_c^2}{2g \times 6} = \frac{60 - 20,25}{20 \times 6} = 0,33$$

$$\boxed{\mu_c = 0,33}$$

Questão 2 (2.5)

Uma bala de 5.00 g move-se inicialmente com uma velocidade inicial de 400 m/s em direção a um bloco de 1.00 kg e o atravessa, como mostra a figura. O bloco, inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, é conectado com uma mola com constante de força de 900 N/m e massa desprezível. Se o bloco move 5.00 cm para a direita depois do impacto, encontre:



(1.5): a) A velocidade com que a bala sai do bloco.
(1.0): b) A energia mecânica convertida em energia interna (calor) na colisão.

A bala atravessa o bloco rapidamente de forma que:

Conservação de momento linear

$$m v_0 = MV + mv \quad (1)$$

onde V é a velocidade do bloco imediatamente após a bala sai do bloco e v é a velocidade da bala.

Entre o bloco e a mola, existe conservação de energia mecânica

$$\Delta K + \Delta U_m = 0$$

$$0 - \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}kx^2 - 0 = 0$$

$$V^2 = \frac{kx^2}{M} \Rightarrow V = x\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{,}05\sqrt{\frac{900}{1}} = 0{,}05 \times 30$$

$$\boxed{V = 1{,}5\ m/s}$$

Da eq. (1), temos: $v = \frac{mv_0 - MV}{m} = \frac{0{,}005 \times 400 - 1 \times 1{,}5}{0{,}005} = \frac{0{,}5}{0{,}005}$

$$\boxed{v = 100\ m/s}$$

continuação Questão 2.

Na colisão da bala com o bloco, a equação de conservação de energia é: $\Delta K + \Delta E_t = 0$

$$\Delta K = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\Delta E_t = -\Delta K = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{1}{2} M V^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

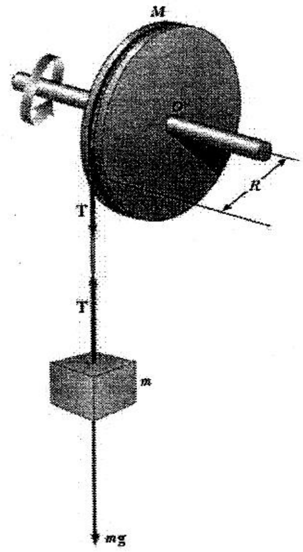
$$\Delta E_t = \frac{1}{2} 0{,}005 \times 400^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1{,}5^2 - \frac{1}{2} 0{,}005 \times 100^2$$

$$\Delta E_t = 400 - 1{,}1125 - 25 = 373{,}9 \text{ J}$$

$$\boxed{\Delta E_t = 373{,}9 \text{ J}}$$

Questão 3 (2.5)

Um objeto com peso de 50 N é amarrado através da extremidade livre de uma corda, enquanto a outra extremidade encontra-se enrolada ao redor de uma polia de raio 0.250 m e massa 3.00 kg (ver figura). A corda tem massa desprezível e não desliza na polia. A polia é um disco sólido, livre para rodar no plano vertical, com o seu eixo horizontal passando pelo centro do disco. O objeto suspenso é solto 6.00 m acima do solo.



(2.0): a) Determine a tensão na corda, o torque na polia, a aceleração do objeto e a velocidade com que o objeto atinge o solo.

(0.5): b) Verifique sua resposta do ítem (a) referente a velocidade, usando o princípio de conservação de energia para encontrar a velocidade com que o objeto atinge o solo.

$\sum \vec{F}_{Res} = m\vec{a}$

Para o bloco

$mg - T = ma \quad (1)$

$\tau_{Res} = I\alpha$

Para a polia

$TR = I\alpha$

mas $\alpha = \frac{a}{R}$ e $I = \frac{MR^2}{2}$

$TR = \frac{MR^2}{2}\frac{a}{R} \Rightarrow T = \frac{Ma}{2} \quad (2)$

Subst (2) em (1)

$mg - \frac{Ma}{2} = ma$

$a = \frac{mg}{\frac{M}{2}+m} = \frac{5\times10}{1{,}5+5} = \frac{50}{6{,}5}$

$\boxed{a = 7{,}69\ m/s^2}$

$T = \frac{Ma}{2} = \frac{3\times7{,}69}{2} = \boxed{11{,}5\ N}$

$\tau = TR = 11{,}5\times0{,}250 = \boxed{2{,}87\ Nm}$

$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta x$

$V^2 = 0^2 + 2\times7{,}69\times6$

$V^2 = \sqrt{92{,}28} = 9{,}60\ m/s$

b) $\Delta U_g + \Delta K = 0$

$0 - mgh + \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2}I\omega^2 - 0 = 0$

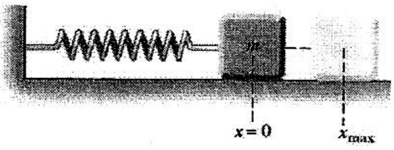
$-mgh + \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2}\frac{MR^2}{2}\frac{v^2}{R^2} = 0$

$v^2\left(\frac{m}{2} + \frac{M}{4}\right) = mgh$

$v = \sqrt{\frac{5\times10\times6}{5/2+3/4}} = \boxed{9{,}60\ m/s}$

Questão 4 (2,5)

O bloco está sobre uma superfície horizontal sem atrito e a costante elástica é 50 N/m. Inicialmente, a mola está em seu comprimento relaxado e o bloco está estacionário na posição x=0. Então uma força com módulo constante de 3.0 N é aplicada sobre o bloco, puxando-o no sentido positivo do eixo x, alongando a mola até que o bloco pára. Quando este ponto de parada é atingido, quais são:



(0,5): a) Posição do bloco.
(0,5): b) Trabalho realizado sobre o bloco pela força aplicada.
(0,5): c) Trabalho realizado sobre o bloco pela mola.
Neste deslocamento do bloco, quais são:
(0,5): b) A posição do bloco quando sua energia cinética for máxima.
(0,5): c) O valor desta energia cinética máxima.

Usando o teorema trabalho-Energia-Cinética

$$\Delta K = W_F + W_m \quad (1)$$

$$W_F = F x_m$$

$$W_m = \int_0^{x_m} -kx\,dx = -\frac{kx^2}{2}\Big|_0^{x_m} = -\frac{k x_m^2}{2}$$

Substituindo em (1)

$$0 - 0 = -\frac{k x_m^2}{2} + F x_m$$

$$x_m\left(-\frac{k x_m}{2} + F\right) = 0$$

Duas soluções $x_m = 0$

ou $-\frac{k x_m}{2} + F = 0 \Rightarrow x_m = \frac{2F}{k}$

$$x_m = \frac{2\times 3}{50} = \frac{6}{50} = 0{,}12m$$

A solução que buscamos é:

(a) $\boxed{x_m = 0{,}12m}$

(b) $W_F = F x_m = 3 \times 0{,}12 = 0{,}36 J$

c) $W_m = -\frac{k x_m^2}{2} = -\frac{50}{2}0{,}12^2 = -0{,}36J$

na segunda parte

Aplicando teorema trabalho-Energia Cinética

$$K - 0 = Fx - \frac{1}{2}kx^2$$

$$K = Fx - \frac{1}{2}kx^2$$

Para encontrarmos posições de máximos ou mínimos

$$\frac{dK}{dx} = 0 \Rightarrow F - \frac{\cancel{2}kx}{\cancel{2}} = 0$$

$$F = kx \Rightarrow x = \frac{F}{k} = \frac{3}{50} = 0{,}06m$$

$\boxed{x = 0{,}06m}$ (b)

$$K_{máx} = F \times 0{,}06 - \frac{1}{2}50 \times 0{,}06^2$$

$$K_{máx} = 0{,}18 - 0{,}09 = \boxed{0{,}09J}$$