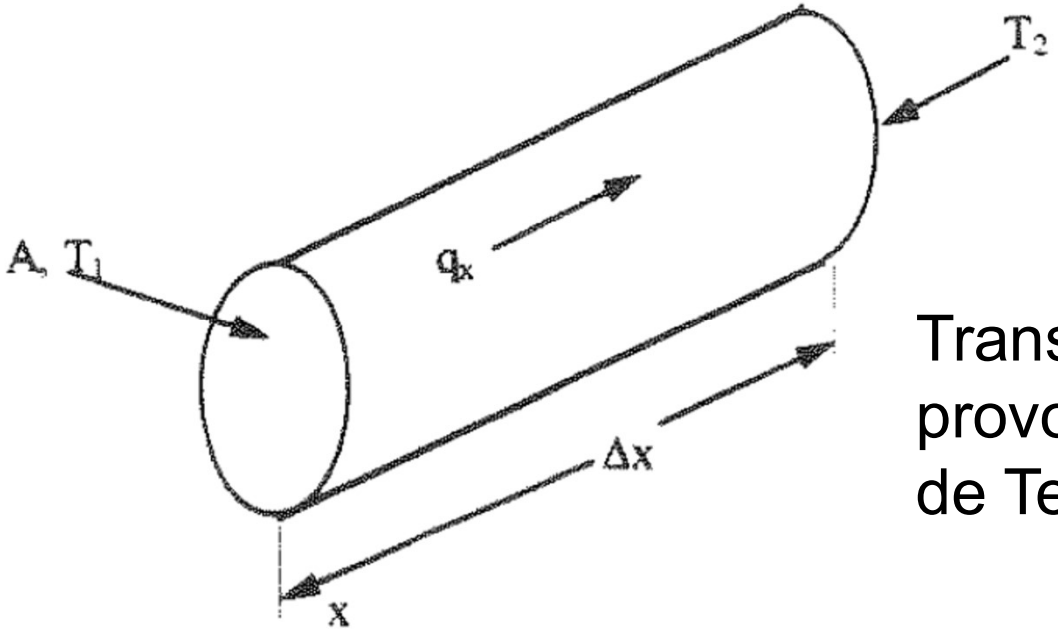
Taxa de condução de Calor



<u>Condução</u>: Transferência de Calor por Difusão

Transporte de Energia provocado por um Gradiente de Temperatura

$$\Delta T = T_1 - T_2$$

A Lei de Fourier foi deduzida experimentalmente

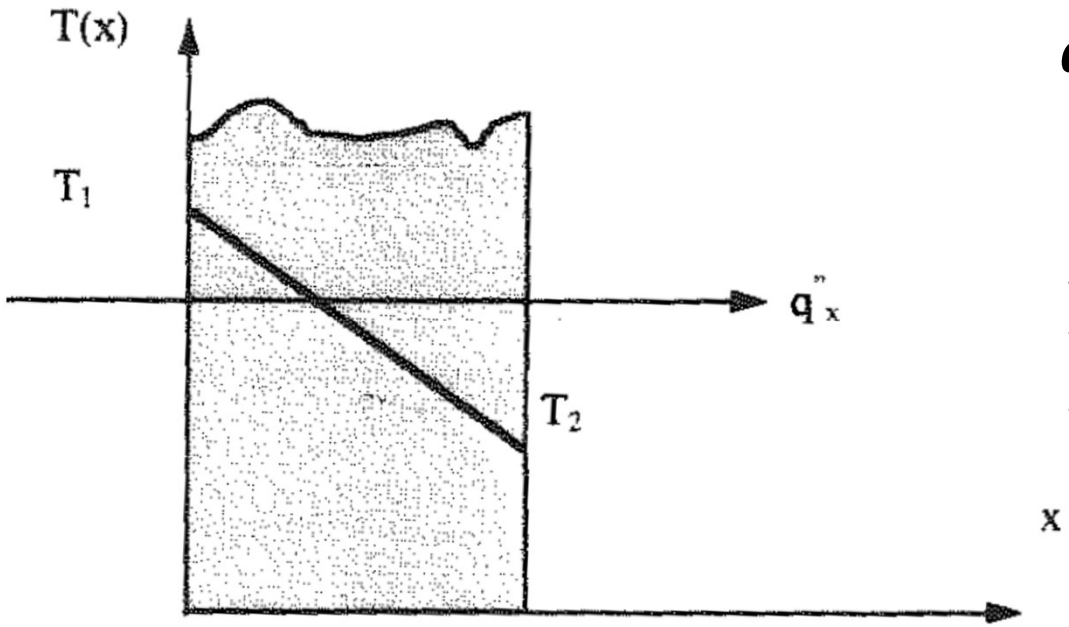
$$q_x \propto A\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Taxa de condução de Calor

$$q_x = -kA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

k = Condutividade térmica [W/m.K]

Quando $\lim_{\Delta x \to 0} q_x = -kA\frac{dT}{dx}$



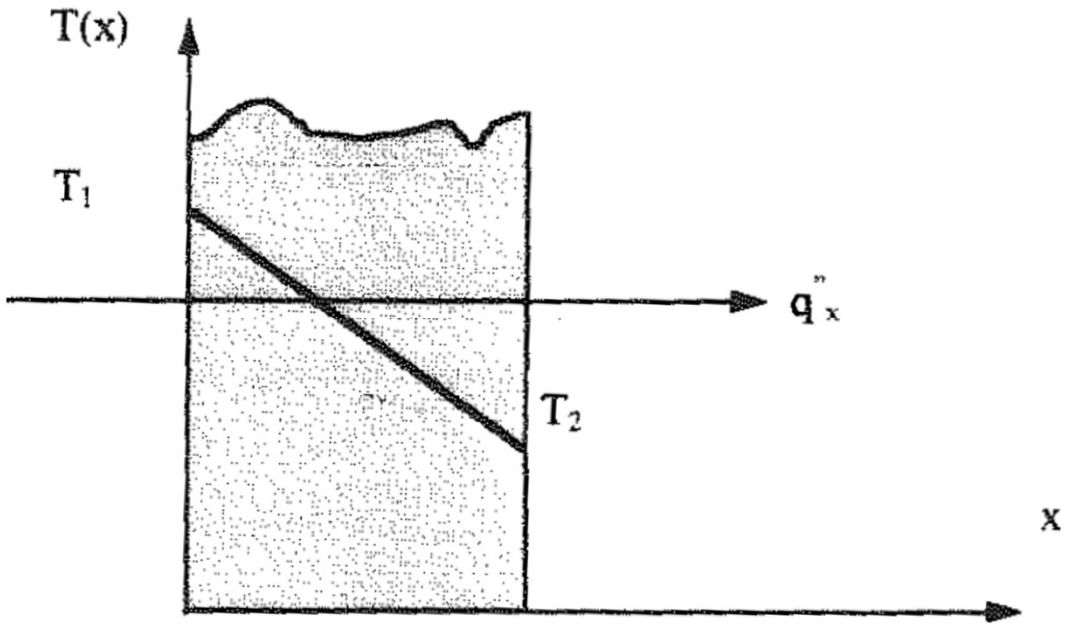
Dividindo-se pela área:

$$q''_x = -k\frac{dT}{dx}$$

k é positivo e o calor se transfere na direção da temperatura decrescente

Taxa de condução de Calor

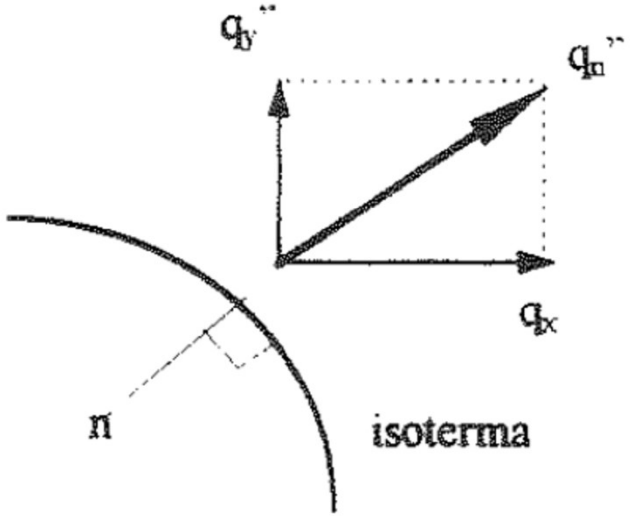
- Fluxo de calor é grandeza direcional
- É normal à secção transversal de área A
- Será sempre normal à superfície de temperatura constante (***Isotérmica***)

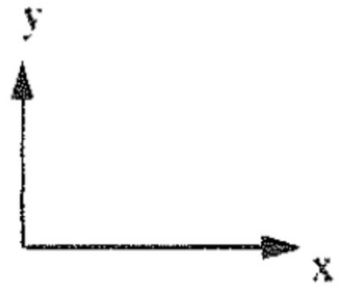


Taxa de condução de Calor

- O fluxo de calor é uma grandeza vetorial
- De forma mais geral pode ser:

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(i\frac{\partial T}{\partial x} + j\frac{\partial T}{\partial x} + k\frac{\partial T}{\partial x}\right)$$ **Meio isotrópico**



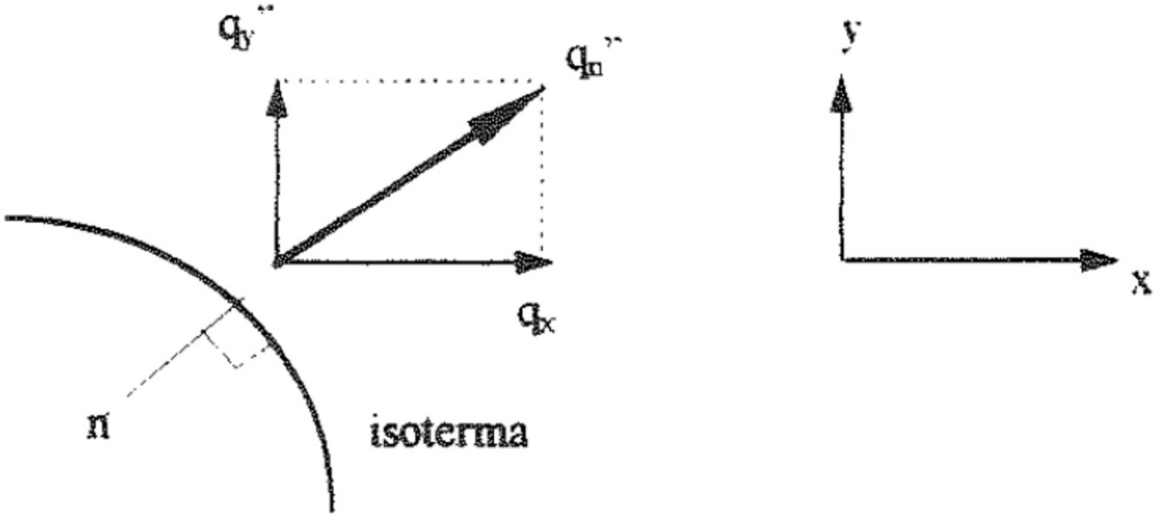


$$q'' = -k\frac{\partial T}{\partial n}$$

Taxa de condução de Calor

$$q'' = iq''_x + jq''_y + kq''_z$$

$$q''_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} \qquad q''_y = -k\frac{\partial T}{\partial y} \qquad q''_z = -k\frac{\partial T}{\partial z}$$



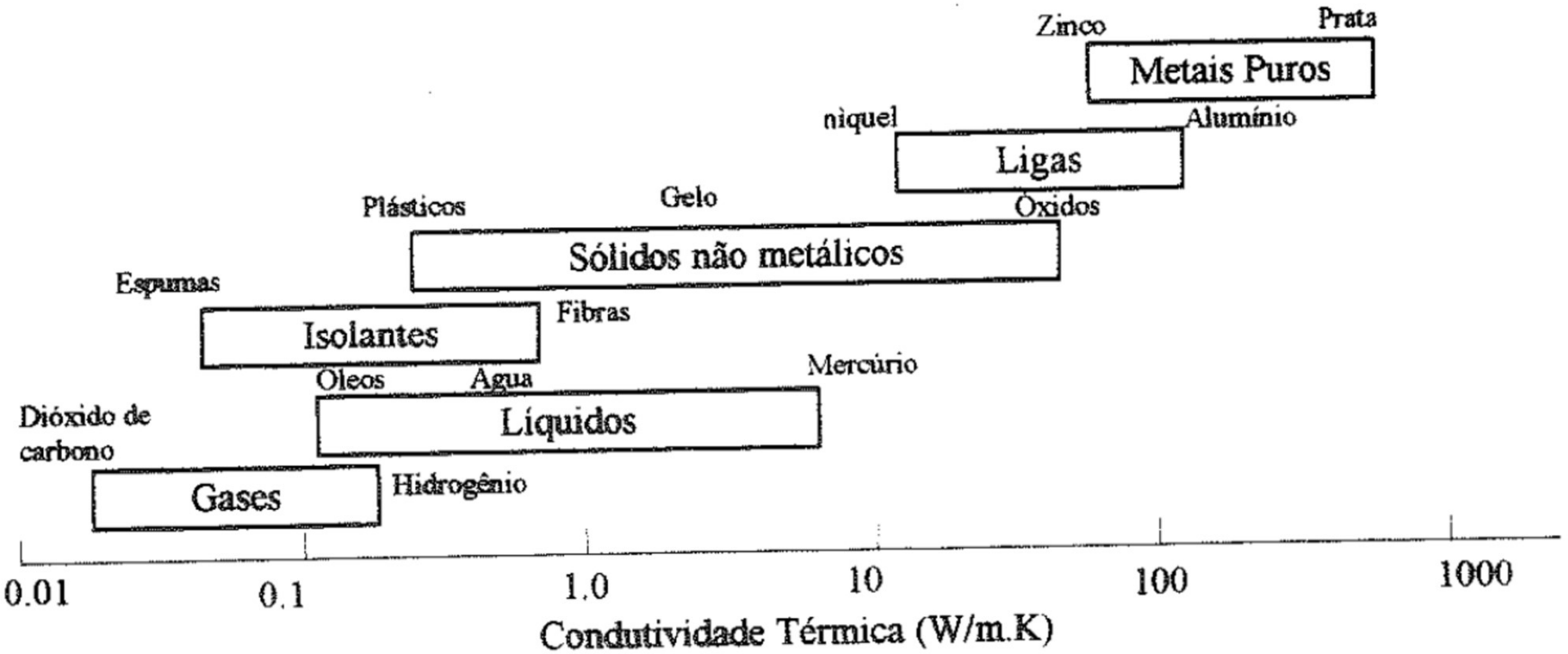
Taxa de condução de Calor:

Condutividade Térmica

$$k_{solidos} > k_{líquidos} > k_{gases}$$

$$k \equiv -\frac{q''_x}{(\partial T/\partial x)}$$

Condutividade térmica depende também da elétrica



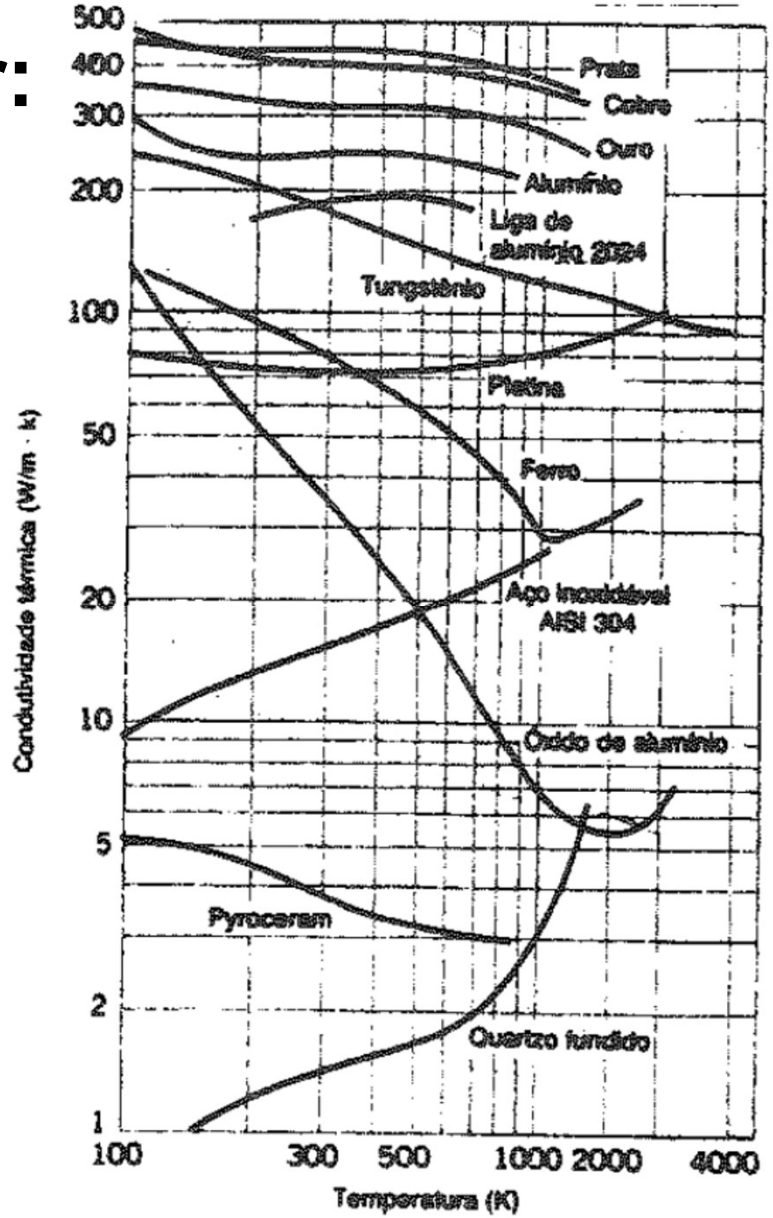
CALOR E DIFUSÃO

Taxa de condução de Calor:

Condutividade Térmica

Condutividade térmica depende também da temperatura

Materiais sólidos com vazios diminuem sua condutividade , uma vez que gases são menos condutivos

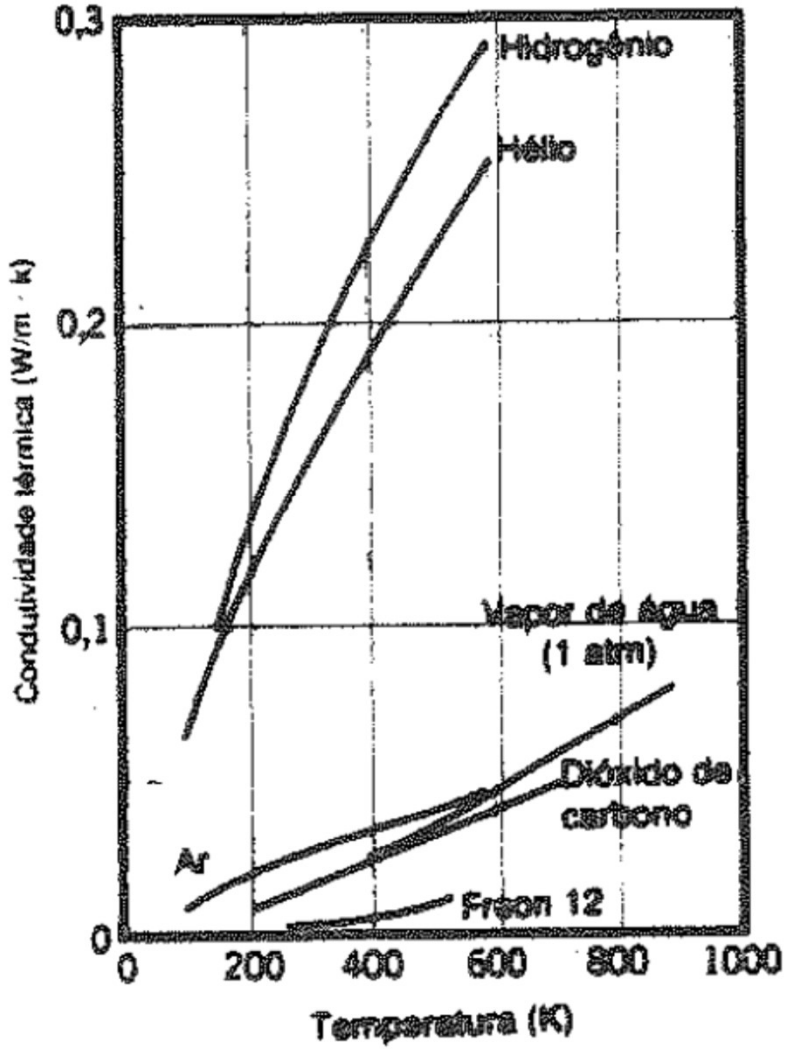


Taxa de condução de Calor:

Condutividade Térmica

Condutividade térmica depende também da temperatura

Gases, em geral, são praticamente isolantes



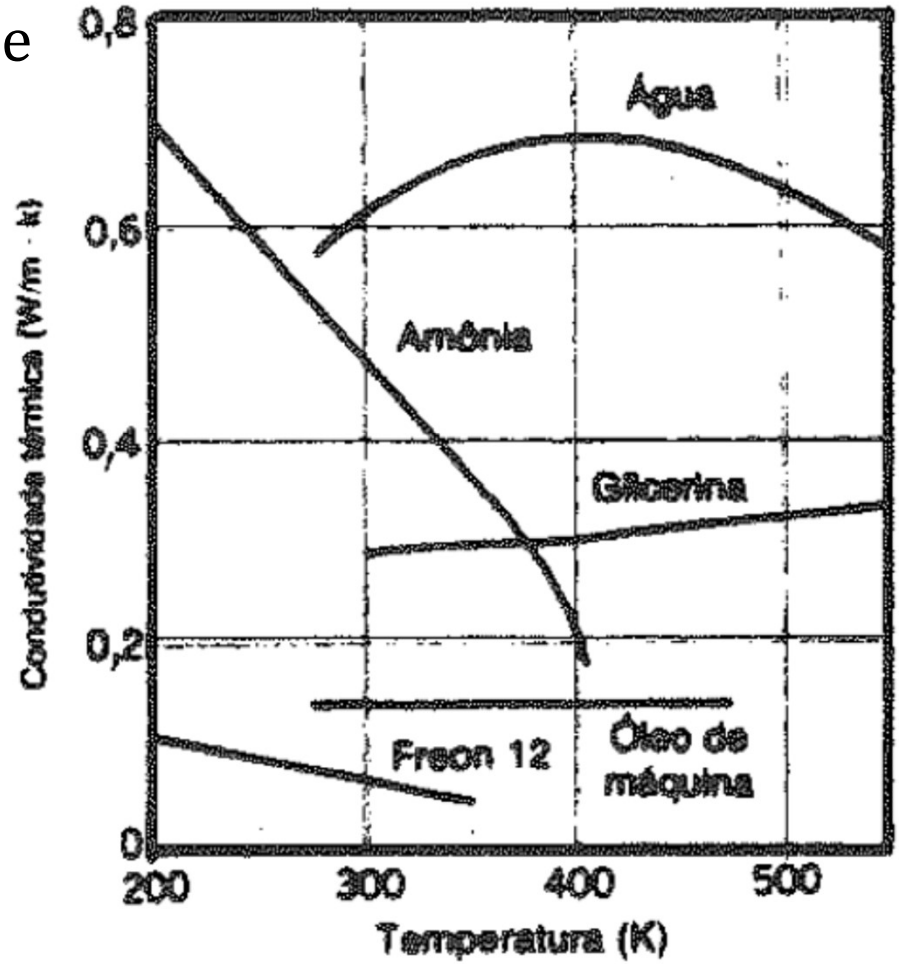
Taxa de condução de Calor:

Condutividade Térmica

Condutividade térmica depende também da temperatura

Não-metálicos em condições saturadas

Em geral, a condutividade diminui com o aumento da massa molecular



Taxa de condução de Calor:

Outras propriedades relevantes

$\boldsymbol{\rho} = Densidade$

$\boldsymbol{c_p}$ = Calor especifico a pressão constante

$\boldsymbol{\rho c_p}$ = capacidade colorífica volumar [J/m^{3}K]

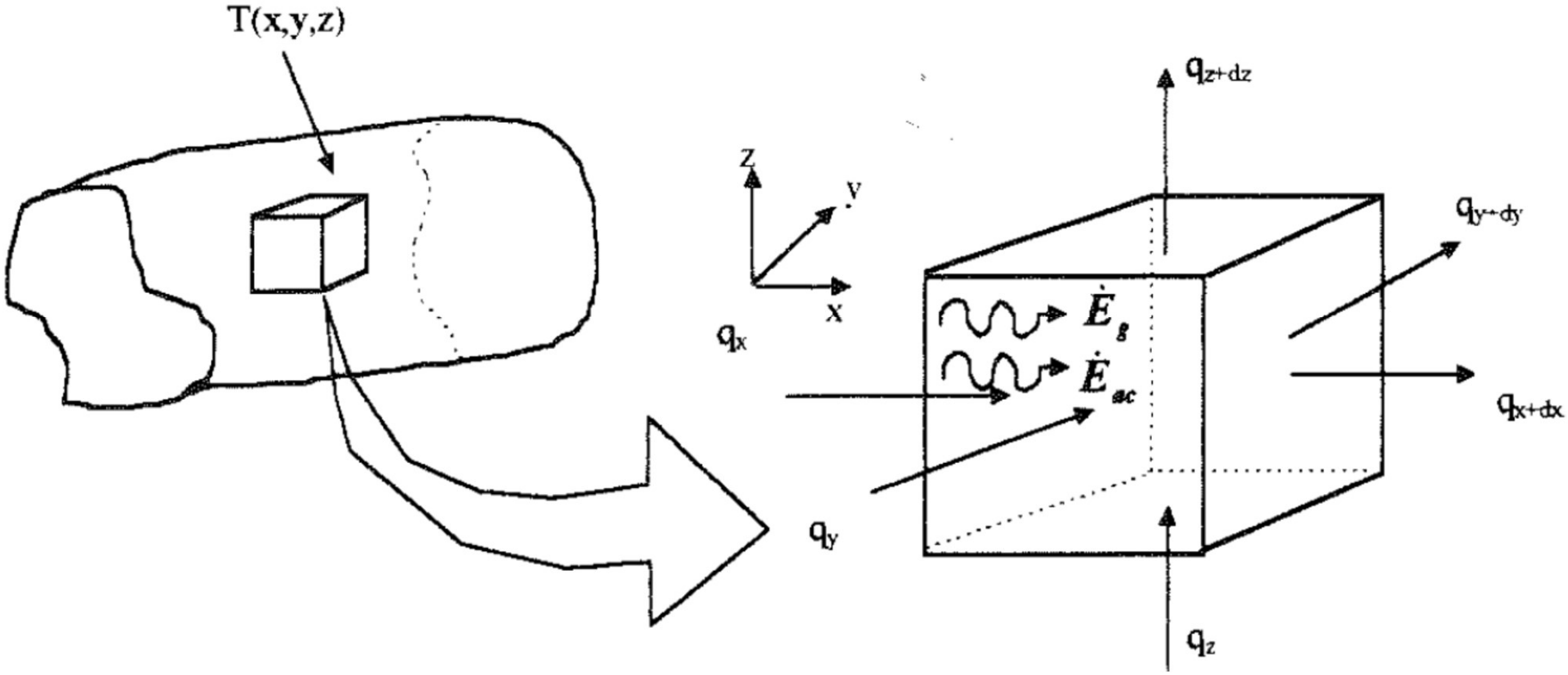
é a capacidade que o material tem de armazenar energia. Sólidos e líquidos possuem $\boldsymbol{\rho c_p}$ > 1 MJ/m^{3}K e gases possuem $\boldsymbol{\rho c_p}$ ~ 1 kJ/m^{3}K

$\boldsymbol{\alpha} = \frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{\rho c_p}}$ Difusividade térmica [m^2/s] uma relação ente a capacidade de conduzir energia e de armazenar. Materiais com altos valores respondem rapidamente a variações de temperature.

Difusão de Calor:

Determinar o campo de temperaturas

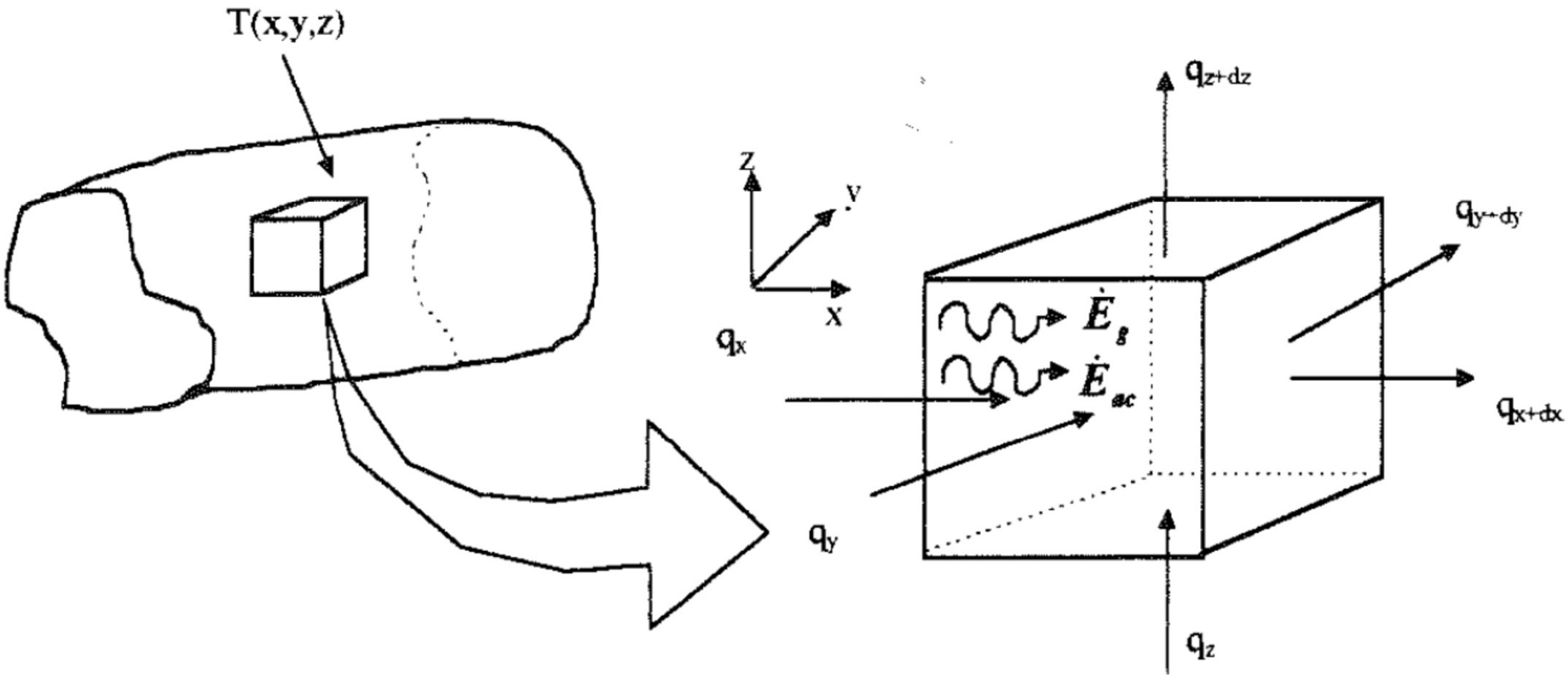
Princípios: Conservação de energia, volume de controle infinitesimal, processos relevantes de transferência de calor, equações diferenciais e equação de Fourier.



Difusão de Calor:

Determinar o campo de temperaturas

Um meio homogêneo, volume de controle, definido por dx, dy e dz



Difusão de Calor:

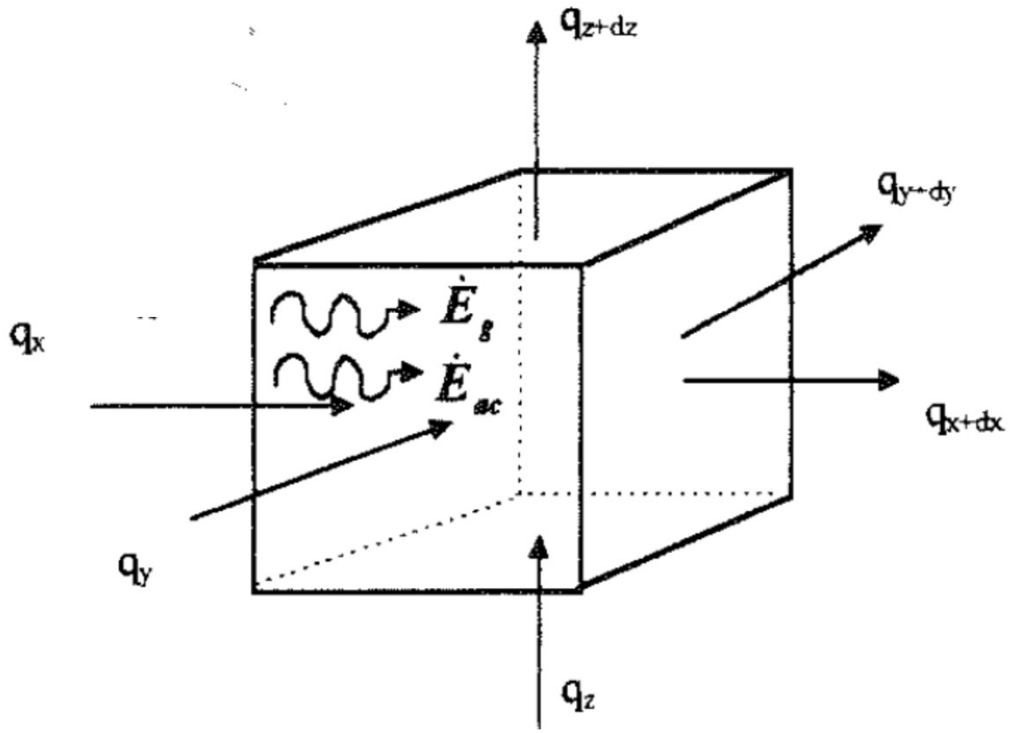
Determinar o campo de temperaturas

Haverá transferência de calor por todas as superficies, as quais podem ser expressas em serie de Taylor por:

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} d_x$$

$$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} d_y$$

$$q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} d_z$$



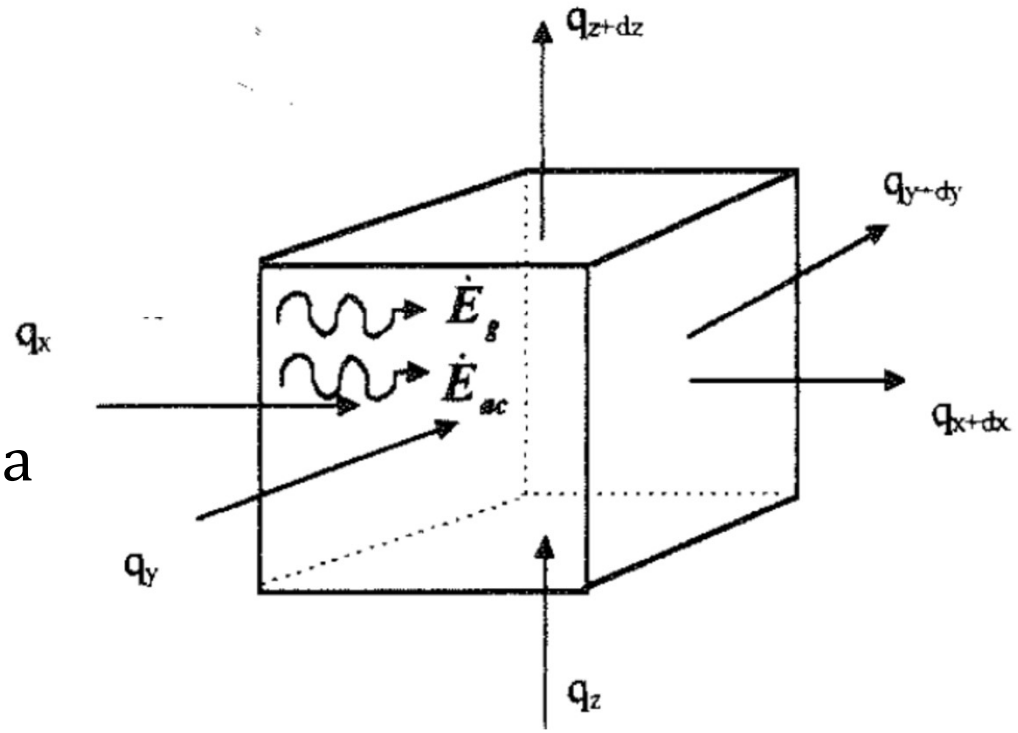
Difusão de Calor:

Determinar o campo de temperaturas

Dentro do Volume de controle pode haver uma fonte de calor, a qual pode ser calaculado como:

$$\dot{E}_g = \dot{q}dxdydz$$

$\dot{q}$ = taxa de geração de energia por unidade de volume [W/m^3]

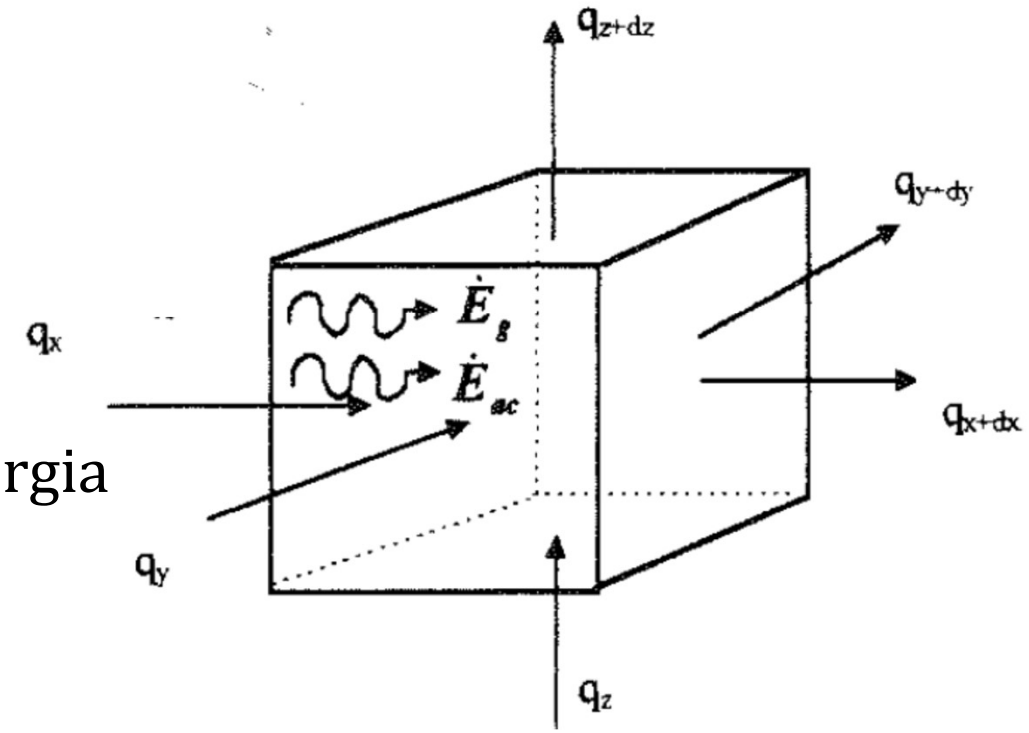


Difusão de Calor:

Determinar o campo de temperaturas

Dentro do Volume de controle pode haver acúmulo de energia, a qual pode ser calculada como:

$$\dot{E}_{ac} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz$$



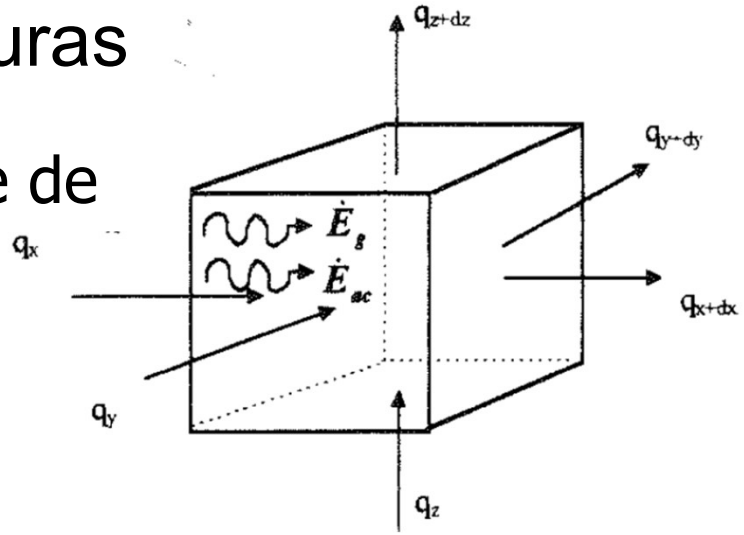
$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$ taxa de geração de energia por unidade de volume [W/m^3]

Difusão de Calor:

Determinar o campo de temperaturas

Pela conservação da Energia no Volume de Controle:

$$\dot{E}_{af} + \dot{E}_g - \dot{E}_{ef} = \dot{E}_{ac}$$



$$q_x + q_y + q_z + \dot{q}dxdydz - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz$$

Substituindo-se:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x}dx - \frac{\partial q_y}{\partial y}dy - \frac{\partial q_z}{\partial z}dz + \dot{q}dxdydz = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydz$$

Difusão de Calor:

Determinar o campo de temperaturas

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x}dx - \frac{\partial q_y}{\partial y}dy - \frac{\partial q_z}{\partial z}dz + \dot{q}dxdydz = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}dxdydz$$

As taxas de condução podem ser dadas pela Lei de Fourier:

$$q_x = -kdydz\frac{\partial T}{\partial x} \qquad q_y = -kdxdz\frac{\partial T}{\partial y} \qquad q_z = -kdxdy\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Forma geral da ***Equação da Difusão de Calor*** cartesiana

Difusão de Calor:

Determinar o campo de temperaturas

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

Se a condutividade térmica for constante:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t}$$

Se a condução se dá em regime permanente:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=0$$

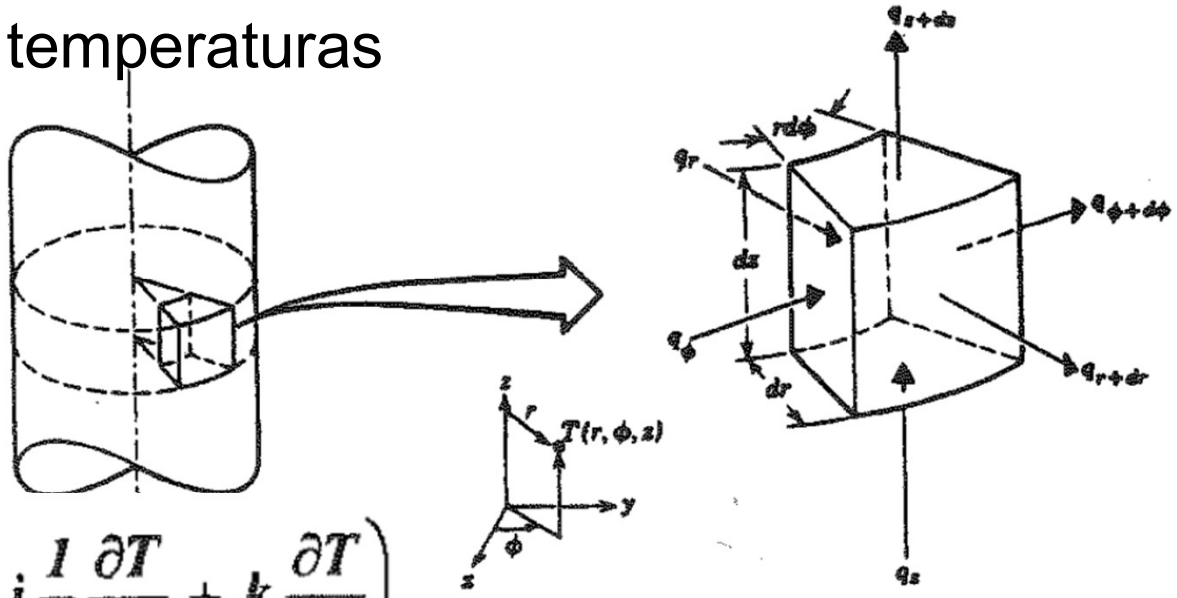
Se a condução se dá unidirecionalmente:

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right)=0$$

Difusão de Calor:

Determinar o campo de temperaturas

Em coordenadas cilindricas:



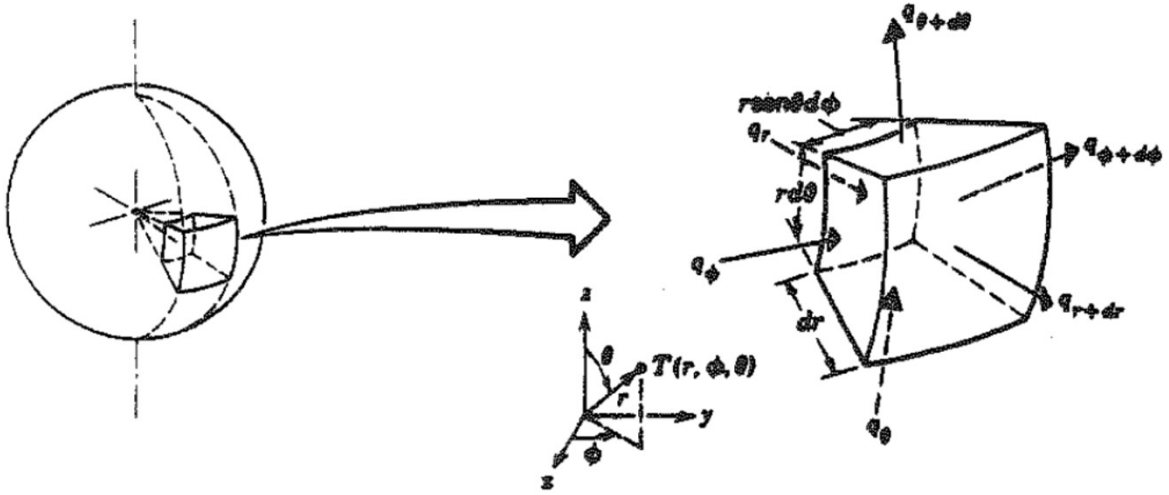
$$q'' = -k\nabla T = -k\left(i\frac{\partial T}{\partial r} + j\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} + k\frac{\partial T}{\partial z}\right)$$

$$q_r'' = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q_\phi'' = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \phi} \qquad q_z'' = -k\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

Difusão de Calor:

Determinar o campo de temperaturas



Em coordenadas esféricas:

$$q'' = -k\nabla T = -k\left(i\frac{\partial T}{\partial r} + j\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} + k\frac{1}{r\,sen\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi}\right)$$

onde

$$q_r'' = -k\frac{\partial T}{\partial r} \qquad q_\theta'' = -\frac{k}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta} \qquad q_\phi'' = -\frac{k}{r\,sen\,\theta}\frac{\partial T}{\partial \phi}$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\,sen^2\,\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2\,sen\,\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\,sen\,\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{q} = \rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$