Física IV — 7600008

Primeira Lista — teste no dia 13/8/2018

Considere o campo elétrico discutido em classe, da forma

$$\vec{E} = E_0 \hat{\epsilon} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t),$$

onde a constante E_0, o versor $\hat{\epsilon}$, o vetor $\vec{k}$ e a frequência (angular) ω são conhecidos.

1. Mostre que $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ e $\vec{k} \times \vec{E}$ têm a mesma direção. *Sugestão: basta calcular a componente $\hat{x}$ de $\nabla \times \vec{E}$ e fazer a rotação $x \to y \to z \to x$* duas vezes para encontrar as componentes y e z.

2. A partir do resultado do item anterior, use a equação de Faraday para determinar o campo magnético. Que direção tem o campo $\vec{B}$?

3. Encontre o valor médio da densidade de energia elétrica $U_E = \epsilon_0 E^2/2$ num ponto fixo $\vec{r}$. Para calcular uma média, integre U_E de $t = 0$ a $t = T$, onde $T = 2\pi/\omega$ é o período, e divida o resultado por T.

4. Encontre o valor médio da densidade de energia magnética $U_M = (1/2\mu_0)B^2$ contidas no campo B calculado acima. Compare com a densidade de energia elétrica média.

5. Em classe, encontramos o resultado

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} = 0,$$

onde

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}.$$

A densidade de corrente energética $\vec{S}$ é conhecida como *vetor de Poynting*. Encontre o vetor de Poynting para os campos elétrico e magnético das questões anteriores. Em que direção aponta ele?

6. Expresse o vetor de Poynting da questão anterior em termos da densidade de energia.

7. O módulo do vetor de Poynting dá a energia por unidade de tempo que atravessa uma área unitária perpendicular à direção de propagação da onda eletromagnética. A intensidade da radiação solar que atinge o topo da atmosfera é igual a $1.4\,\mathrm{kW/m^2}$. Calcule o campo elétrico naquela região.

8. A partir do resultado do problema anterior, indique, sem efetuar a conta, como você calcularia o campo elétrico na superfície do Sol. Suponha conhecidas a distância d do Sol à Terra e o raio R do Sol.

9. Problema 12.1 do livro-texto: Um capacitor de placas paralelas é formado por dois discos circulares de raio a separados por uma distância $d \ll a$, no vácuo. As placas estão ligadas a um gerador AC que produz uma carga no capacitor $Q = Q_0 \operatorname{sen}(\omega t)$. Admita que o campo $\vec{E}$ entre as placas é uniforme, desprezando fuga de linhas de força, e tome o eixo z ao longo do eixo do capacitor. Calcule o campo $\vec{B}$ entre as placas, a uma distância ρ do eixo.

10. Problema 12.2.a do livro-texto: Um fio condutor retilíneo cilíndrico muito longo, de condutividade σ e raio a, transporta uma corrente constante, de densidade $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ uniformemente distribuída sobre a seção transversal. Tome o eixo do cilindro como eixo z. Calcule $\vec{B}$ na superfície do fio.