

## **Madeira como material estrutural**

Pedro Afonso de Oliveira Almeida  
*Doutor em Engenharia Civil – Estruturas*  
*Professor da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo*  
*Sócio Diretor do LSE Laboratório de Sistemas Estruturais Ltda.*  
*e-mail: palmeida@usp.br e pedro.almeida@lstech.com.br*

### **1 Introdução**

O desenvolvimento tecnológico mundial da madeira como material estrutural cresceu substancialmente nas últimas décadas, aumentando a industrialização das construções em madeira, além do surgimento de novos produtos a base de madeira, tais como o MDF (medium density fibreboard) e o OSB (oriented strand board).

A madeira como material estrutural normalmente se encontra em diferentes formas tais como: madeira em tora; madeira serrada; madeira laminada colada; madeira compensada e madeiras reconstituídas. O comportamento estrutural desses diferentes tipos de madeira está relacionado com o arranjo da estrutura interna, que dependendo da forma final do produto resulta em maior ou menor grau de anisotropia. Normalmente, as madeiras reconstituídas têm propriedades isotrópicas o que garante seu excelente desempenho estrutural, diversificando seu emprego nas construções. Portanto, sua aplicação como material estrutural exige um domínio do conhecimento da estrutura interna dos diferentes tipos de madeira para orientar as técnicas de detalhamento das ligações e de regiões especiais das estruturas, garantindo-se a segurança e durabilidade das construções de madeira.

Neste capítulo apresenta-se informações básicas para o dimensionamento de estruturas de madeira, descrevendo aspectos importantes da estrutura interna da madeira e suas propriedades estruturais, assim como as relações de interdependência dessas propriedades com as ações, para os critérios usuais de combinação, levando-se em conta as características intrínsecas de seu comportamento estrutural. Em seguida são apresentados exemplos de dimensionamento básico das peças de madeira com objetivo de difundir a aplicação dos atuais critérios de dimensionamento da NBR 7190/1997.

### **2 Propriedades estruturais da madeira**

#### **2.1 Propriedades a considerar**

##### **2.1.1 Estrutura interna**

A madeira é um material originário do tecido vegetal com características intrínsecas definidas pela fisiologia da árvore. A formação da estrutura interna da madeira pode ser considerada como um sistema de tubiforme que transportam tanto a seiva bruta (da raiz até as folhas) quanto à seiva elaborada (das folhas para o tronco – após a fotossíntese), irrigando radialmente o tronco, tal como esquematizado na Figura 1. A fisiologia da árvore define um sistema vascular orientado na direção vertical (longitudinal) e radial ao tronco, formada por elementos “tubulares” denominados de fibras (traqueídes) esquematizados na Figura 2. Esses elementos são estruturas macroscópicas, com dimensões da ordem de milímetros, podendo alcançar até 3,5 mm (caso do eucalipto). Esses elementos

tubulares são estruturados por fios de celulose de alta resistência espiralados e “cementados” por uma matriz de lignina (extrativos), formando assim uma estrutura tubular preferencialmente nas direções longitudinal e radial ao tronco tal como esquematizada na Figura 3. Durante o crescimento da árvore esses tecidos vão se superpondo em forma de cones, com maior atividade durante as estações quentes (principalmente no verão) e menor intensidade nas estações frias (principalmente no inverno), quando há menor intensidade solar e poucas chuvas. Assim as camadas de verão são de maior espessuras e de tonalidades claras e as camadas de inverno são de menor espessuras e com tonalidade escurecidas, denominadas de anéis de crescimento. Portanto, os anéis de crescimento são formados por colorações dos tecidos, não resultando em uma estrutura resistente da madeira, apenas uma coloração anelar na seção da peça que ajuda a identificar as superfícies de clivagem da estrutura interna da madeira (ALMEIDA, P. A. O, 1990).

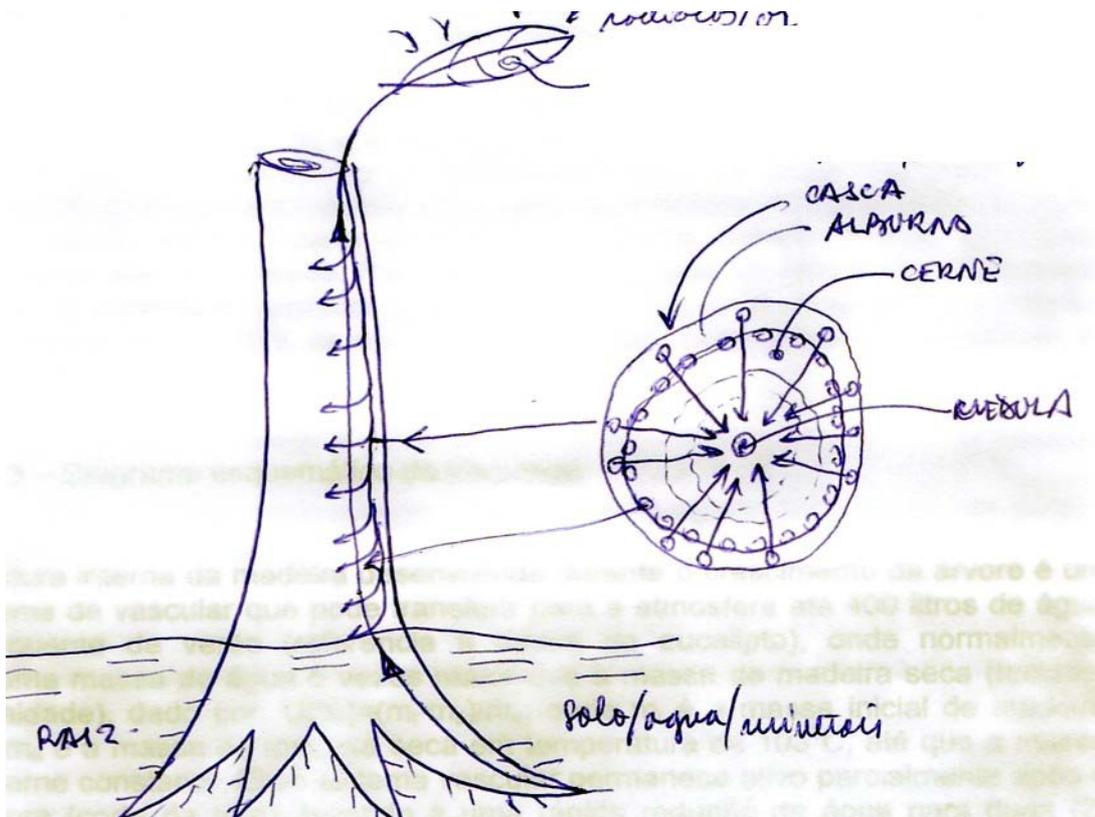


Figura 1 – Diagrama esquemático da fisiologia da árvore

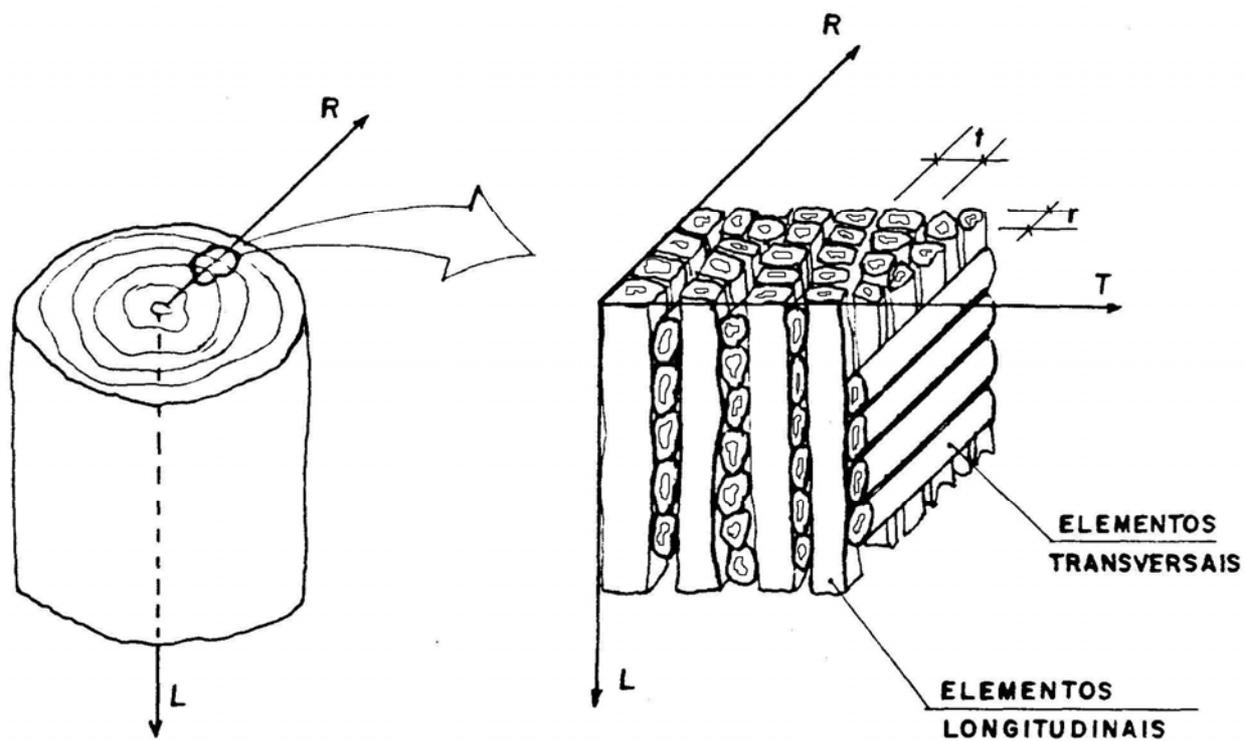


Figura 2 – Arranjo esquemático da estrutura interna da madeira (ALMEIDA, P. A. O, 1990)

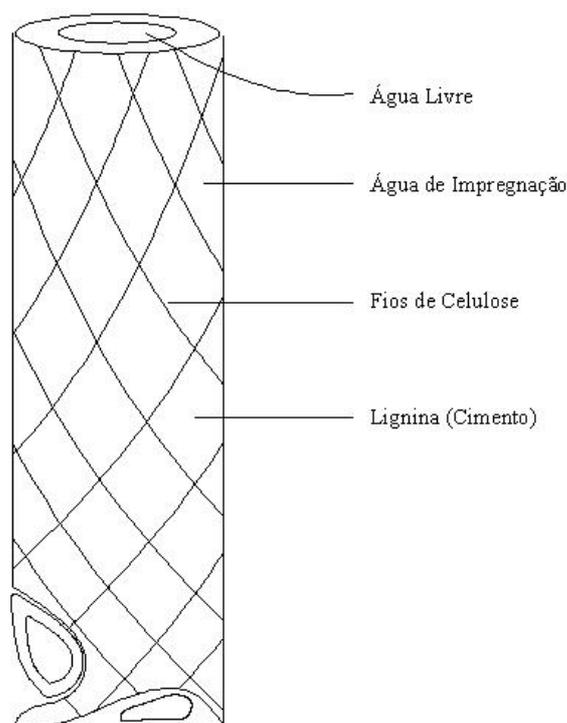


Figura 3 – Diagrama esquemático do traqueide

A estrutura interna da madeira desenvolvida durante o crescimento da árvore é um eficiente sistema de vascular que pode transferir para a atmosfera até 400 litros de água em um dia quente de verão (referencia a uma árvore adulta de eucalipto), onde normalmente encontra-se uma massa de água 5 vezes maior que a massa de madeira seca (tecidos) (500% de umidade), dado por:  $U(\%) = (m_i - m_s) / m_s$ ; sendo  $m_i$  a massa inicial de madeira mais água e  $m_s$  é a massa da madeira seca em temperatura de  $103^{\circ}\text{C}$ , até que a massa do corpo se torne constante. Esse sistema vascular permanece ativo parcialmente após o abate da árvore (corte da tora), levando, em poucas horas após o abate, a uma rápida redução de água para duas (2) vezes a massa de água relativa à massa de madeira seca ( $m_s$ ).

Esse processo de secagem natural da madeira naturalmente continua a se desenvolver durante as fases de transporte, desdobro e aparelhamento decrescendo a valores de umidade da ordem de 100 % a 30 % num período de até 3 meses. A secagem natural continuará a se desenvolver até chegar a umidade de equilíbrio com o ar ambiente, que leva no mínimo um ano de duração e atinge valores de 18%, caso da cidade de São Paulo. A extração da água da madeira, para teores de umidade abaixo de 30%, em pouco tempo exige procedimentos de secagem aqui denominados de secagem artificial da madeira. Ademais, a extração dessa água resulta em movimentações significativas da estrutura interna, provocando retrações em planos preferenciais orientados pela estrutura interna do sistema vascular.

A extração da água da madeira poderá provocar mudanças importantes na microestrutura que normalmente leva retrações exageradas podendo atingir fraturamento da estrutura interna, denominados de defeitos de secagem, sendo o mais comum o fendilhamento dos troncos ou das peças de madeira maciça (serradas ou falquejadas). Essas retrações são orientadas preferencialmente pelo sistema vascular definidos pelas as fibras, que se desenvolvem em função do tipo de corte que é realizado na fase de desdobro da madeira. figura 5.

A saída de água da madeira resulta na retração das paredes das fibras, aumentando sua compactidade que leva a um aumento tanto na resistência quanto na rigidez do material. Esse fenômeno tem sua intensidade aumentada rapidamente quando o teor de umidade é reduzido abaixo de 25%, até valores próximos de 5%.

Esse fenômeno na presença do aumento de temperatura aumenta a resistência mecânica da madeira chegando a dobrar seu valor de umidade de referência (12%) em temperaturas acima de 200 graus Celsius, ALMEIDA (revista TECHNE 1994), tornando a madeira um material com excelente desempenho em situações de incêndio, pois retarda ao máximo o colapso da estrutura, figura 6. O retardamento do colapso é devido o aumento da resistência, em função do aumento da temperatura, ser maior que a perda de resistência da seção pelo avanço da queima pelo fogo. Esse fenômeno ocorre até um tempo limite, necessário para que ocorra a evacuação da edificação, que normalmente é 1 hora de duração.

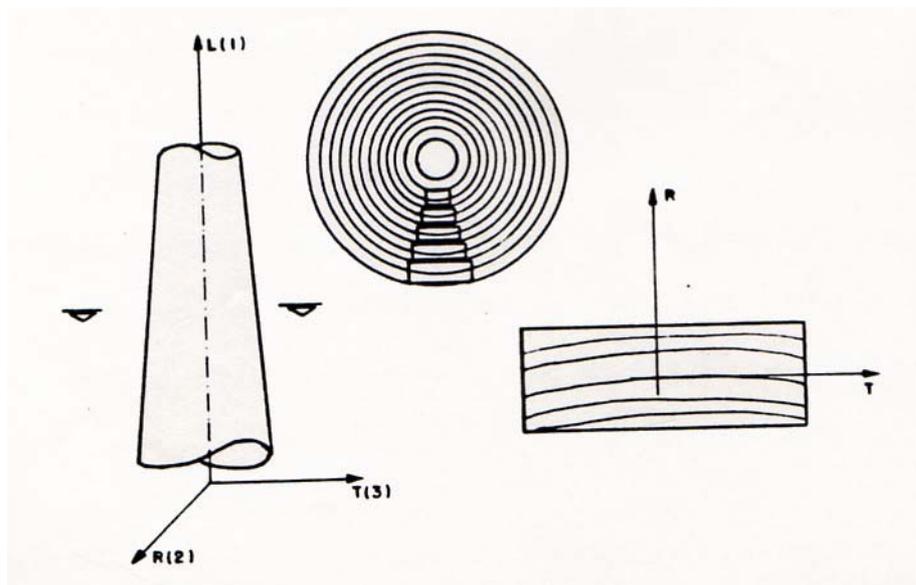


Figura 4 – Anéis de crescimento como indicação da estrutura interna da madeira (ALMEIDA, P. A. O, 1990)

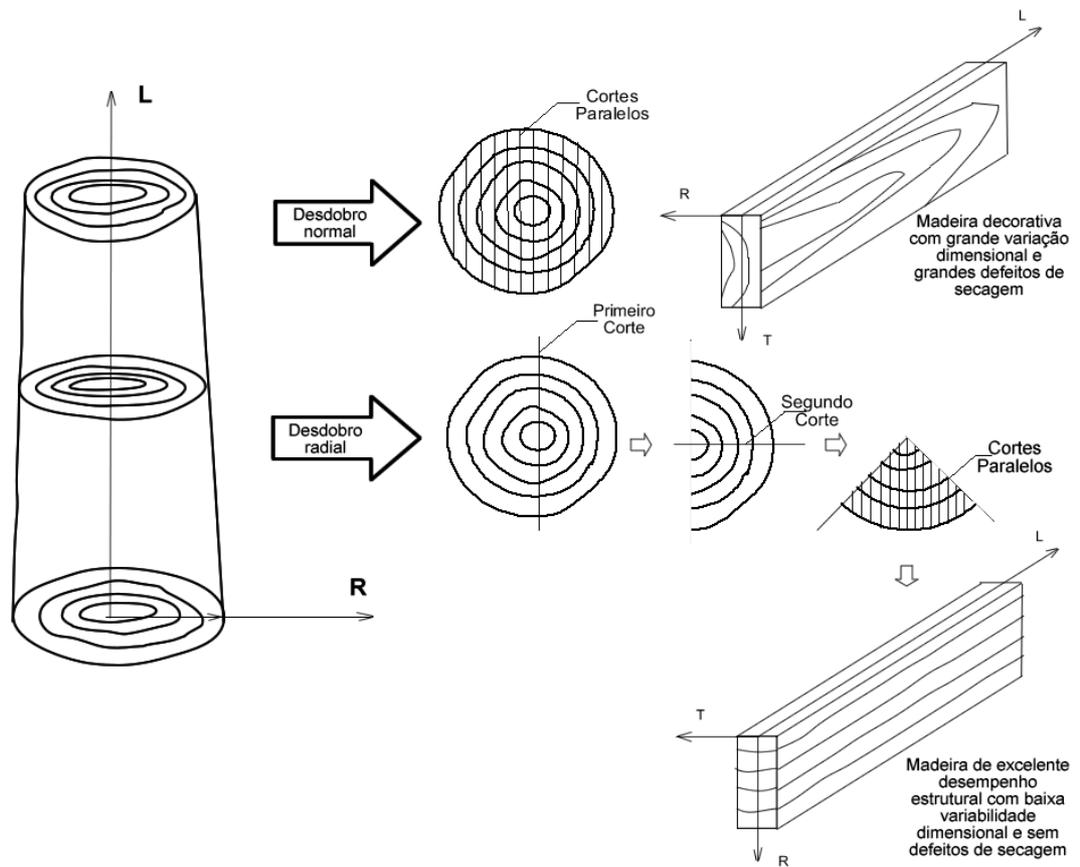


Figura 5 – Sistema de desdobro orientado pela estrutura interna da madeira (anéis de crescimento)

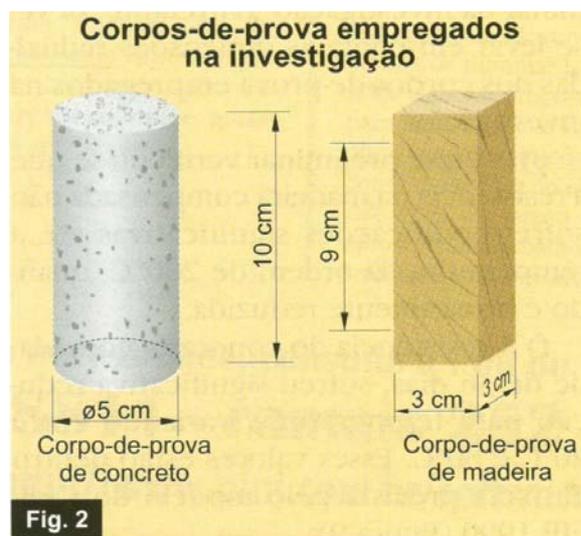


Figura 6<sup>a</sup> – Corpos-de-prova utilizados no experimento

A investigação do efeito da temperatura na madeira e no concreto foi realizada com os corpos-de-prova da figura 6a e os resultados estão nos diagramas das figuras 6b e 6c. Nessa investigação os corpos-de-prova foram expostos durante 1 hora a uma temperatura mantida constante e em seguida são realizados ensaios de compressão.

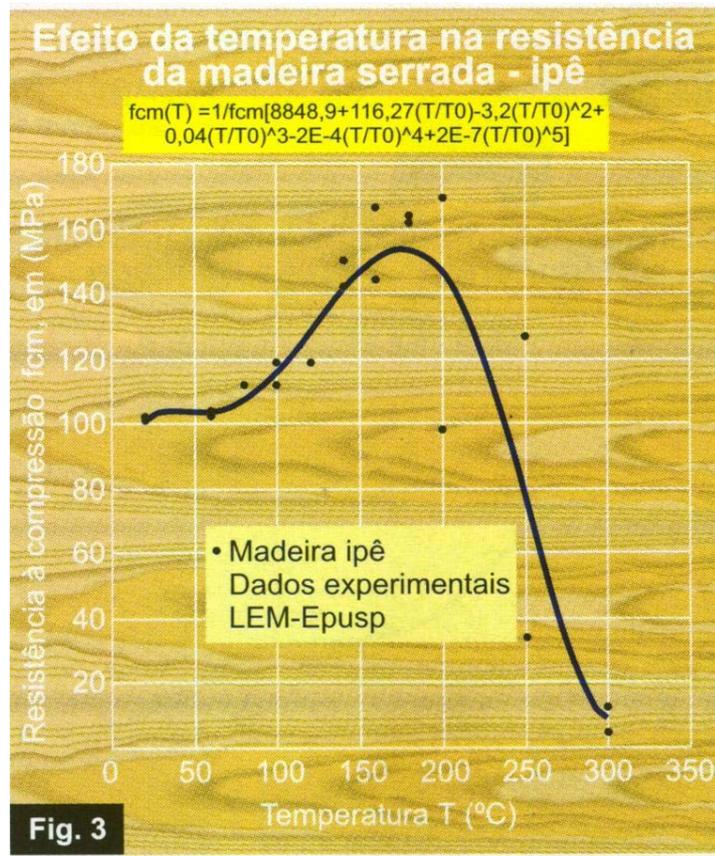


Figura 6b – Variação da resistência da madeira em função da temperatura até a combustão espontânea (ALMEIDA, P. A. O & SOUZA, 1996)

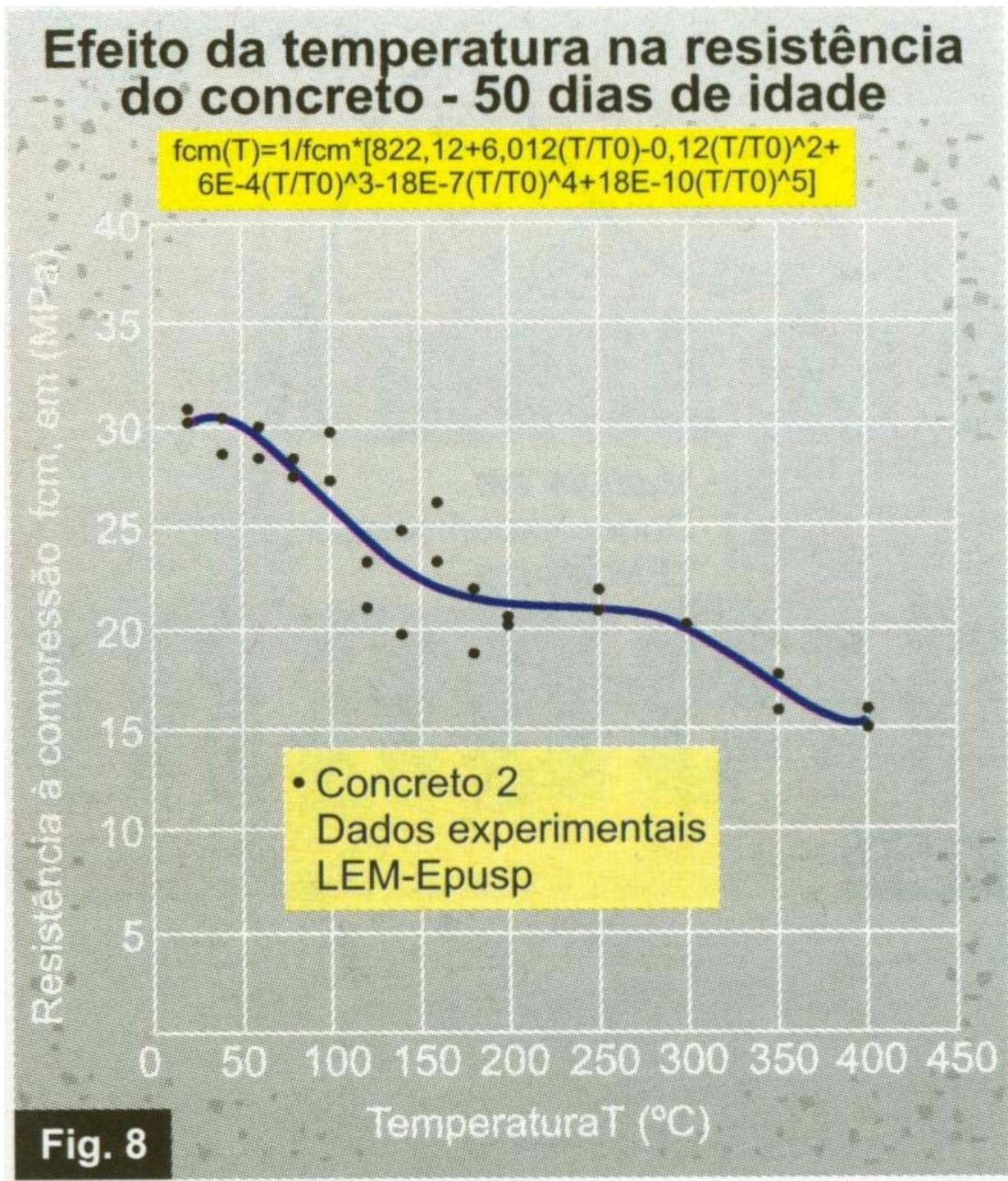


Figura 6c – Variação da resistência do concreto em função da temperatura (ALMEIDA, P. A. O & SOUZA, 1996)

### 2.1.2 Umidade

A madeira como material estrutural é considerada como material homogêneo e suas propriedades são determinadas para uma condição-padrão de referência, com teor de umidade de 12%. Para aplicações em ambiente que levem a outros teores de umidade, todas as propriedades físicas da madeira devem ser corrigidas com equações que contemplem outras situações de uso do material.

Para o projeto de estruturas de madeira deve-se considerar a influência da umidade nas propriedades de resistência e rigidez foram definidas as classes de umidade. Nessas classes o teor de umidade da madeira é uma função da umidade relativa do ambiente  $U_{amb}$ , em seu valor médio anual, mostrado na tabela 1, correspondente a atual Tabela 7 da NBR 7190/97 – Classes de umidade.

Tabela 1 – Classes de umidade, ALMEIDA et all, 1996

Classes de umidade	Umidade relativa do ambiente $U_{amb}$	Umidade de equilíbrio da madeira $U_{eq}$
1	$\leq 65\%$	12%
2	$65\% < U_{amb} \leq 75\%$	15%
3	$75\% < U_{amb} \leq 85\%$	18%
4	$U_{amb} > 85\%$ durante longos períodos	$\geq 25\%$

A correção das propriedades de resistência e rigidez devida ao teor de umidade, para valores de projeto, será considerada por coeficientes de modificação  $k_{mod}$  definidos a seguir.

### 2.1.3 Densidade

A densidade da madeira será definida a partir da hipótese de material homogêneo como sendo a relação entre a massa específica e o volume correspondente, ambas as grandezas medidas no mesmo teor de umidade. Para emprego em projeto de estruturas a densidade foi denominada de densidade aparente  $\rho_{aparente(U)} = m_{(U)} / V_{(U)}$  e especificada para a condição-padrão de referência de  $U = 12\%$  de teor de umidade, para cada classe de resistência da madeira publicada a seguir.

Além da densidade aparente é usual também a densidade básica  $\rho_{basica}$  da madeira definida pela relação entre a massa seca da madeira ( $m_s$ ) e o volume saturado ( $V_{saturado}$ ) que é uma grandeza de fácil determinação, mas não empregada diretamente em projeto de estruturas ( $\rho_{basica} = m_s / V_{saturado}$ ).

### 2.1.4 Rigidez

A madeira serrada apresenta três (3) planos de simetria elástica preferências, orientados nas direções longitudinal (1), radial (2) e tangencial (3), caracterizando-se

assim o modelo ortótropo. A representação da rigidez da madeira no modelo ortótropo exige a determinação de nove (9) coeficientes elásticos independentes representados pela equação 1 e em valores de engenharia pela matriz da figura 7. Todos esses valores podem ser determinados por ensaios uniaxiais de blocos de madeira serrada tal como demonstrado por ALMEIDA, P. A. O, 1990.

$$\varepsilon_{ij} = D_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (\text{equação 1})$$

$$D_{qr} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{-\nu_{13}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{31}}{E_1} & \frac{-\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} \end{pmatrix}$$

Figura 7 – Constantes elásticas para o modelo ortótropo da madeira

onde  $E_i$  são os módulos de elasticidade nas direções 1, 2 e 3, correspondentes as direções longitudinal (1), radial (2) e tangencial (3). Os  $\nu_{ij}$ ,  $G_{ij}$  são os coeficientes de Poisson e os módulos de elasticidade transversais para os plano 1-2, 2-3 e 3-1, respectivamente. Esses planos estão representados pelo desenho esquemático da figura 8.

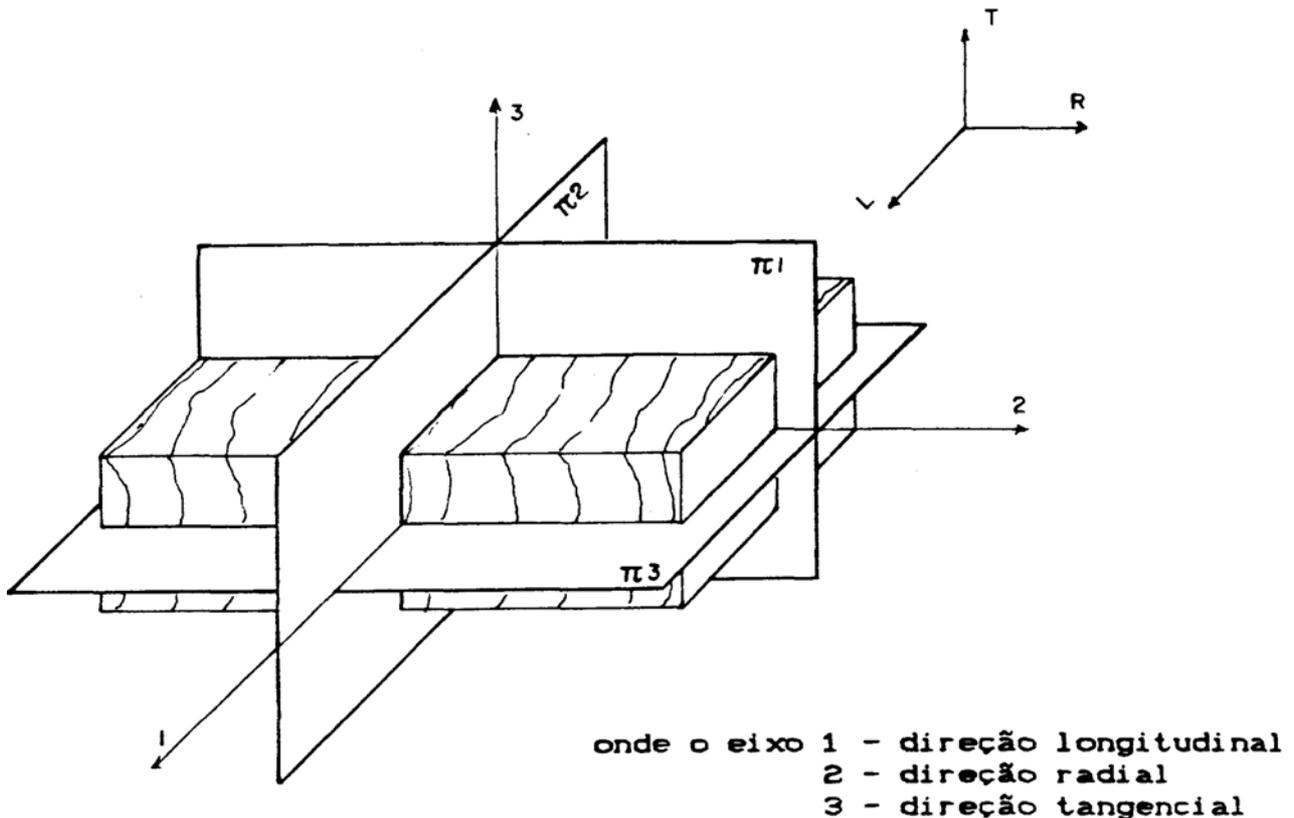


Figura 8 – Orientação dos planos preferenciais de simetria elástica do modelo ortótropo da madeira (ALMEIDA, P. A. O, 1990)

Para o projeto de estruturas de madeira a rigidez normalmente será considerada apenas em relação às direções paralela e normal ao feixe de fibras, sem levar em conta a rigidez na direção tangencial. Portanto, emprega-se um valor médio que represente a variação entre as direções radial e tangencial. A relação simplificada entre os módulos de elasticidade na direção normal e paralela as fibras é dada pela expressão:

$$E_{w90} = \frac{1}{20} E_{w0} \quad \text{(equação 2)}$$

onde  $E_{w90}$  é o módulo de elasticidade na direção normal às fibras ( $\alpha = 90$  graus) e  $E_{w0}$  é o módulo de elasticidade na direção paralela as fibras ( $\alpha = 0$  grau).

A influência da umidade na rigidez da madeira para valores de projeto será considerada por coeficientes de modificação  $k_{mod}$  definidos a seguir.

### 2.1.5 Resistência

Em razão do caráter anisotrópico da madeira, as resistências da madeira podem ser representadas em modelo ortótropo, entretanto para aplicação em projeto a resistência da madeira será representada de modo simplificado, tomando-se como referência a orientação do feixe de fibras, na direção paralela às fibras  $\alpha = 0$  grau e normal às fibras  $\alpha = 90$  graus. Assim as resistências são apresentadas em valores relativos entre elas tal como especificada na tabela 2 a seguir, onde  $f_{\alpha,k}$  corresponde a

resistência a tração paralela as fibras inclinadas de  $\alpha = 0$  grau ou  $\alpha = 90$  graus, em valor característico;  $f_{c\alpha,k}$  corresponde a resistência a compressão paralela as fibras ( $\alpha = 0$  grau) ou inclinadas as fibras ( $\alpha = 90$  graus), em valor característico ( $k$ ).

Tabela 2 – Relações entre as resistências da madeira natural, em valores característicos (ALMEIDA et al, 1986)

Relações entre resistências características	Valores de referencia
$f_{c0,k} / f_{t0,k}$	0,77
$f_{tM,k} / f_{t0,k}$	1,00
$f_{t90,k} / f_{t0,k}$	0,05
$f_{c90,k} / f_{c0,k}$	0,25
$f_{e0,k} / f_{c0,k}$	1,00
$f_{e90,k} / f_{c0,k}$	1,00
$f_{v0,k} / f_{c0,k}$ (para coníferas)	0,15
$f_{v0,k} / f_{c0,k}$ (para dicotiledôneas – folhosas)	0,12

## 2.2 Classes de resistência

A madeira como material estrutural normalmente é considerada em quatro tipos: madeira serrada; madeira laminada colada; madeira compensada e madeira recomposta.

Para o projeto de estruturas de madeira, as propriedades estruturais da madeira serrada estão relacionadas nas tabelas 3 e 4 “Classes de Resistência das madeiras coníferas e Dicotiledôneas (aqui denominadas de folhosas). Os valores das propriedades estruturais dessas tabelas têm como objetivo a padronização das propriedades das mais de 500 espécies de madeiras catalogadas no Brasil, orientando a escolha da madeira para estruturas apenas pela propriedade de referencia que é a “resistência a compressão paralela às fibras  $f_{c0k}$ ”, em seu valor característico ( $k$ ). Essa tabela é resultado de um sistemático estudo estatístico realizado por pesquisadores da EP-USP e EESC-USP para a NBR 7190/1997.

Tabela 3 – Classes de resistência das coníferas (ALMEIDA et al, 1986 (NBR 7190/97))

Coníferas (valores na condição padrão de referência $U=12\%$ )					
Classes	$f_{c0,k}$ (MPa)	$f_{vk}$ (MPa)	$E_{c0,m}$ (MPa)	(*) $\rho_{bas,m}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_{parente}$ (kg/m <sup>3</sup> )
C20	20	4	3.500	400	500
C25	25	5	8.500	450	550
C30	30	6	14.500	500	600

(\*) definida como  $M_s / V_{sat}$

Tabela 4 – Classes de resistência das folhosas ALMEIDA et all, 1986 (NBR 7190/97)

<b>Folhosas (Dicotiledôneas)</b> (valores na condição padrão de referência $U=12\%$ )					
Classes	$f_{c0,k}$ (MPa)	$f_{vk}$ (MPa)	$E_{c0,m}$ (MPa)	(*) $\rho_{bas,m}$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_{aparente}$ (kg/m <sup>3</sup> )
C20	20	4	9.500	500	650
C30	30	5	14.500	650	800
C40	40	6	19.500	750	950
C60	60	8	24.500	800	1.000

(\*) definida como  $M_g/V_{sat}$

Os efeitos da umidade nas propriedades de resistência e rigidez da madeira para efeitos de projeto de estruturas são considerados por meio do coeficiente de modificação  $k_{mod}$  definidos a seguir.

Para a estimativa da resistência característica da madeira de um lote, com volume não maior que 12 m<sup>3</sup>, deve-se extrair pelo menos 6 exemplares para madeiras conhecidas ou 12 exemplares para madeira pouco conhecidas. A resistência característica da madeira será obtida a partir de um estimador de valores característicos expressado por:

$$f_{wk} = \left[ 2 \cdot \left( \frac{f_1 + f_2 + \dots + f_n}{\frac{n}{2} - 1} \right) - \frac{f_n}{2} \right] \cdot 1.1 \quad (\text{equação 3})$$

onde os resultados dos ensaios da amostra devem ser colocados em ordem crescente  $f_1 \leq f_2 \leq \dots \leq f_n$ , desprezando-se o valor mais alto se o número de corpos-de-prova for ímpar, não se tomando para  $f_{wk}$  valor inferior a  $f_1$ , nem a  $0,7 \cdot f_m$  do valor médio.

Os ensaios podem ser realizados em corpos-de-prova com teor de umidade diferentes de 12%, que é a condição-padrão de referência, para em seguida serem corrigidos pela expressão:

$$f_{12} = f_{U\%} \left[ 1 + \frac{3(U\% - 12)}{100} \right] \quad (\text{equação 4})$$

onde  $f_{12}$  é a resistência da madeira na condição-padrão de referência a 12% de umidade e  $f_{U\%}$  é a resistência medida diretamente do ensaio com teor de umidade diferente de 12%. Essa expressão tem validade para teores de umidade entre  $10\% \leq U\% \leq 20\%$ . No caso de valores maiores que 20%, considerar na expressão  $U=20\%$ , pois a variação não é significativa.

Essa mesma expressão de correção de valores para a condição-padrão de referência também pode ser empregada para a correção da rigidez medida experimentalmente em corpos-de-prova com teores diferentes de 12%. Para isso, deve-se empregar a expressão dada por:

$$E_{12} = E_{U\%} \left[ 1 + \frac{2(U\% - 12)}{100} \right] \quad (\text{equação 5})$$

onde  $E_{12}$  é o valor médio do módulo de elasticidade a compressão paralela às fibras, determinado experimentalmente em corpos-de-prova com teores diferentes da condição padrão de referência 12%.

Para efeito de projeto, considera-se desprezível a influência da temperatura na faixa usual de utilização de  $10^{\circ} C$  a  $60^{\circ} C$ .

## 2.3 Valores representativos das propriedades estruturais da madeira

### 2.3.1 Valores de cálculo das resistências

O valor de cálculo  $X_d$  é determinado a partir do valor característico  $X_{k,inf}$ , aqui denominado de  $X_d$ , dado pela equação 6:

$$X_d = k_{mod} \cdot \frac{X_k}{\gamma_w} \quad (\text{equação 6})$$

onde  $k_{mod}$  é o coeficiente de modificação das resistências, resultante do produto de  $k_{mod1} * k_{mod2} * k_{mod3}$ , que leva em consideração a modificação da resistência característica devida a duração do carregamento, teor de umidade diferente da condição-padrão de referência para projeto e a qualidade da madeira (primeira ou segunda categoria), respectivamente. O  $\gamma_w$  é o coeficiente de minoração das resistências resultantes do produto de  $\gamma_{m1} * \gamma_{m2} * \gamma_{m3}$ , que considera a variabilidade intrínseca da madeira do lote considerado, as usuais diferenças anatômicas aleatórias existentes entre as madeiras empregadas na fabricação dos corpos-de-prova e da estrutura, e outras reduções das resistências efetivas em relação as resistências teóricas consideradas no projeto, respectivamente. Os valores usuais de  $\gamma_w$  estão relacionados na tabela 5 a seguir.

Tabela 5 – valores de  $\gamma_w$  para projeto de estruturas de madeira – Estados Limites Últimos

Tipos de solicitação	Valores de $\gamma_w$
Resistência a compressão $\gamma_{wc}$	1,4
Resistência à tração $\gamma_{wt}$	1,8
Resistência ao cisalhamento $\gamma_{wv}$	1,8

Para efeito de estados limites de utilização ou de serviço, considera-se  $\gamma_w = 1,0$ .

Os valores de  $k_{mod1}$ , que levam em consideração a duração do carregamento estão relacionados na tabela 6 a seguir.

Tabela 6 – valores de  $k_{mod1}$  (ALMEIDA et al, 1990 (NBR 7190/97))

Classes de carregamento	Tipos de madeira	
	Madeira serrada Madeira laminada colada Madeira compensada	Madeira recomposta
Permanente	0,60	0,30
Longa duração	0,70	0,45
Média duração	0,80	0,65
Curta duração	0,90	0,90
Instantânea	1,10	1,10

Os valores de  $k_{mod2}$ , modificam a resistência especificada nas classes de resistência, para emprego em ambientes onde o teor de umidade é diferente da condição-padrão de referencia estão relacionados na tabela 7 a seguir.

Tabela 7 – valores de  $k_{mod2}$  (ALMEIDA et al, 1990 (NBR 7190/97))

Classes de umidade	Madeira serrada Madeira laminada colada Madeira compensada	Madeira recomposta
(1) e (2)	1,0	1,0
(3) e (4)	0,8	0,9

Para o caso da madeira submersa, considera-se o valor de  $k_{mod2} = 0,65$ .

A qualidade da madeira é considerada no projeto como de primeira categoria, para peças isentas de defeitos, com  $k_{mod3} = 1,0$  e peças de segunda categoria, onde se admite pequenos defeitos, com  $k_{mod3} = 0,8$ .

### 2.3.2 Valores efetivos das propriedades de rigidez da madeira

A rigidez da madeira a ser considerada no projeto das estruturas de madeira também deve ser modificada para se levar em conta os efeitos deletérios da duração do carregamento, da umidade e da qualidade da madeira a ser considerada na construção. Para efeito de projeto a determinação da rigidez efetiva  $E_{c0,ef}$ , é dada pela modificação do valor médio dada pela equação:

$$E_{c0ef} = k_{mod1} \cdot k_{mod2} \cdot k_{mod3} \cdot E_{c0r} \quad (\text{equação 7})$$

onde  $E_{c0,m}$  é o valor médio do módulo de elasticidade obtido da tabela das classes de resistência, para a condição-padrão de referencia.

Considerando a característica anisotrópica da madeira, o módulo de elasticidade transversal, para efeito de projeto, pode ser determinado pela equação:

$$G_{ef} = \frac{E_{c0ef}}{20} \quad (\text{equação 8})$$

onde  $G_{ef}$  é o módulo de elasticidade transversal obtido a partir do módulo de elasticidade na direção paralela às fibras da madeira, em valores efetivos, onde já se consideram os respectivos efeitos deletérios da duração do carregamento, da umidade e do tipo de material a ser considerado na construção.

Assim, a resistência de cálculo poderá ser estimada para a avaliação de segurança em Estados Limites Últimos a partir da consideração dos valores dos  $k_{mod}$  para cada tipo de carregamento a ser considerado na vida útil da estrutura, atendendo as situações de projeto em questão.

### 3 Ações

#### 3.1 Situações de projeto

##### 3.1.1 Classificação das ações e durabilidade das construções

De modo geral as propriedades da madeira são dependentes da natureza e da intensidade das ações atuantes durante a vida em serviço, que exige uma abordagem adequada dos conceitos da Teoria de Segurança, apresentados a seguir.

Os carregamentos resultam da combinação de ações que agem nas estruturas durante um tempo de referencia a ser considerado no projeto. Normalmente, essas ações são denominadas de permanentes  $G$ , que ocorrem com valores constantes ou de pequena variação em torno de sua média, durante praticamente toda a vida da construção; ações variáveis  $Q$ , que ocorrem com variações significativas durante a vida da construção e ações excepcionais  $Q_{exp}$ , que agem com duração extremamente curta e com baixa probabilidade de ocorrência durante a vida da construção. A variação temporal dessas ações pode ser esquematizada no diagrama da figura 9.

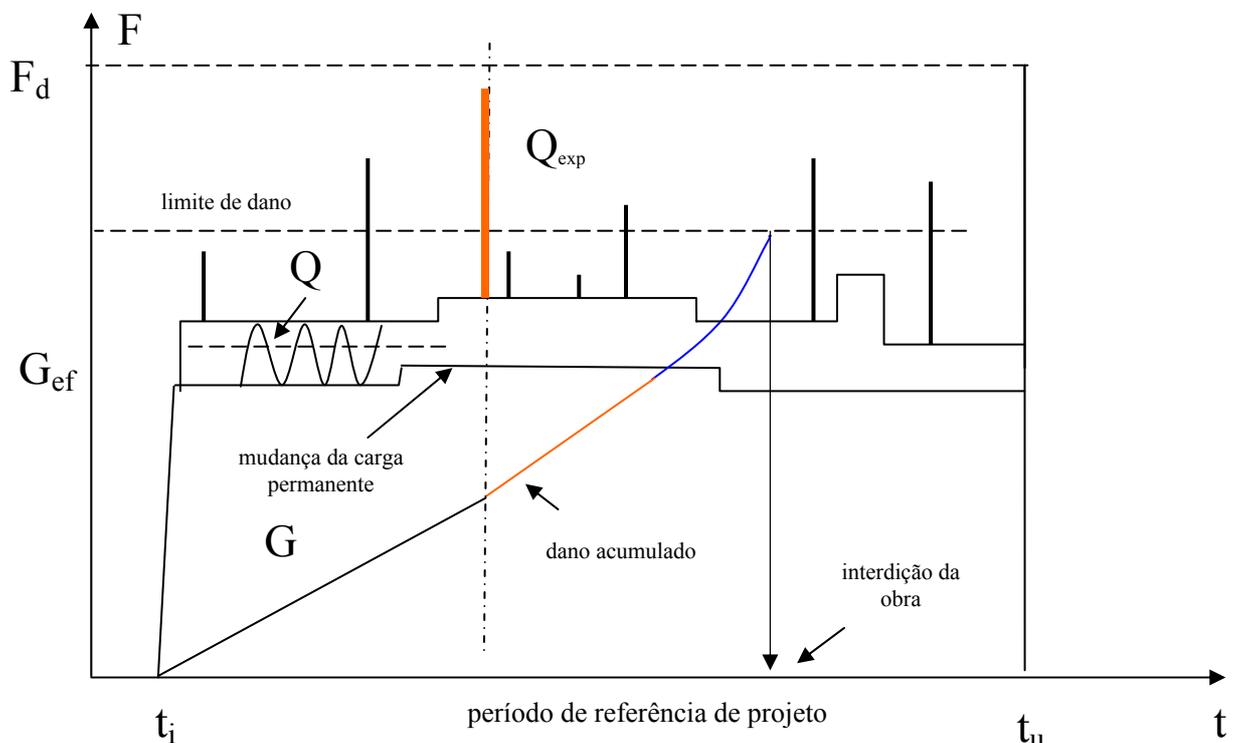


Figura 9 – variação temporal das ações durante a vida da construção

Além das considerações das ações em relação aos estados limites últimos também se deve levar em conta as ações que ocorrem frequentemente nas estruturas e resultam em um dano acumulado durante a vida útil. Esse fenômeno, no caso da madeira, pode decorrer de uma rápida degradação do material por meios mecânicos (abrasão), por agentes químicos (produtos que degradem a estrutura da madeira) ou por organismos xylófagos (insetos). Esse fenômeno pode também ser acelerado na presença de uma ação excepcional que modifique a inclinação da curva de dano acumulado da estrutura, seja por perda de rigidez de certas regiões especiais, ou até mesmo pela fadiga das ligações mecânicas da madeira. Normalmente, os efeitos do dano acumulado levam a estrutura a emitir sinais que exijam a interdição da obra para reparo ou substituição de partes, tal como esquematizado na figura 9.

Neste caso, o efeito acumulativo das ações pode ser contemplado pela atribuição do tempo de referencia a ser considerado no projeto de uma estrutura nova ou no diagnóstico de uma estrutura existente, tornando-se assim uma variável importante a avaliação de segurança da estrutura, contemplando os riscos a vida humana assim como os riscos econômicos correspondentes. Assim as tabelas 8, 9 e 10 contem uma relação de estruturas e de elementos estruturais com seus respectivos períodos de referência. Na tabela 8 encontram-se valores estabelecidos pelo CEB, 1980. Nas tabelas 9 e 10 são encontrados valores de referencia condensados da prática, com exemplos dos tipos de estruturas, RATAY, 2005.

Tabela 8 – Classificação da vida útil das estruturas (CEB, 1980)

Classe	Vida útil (em anos)	Exemplos
1	1 a 5	Estruturas temporárias
2	25	Elementos estruturais substituíveis
3	50	Concreto em estruturas correntes
4	100	Pontes e obras de arte

Tabela 9 – Classe de duração dos edifícios

Descrição das classes	Vida útil da edificação	Exemplos
Acomodações temporárias	até 5 anos	Edificações utilizadas durante a construção, prédios para exposições temporárias
Edifícios de curta duração	5 a 30 anos	Salas de aulas temporárias, edificações de curta duração para processos industriais, edificações modulares
Edifícios de média duração	30 a 60 anos	Maioria dos edifícios industriais, armazéns
Edificações de vida normal	no mínimo 60 anos	Hospitais e edificações de escolas, novas estruturas residenciais
Edifícios de longa duração	60 a 120 anos	Maioria dos teatros, edifícios públicos, fóruns e edificações institucionais de alta qualidade

Tabela 10 – Vida útil de elementos de um sistema construtivo, apud (RATAY, 2005)

Sistema construtivo	Vida de projeto (em anos)
Fundações	>100
Estrutura	>100
Piso de estacionamento exposto	30
Alvenaria de blocos	>100
Argamassa em alvenaria	25
Revestimento de madeira	20-40
Portas	25
Janelas	20-40
Asfalto poroso	15-30
Telhado	10-30
Acabamentos	7-20
Revestimentos de piso	5-10
Forro de teto	10-20
Calha	40

A natureza da madeira exige uma especial atenção a combinação das ações e da observância da duração permanente ou acumulada das ações, o que permitirá a estimativa mais adequada das propriedades de rigidez e resistência até o final da vida útil considerada no projeto. A seguir são empregadas as três situações definidas pela norma de ações e segurança para o projeto de estruturas.

### 3.1.2 Situações duradouras

As situações duradouras são as que podem ter duração igual ao período de referência da estrutura. Nessas situações a segurança em relação aos estados limites últimos leva em consideração apenas as combinações últimas normais de carregamento. Para os estados limites de utilização são consideradas as combinações de longa duração (quase permanente) e as combinações de média duração (freqüentes), equações 9, 10 e 11, respectivamente.

$$F_{d} = \sum_{i=1}^m \gamma_{Gi} F_{Gi,k} + \gamma_Q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} F_{Qj,k} \right] \text{ (normais) (equação 9)}$$

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \text{ (longa duração) (equação 10)}$$

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Qj,k} \text{ (média duração) (equação 11)}$$

### 3.1.3 Situações transitórias

São as situações que têm uma duração muito menor que o período de vida da construção, normalmente consideradas apenas para estados limites últimos, para estruturas de construções que podem estar sujeitas a algum carregamento especial.

Em casos especiais, pode-se exigir a verificação da segurança em relação a estados limites de utilização, considerando apenas combinações de curta duração (raras) ou combinações de duração média (especiais) dadas por:

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{Gi} F_{Gi,k} + \gamma_Q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0,j,ef} F_{Qj,k} \right] \text{ (construção) (equação 12)}$$

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{1j} F_{Qj,k} \text{ (curta duração) (equação 13)}$$

### 3.1.4 Situações excepcionais

As ações excepcionais têm duração extremamente curta e são consideradas somente na verificação de segurança em relação aos estados limites últimos, onde não for possível se garantir de outra forma, como o emprego de elementos físicos de proteção da construção, ou a modificação da concepção estrutural adotada.

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{Gi} F_{Gi,k} + F_{Q,exc} + \gamma_Q \sum_{j=1}^n \psi_{0,j,ef} F_{Qj,k} \text{ (excepcionais) (equação 14)}$$

O dimensionamento de estruturas correntes, normalmente se considera valores de  $\gamma_g=1,4$  (ações permanente de grande variabilidade) e  $\gamma_q = 1,4$  para as ações variáveis. Os valores para os fatores de combinação e utilização são obtidos da tabela 11 a seguir.

Tabela 11 – Fatores de combinação e utilização (ALMEIDA, P. A. O et al, 1990)

Ações em estruturas correntes	$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
- Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
- Pressão dinâmica do vento	0,5	0,2	0
Cargas acidentais dos edifícios	$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
- Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos fixos, nem de elevadas concentrações de pessoas	0,4	0,3	0,2
- Locais onde há predominância de pesos de equipamentos fixos, ou de elevadas concentrações de pessoas	0,7	0,6	0,4
- Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos	$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
- Pontes de pedestres	0,4	0,3	0,2*
- Pontes rodoviárias	0,6	0,4	0,2*
- Pontes ferroviárias (ferrovias não especializadas)	0,8	0,6	0,4*
* Admite-se $\Psi_2=0$ quando a ação variável principal corresponde a um efeito sísmico			

## 3.2 A segurança das estruturas de madeira

### 3.2.1 Condições de segurança

A segurança da estrutura será garantida pelo respeito às condições construtivas especificadas na NBR 7190/1997 e, simultaneamente, pela obediência as condições analíticas de segurança expressas por:

$$S_d \leq R_d \quad (\text{equação 15})$$

onde:  $S_d$  são as solicitações de cálculo e  $R_d$  são as resistências de cálculo.

Em casos especiais, permite-se tomar a resistência de cálculo  $R_d$  como uma fração da resistência característica  $R_k$  estimada experimentalmente dada por:

$$R_d = k_{\text{mod}} \cdot \frac{R_k}{\gamma_w} \quad (\text{equação 16})$$

onde os valores de  $k_{\text{mod}}$  e  $\gamma_w$  são os mesmos já tabelados anteriormente.

Essa situação ocorre quando há o desenvolvimento de um novo elemento estrutural, cuja condição analítica de segurança seja muito trabalhosa. Assim realizam-se ensaios em amostras selecionadas, de onde se estima os valores característicos pela expressão já apresentada anteriormente.

Em seguida estima-se o valor de cálculo para a condição de verificação de segurança em questão.

## **4 Ligações**

### **4.1 Ligações mecânicas**

#### **4.1.1 Ligações com pinos metálicos**

No projeto de ligações das estruturas de madeira a segurança é verificada em relação aos seguintes modos de ruptura esquematizados na figura 10, além do respeito aos afastamentos e espaçamentos mínimos da figura 11. Portanto, respeitadas essas condições aqui esquematizadas, a resistência das ligações poderá ser determinada pelas expressões analíticas da NBR 7190/1997, dadas a seguir.

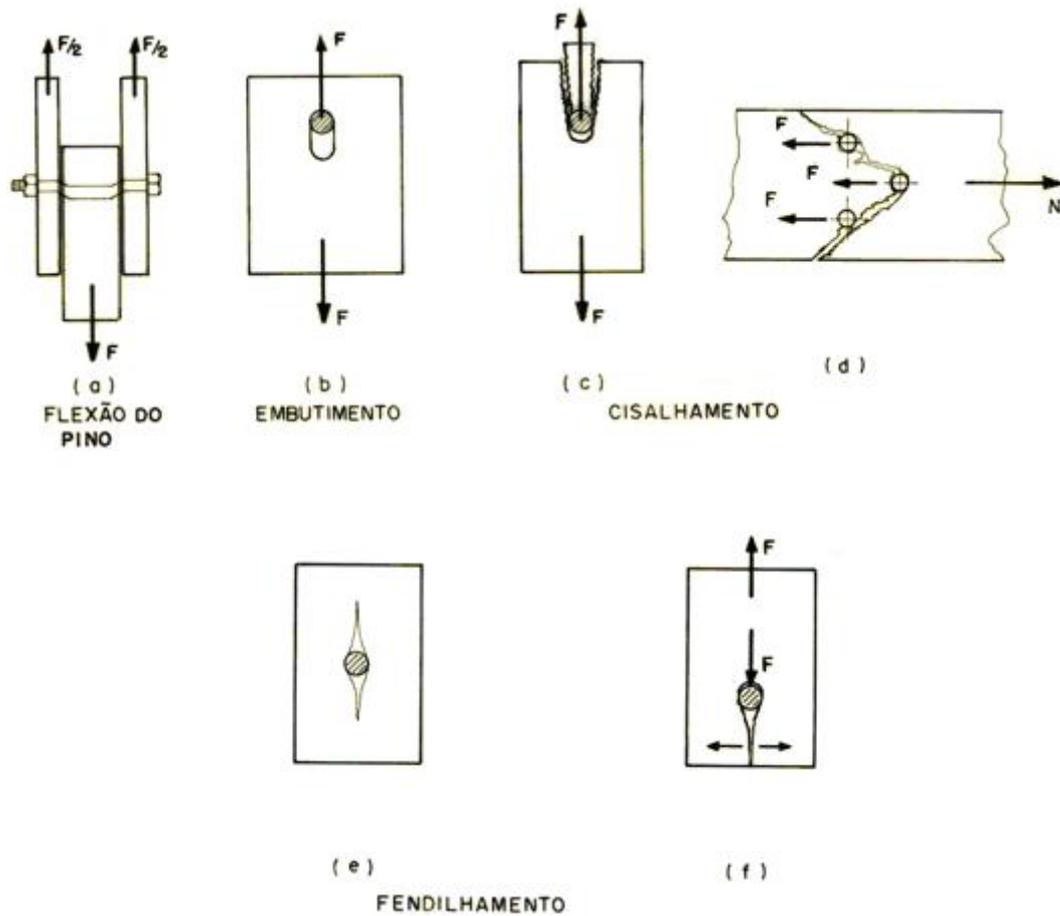


Figura 10 – Modos de ruptura das ligações de estruturas de madeira (ALMEIDA, P. A. O, 1990)

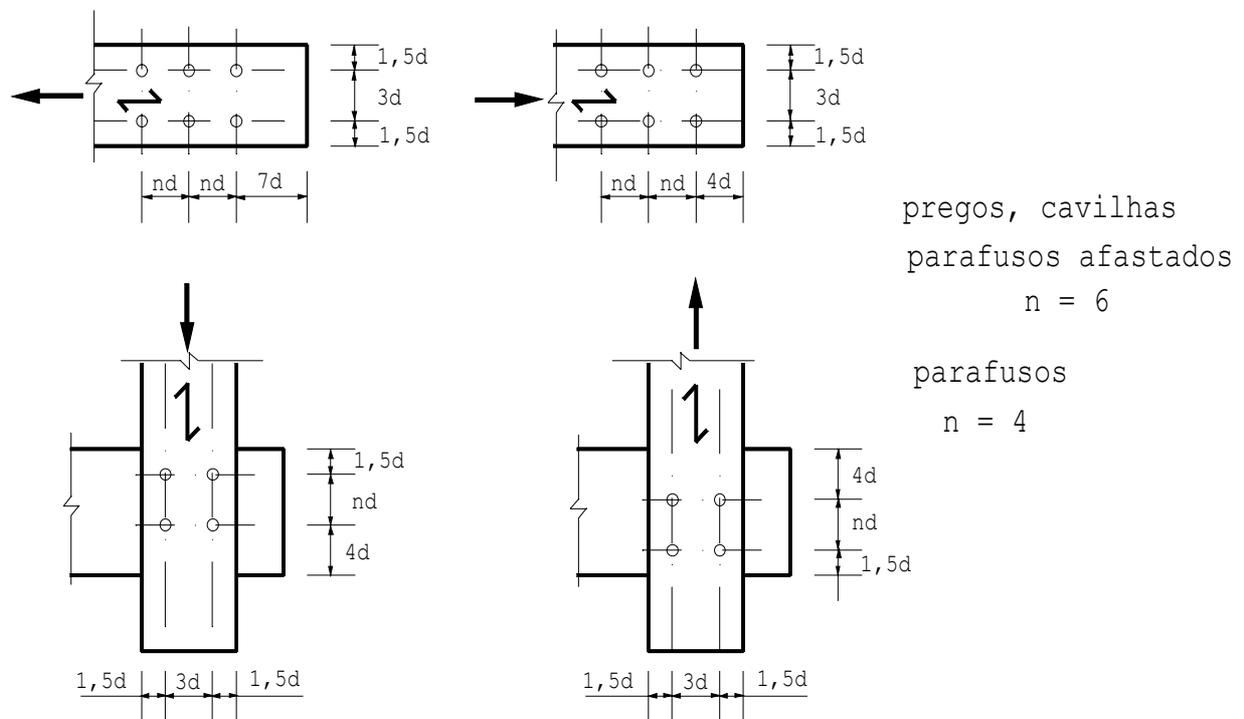


Figura 11 – Afastamento e espaçamentos mínimos (ALMEIDA, P. A. O, et al, 1996)

As condições analíticas são aplicadas para os casos de flexão do pino ou embutimento do pino na madeira, desde que respeitadas as condições construtivas com espaçamentos mínimos esquematizados neste capítulo.

Para as condições analíticas são consideradas as seguintes situações de sollicitação do pregou ou da peça de madeira, figura 12.

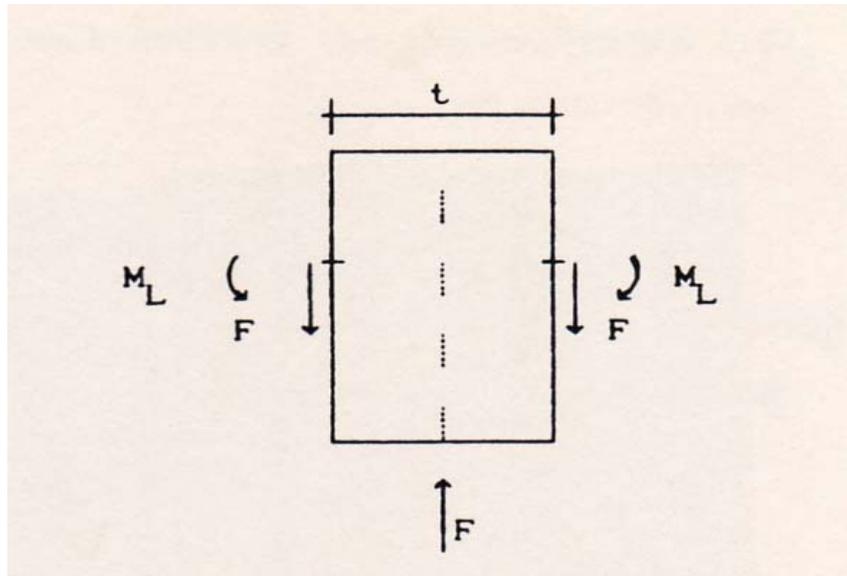


Figura 12 – Esforços sollicitantes numa ligação (ALMEIDA, P.A.O, 1990)

A resistência da ligação é determinada para uma seção de corte, figura 14, pelas equações 17 ou 19, que devem ser escolhidas a partir da relação  $\beta = t / d$ , quando comparada com o valor de  $\beta_{lim}$ , dado a seguir:

$$R_{vd,1} = 0,40 \frac{t^2}{\beta} f_{ed} \quad \text{para } \beta \leq \beta_{lim} \quad \text{(equação 17)}$$

Que substituindo  $\beta$  na equação 17, tem-se:

$$R_{vd,1} = 0,40 \cdot t \cdot d f_{ed} \quad \text{(equação 18)}$$

$$R_{vd,1} = 0,625 \frac{d^2}{\beta_{lim}} f_{yd} \quad (\text{com } \beta = \beta_{lim}) \quad \text{para } \beta > \beta_{lim} \quad \text{(equação 19)}$$

onde  $\beta = t / d$  (espessura da madeira  $t$  e o diâmetro do pino  $t$ ) e  $\beta_{lim}$  é um valor de referência determinado pela raiz quadrada da relação entre a resistência de cálculo do pino e a resistência de cálculo da madeira, para a respectiva classe.

$$\beta_{lim} = 1,25 \sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{ed}}} \quad \text{(equação 20)}$$

Os valores de  $t$  a serem considerados nas expressões anteriores são determinados pelos critérios esquematizados na figura 13.

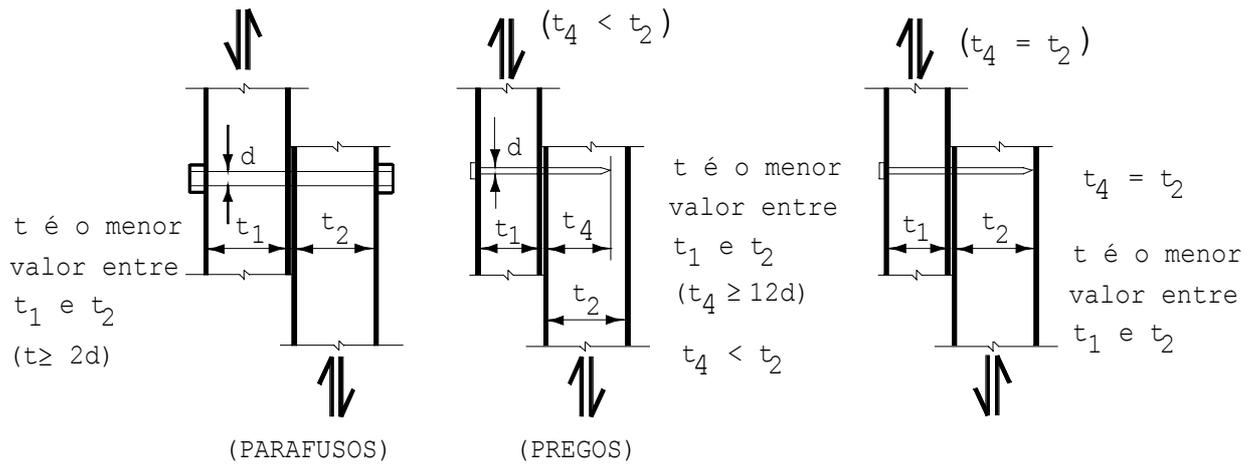


Figura 13 – Espessuras  $t$  a serem consideradas na resistência de cálculo  $R_{vd}$

Para a determinação da resistência de cálculo da ligação todas as seções de corte devem ser consideradas tais como esquematizados nas figuras 14, 15 e 16 a seguir.

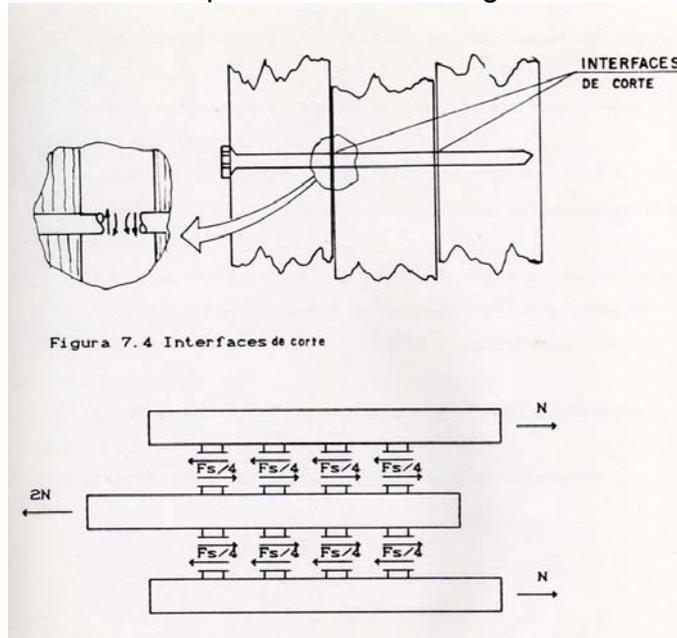
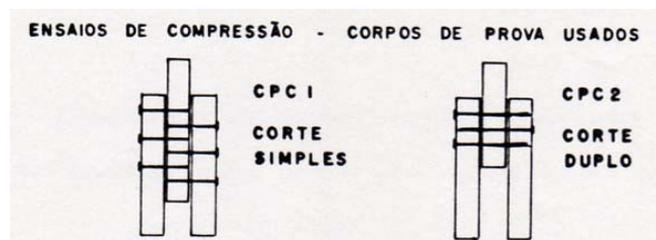


Figura 14 – Interfaces de cortes de uma ligação (ALMEIDA, P. O. A, 1990)



(a)

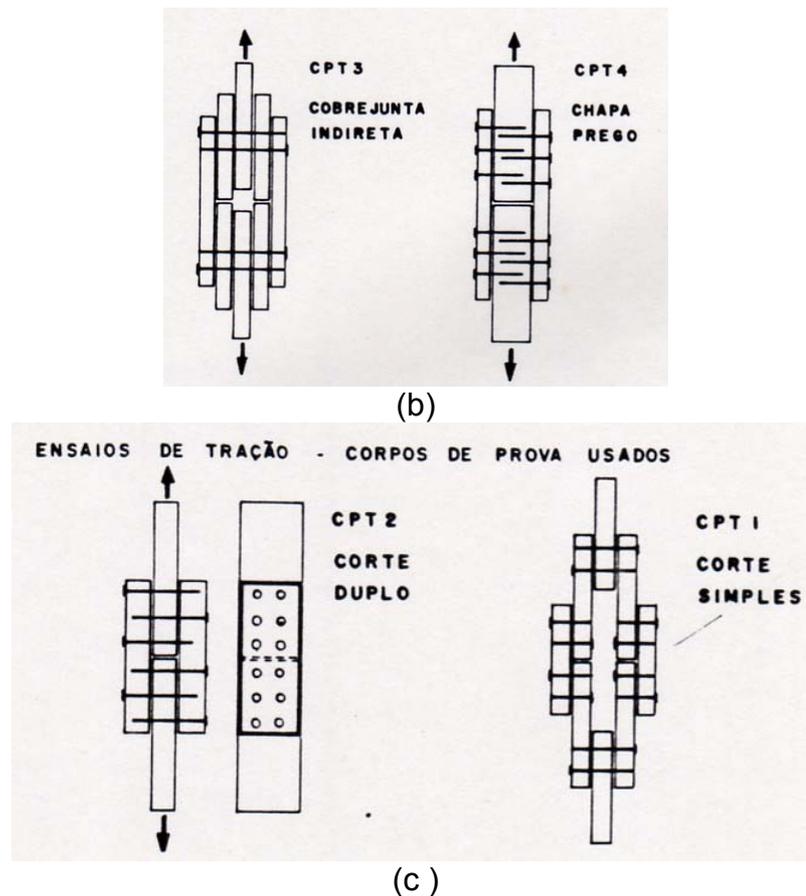


Figura 15 – Arranjos de ligações de estruturas de madeira

#### 4.1.2 Exemplo de dimensionamento de uma ligação

Determinar a resistência à tração da ligação de madeira esquematizada na figura 16. Considerar que a peça central é de madeira C20, com espessura  $t=80$  mm e as peças laterais de madeira C60, com espessura de 20 mm. Para projeto considerar que a resistência de embutimento é igual à resistência à compressão paralela as fibras e a resistência ao escoamento do aço, valor característico, é  $f_{yk} = 700$  MPa. Empregar  $k_{mod1}=0,7$ ;  $k_{mod2}=0,8$  e  $k_{mod3}=0,8$ ; considerando a ligação com 8 pinos de 9 mm de diâmetro, em corte duplo.

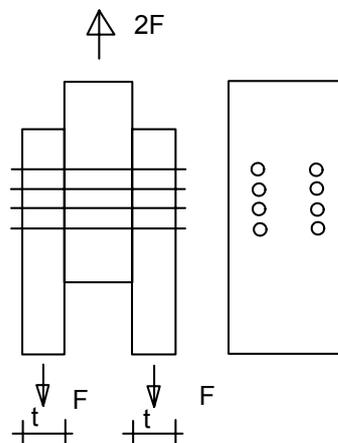


Figura 16 – Ligação em corte duplo

Material do pino

$f_{yk} := 700\text{MPa}$       resistência ao escoamento do aço, valor característico

$\gamma_s := 1.15$       coeficiente de ponderação da resistência do aço (coeficiente material) do aço

$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$        $f_{yd} = 608.696\text{MPa}$       resistência de cálculo do aço

Madeiras C20 e C60

$f_{c20k} := 20\text{MPa}$       resistência a compressão paralelas às fibras da madeira, valor característico, Tabela 9

$f_{c60k} := 60\text{MPa}$

$k_{mod1} := 0.7$       coeficiente de modificação que considera a duração do carregamento, carga de longa duração, Tabela 10

$k_{mod2} := 0.8$       coeficiente de modificação que considera o teor de umidade, madeira classe 3, Tabela 7 e Tabela 11 da NBR 7190/1997

$k_{mod3} := 0.8$       coeficiente de modificação para madeira de segunda categoria

$k_{mod} := k_{mod1} \cdot k_{mod2} \cdot k_{mod3}$        $k_{mod} = 0.448$

**Propriedades da madeira C20 e C60**

$\gamma_{wc} := 1.4$  coeficiente de ponderação da resistência a compressão da madeira

$$f_{c20d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{c20k}}{\gamma_{wc}} \quad f_{c20d} = 6.4 \text{ MPa} \quad f_{c60d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{c60k}}{\gamma_{wc}} \quad f_{c60d} = 19.2 \text{ MPa}$$

Calculo do  $\beta_{lim}$  para as resistências da madeira e do pino

$$\beta_{20lim} := 1.25 \sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{c20d}}} \quad \beta_{20lim} = 12.19 \quad \beta_{60lim} := 1.25 \sqrt{\frac{f_{yd}}{f_{c60d}}} \quad \beta_{60lim} = 7.04$$

Características geométricas da madeira e do aço

$t_1 := 20 \text{ mm}$  espessura das peças laterais

$t_2 := \frac{80 \text{ mm}}{2}$   $t_2 = 40 \text{ mm}$  espessura da peça central para, uma seção de corte

$d := 9 \text{ mm}$  diâmetro do pino

Determinação do valor efetivo da relação  $\beta_{ef} = t/d$  para a escolha da equação da resistência de cálculo (< que  $\beta_{lim} \Rightarrow$  embutimento e >  $\beta_{lim} \Rightarrow$  flexão do pino)

$$\beta_{1ef} := \frac{t_1}{d} \quad \beta_{1ef} = 2.22 \quad \beta_{2ef} := \frac{t_2}{d} \quad \beta_{2ef} = 4.44$$

Calculo da resistência da ligação para uma seção de corte  $R_{v1d}$

$$f_{e20d} := f_{c20d} \quad f_{e60d} := f_{c60d}$$

$$R_{v20d\_1} := \begin{cases} 0.4 \frac{t_1^2}{\beta_{1ef}} \cdot f_{e20d} & \text{if } \beta_{1ef} \leq \beta_{20lim} \\ 0.625 \frac{d^2}{\beta_{20lim}} \cdot f_{yd} & \text{otherwise} \end{cases} \quad R_{v20d\_1} = 0.46 \text{ kN} \quad R_{1ligacao} := 16 \cdot R_{v20d\_1}$$

$$R_{1ligacao} = 7.37 \text{ kN}$$

$$R_{v60d\_1} := \begin{cases} 0.4 \frac{t_2^2}{\beta_{2ef}} \cdot f_{e60d} & \text{if } \beta_{2ef} \leq \beta_{60lim} \\ 0.625 \frac{d^2}{\beta_{60lim}} \cdot f_{yd} & \text{otherwise} \end{cases} \quad R_{v60d\_1} = 2.76 \text{ kN} \quad R_{2ligacao} := 16 \cdot R_{v60d\_1}$$

$$R_{2ligacao} = 44.24 \text{ kN}$$

Adotar para a resistência da ligação de 8 pinos (16 seções de corte) o menor valor encontrado:

$$R_{1ligacao} = 7.37 \text{ kN}$$

Assim o valor de cálculo para  $F_d = 3,7 \text{ kN}$ .

## 5 Dimensionamento básico das peças de madeira

### 5.1 Exemplo de dimensionamento de uma viga

Verificar a resistência da viga com seção transversal 6cmx16cm, com vão principal teórico de L=4,5m, isostática, considerando como carga permanente característica o peso próprio da viga acrescido de 2,5 kN/m e carga acidental característica de 1,5 kN/m. Considerar a situação de projeto duradoura, com madeira da classe C 60 (Dicotiledônea), umidade ambiente de 75 % e madeira de 1a. categoria. Verificar para os estados limites últimos e de utilização, figura 17.

#### características geométricas

$b := 6\text{cm}$	largura da viga
$h := 20\text{cm}$	altura da viga
$A := b \cdot h$	área da seção transversal
$L := 4.5\text{m}$	vão teórico da viga
$I_z := \frac{b \cdot h^3}{12}$	$W_z := \frac{I_z}{\frac{h}{2}}$
	momento de inércia e módulo de resistência da seção transversal bh a viga

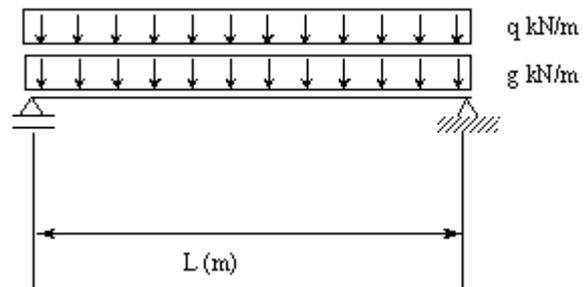


Figura 17 - esquema estático

#### Ações e Esforços Solicitantes

Peso próprio da viga, empregando-se  $g=10 \text{ m/s}^2$

$$\gamma_w := 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$\gamma_{fG} = \gamma_{fQ} = 1,4$  coeficiente de majoração das ações  $\gamma_f := 1.4$

$q_k := 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$  carga acidental especificada pelo problema

$g_k := A \cdot \gamma_w + 1.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$   $g_k = 1.37 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$  carga permanente, valor característico

$M_{zd} := \frac{\gamma_f (g_k + q_k) \cdot L^2}{8}$   $M_{zd} = 10.171 \text{ kN}\cdot\text{m}$  momento fletor máximo, valor de cálculo

$\sigma_{Mzd} := \frac{M_{zd}}{W_z}$   $\sigma_{Mzd} = 25.426 \text{ MPa}$  tensões normais de cálculo

### Resistência de cálculo, madeira C60

$f_{c0k} := 60\text{MPa}$	resistência à compressão paralela às fibras, valor característico determinado na Tabela 9 - BT9602
$k_{mod1} := 0.7$	coeficiente de modificação para considerar a duração do carregamento, Tabela 10 - BT9602
$k_{mod2} := 1.0$	escolhido da Tabela 11, tomando-se como referência a tabela 7 de classes de umidade, que neste caso foi considerado com classe 2, que resulta em $k_{mod2} = 1$
$categoria := 1$	coeficiente de modificação que considera o tipo de madeira, neste caso 1a. categoria - para os demais caso considera-se $k_{mod3} = 0,8$
$k_{mod3} := \begin{cases} 1.0 & \text{if } categoria = 1 \\ 0.8 & \text{otherwise} \end{cases}$	
$k_{mod} := k_{mod1} \cdot k_{mod2} \cdot k_{mod3}$	$k_{mod} = 0.7$
$\gamma_{wc} := 1.4$	coeficiente de segurança para resistência a compressão da madeira
$f_{c0d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{c0k}}{\gamma_{wc}}$	$f_{c0d} = 30\text{MPa}$

### Verificação da segurança em relação ao Estado Limite Último

$$S_d \leq R_d \quad \text{Condição de segurança satisfeita, } 25,43 < f_{c0d}$$

### Verificação em situação do Estado Limite de Utilização

$$E_{c0m} := 24500\text{MPa} \quad \text{modulo de elasticidade da tabela de resistencia, Tabela 9}$$

$$E_{ef} := k_{mod} \cdot E_{c0m} \quad E_{ef} = 1.715 \times 10^4 \text{MPa} \quad \text{módulo de elasticidade efetivo, modificado pelo } k_{mod}$$

Os efeitos em Estados Limites de Utilização para as construções correntes são dados em função da seguinte combinação

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qj,k}$$

onde as ações acidentais são ponderadas pelo coeficiente  $\psi_2$ , dado na tabela 11. Neste caso será escolhido para a situação de locais em que há predominância de pesos de equipamentos fixos... = 0,2

$\psi_2 := 0.2$  fator de combinação

Neste exemplo será verificado o estado limite de deformação excessiva, considerando a flecha como o efeito de referência

$$S_{d,uti} \leq S_{lim}$$

$$v_{ef} := \frac{5(g_k + \psi_2 \cdot q_k) \cdot L^4}{384 E_{ef} I_z} \quad v_{ef} = 12.998 \text{mm} \quad \text{flecha existente para as condições de verificação em ELUti}$$

$$v_{lim} := \frac{L}{200} \quad v_{lim} = 22.5 \text{mm} \quad \text{flecha limite determinada pelo critério da Norma NBR 7190/97}$$

Neste caso, verifica-se que a inequação é satisfeita onde  $12.99 \text{ mm} <$  que o  $V_{lim}$  estabelecido

## 5.2 Exemplo de verificação de um pilar

Verificar o pilar biarticulado para o carregamento indicado na figura 18, sujeito aos esforços de flexão composta com  $N_d = 700 \text{ kN}$  combinados com momentos fletores  $M_{zd} = 30 \text{ kN.m}$  e  $M_{yd} = 40 \text{ kN.m}$ . O pilar é fabricado com madeira serrada de 1a. categoria da classe C60, com seção transversal de 26x30 centímetros e 2,80 m de comprimento.

Considerar situação duradoura para projeto residencial, em uma região de umidade ambiente de 75%. Empregar os critérios da norma NBR 7190/97 para verificações solicitadas.

■ :=

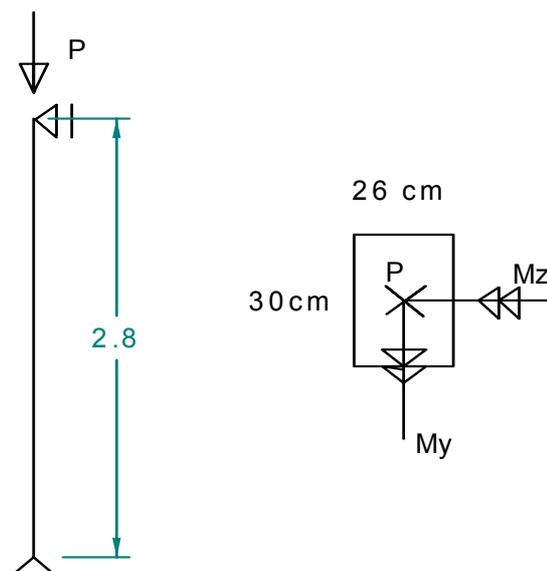


Figura 18 - Pilar em flexão oblíqua

$b := 26\text{cm}$  largura da seção transversal do pilar  
 $h := 30\text{cm}$  altura da seção transversal do pilar       $A_w := b \cdot h$        $A_w = 780\text{cm}^2$

Momento de inércia em z:

$$I_z := \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I_z = 5.85 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

Momento de inércia em y:

$$I_y := \frac{h \cdot b^3}{12} \quad I_y = 4.394 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

Módulo da seção em z:

$$W_z := \frac{b \cdot h^2}{6} \quad W_z = 3.9 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

Módulo da seção em y:

$$W_y := \frac{h \cdot b^2}{6} \quad W_y = 3.38 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

$$L_{\text{eff}} := 2.8\text{m}$$

$$i_z := \sqrt{\frac{I_z}{A_w}} \quad i_z = 8.66\text{cm}$$

$$i_y := \sqrt{\frac{I_y}{A_w}} \quad i_y = 7.506\text{cm}$$

$$\lambda_z := \frac{L}{i_z} \quad \lambda_z = 32.332 \quad \lambda_y := \frac{L}{i_y} \quad \lambda_y = 37.306$$

Pilar : em ambos os planos XZ e XY a esbeltez é menor que 40, portanto trata-se de peça curta  $\lambda < 40$  e deve ser verificada em flexão composta oblíqua.

Resistência da madeira C60

$$f_{\text{cok}} := 6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \gamma_{\text{wc}} := 1.4 \quad k_{\text{mod1}} := 0.7 \quad k_{\text{mod2}} := 1.0 \quad k_{\text{mod3}} := 1.0$$

$$k_{\text{mod}} := k_{\text{mod1}} \cdot k_{\text{mod2}} \cdot k_{\text{mod3}} \quad f_{\text{c0d}} := k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{\text{cok}}}{\gamma_{\text{wc}}} \quad f_{\text{c0d}} = 3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Esforços solicitantes: força normal e momentos fletores

$$N_d := 700\text{kN} \quad M_{zd} := 30\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{yd} := 40\text{kN}\cdot\text{m}$$

Tensões

$$\sigma_{Nd} := \frac{N_d}{A_w} \quad \text{tensões devidas a ação da força normal} \quad \sigma_{Nd} = 8.974\text{MPa}$$

$$\sigma_{Mzd} := \frac{M_{zd}}{W_z} \quad \text{tensões devidas ação do momento fletor } M_{zd} \quad \sigma_{Mzd} = 7.692\text{MPa}$$

$$\sigma_{Myd} := \frac{M_{yd}}{W_y} \quad \text{tensões devidas ação do momento fletor } M_{yd} \quad \sigma_{Myd} = 11.834\text{MPa}$$

$$\left( \frac{\sigma_{Nd}}{f_{\text{c0d}}} \right)^2 + \frac{\sigma_{Myd}}{f_{\text{c0d}}} + 0.5 \frac{\sigma_{Mzd}}{f_{\text{c0d}}} = 0.612$$

$$\left( \frac{\sigma_{Nd}}{f_{\text{c0d}}} \right)^2 + 0.5 \frac{\sigma_{Myd}}{f_{\text{c0d}}} + \frac{\sigma_{Mzd}}{f_{\text{c0d}}} = 0.543$$

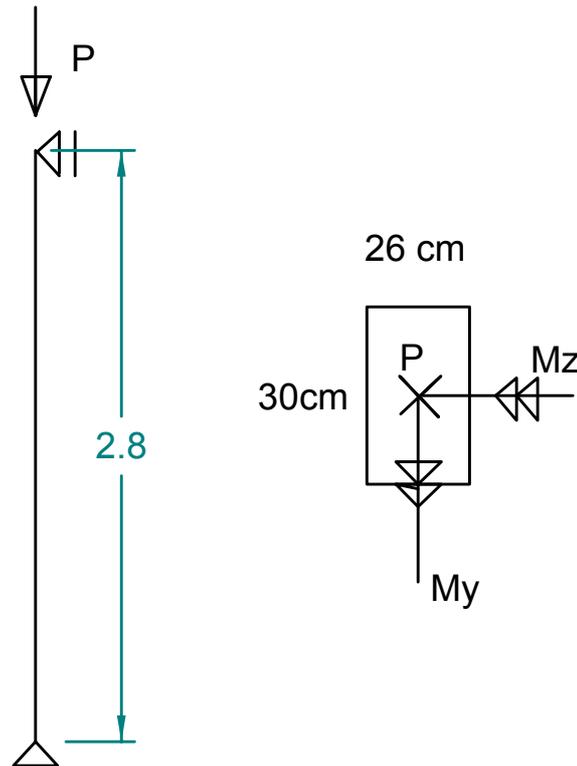
< 1 atende aos critérios da NBR 7190/97

### 5.3 Exemplo de verificação de um pilar medianamente esbelto

Verificar o pilar biarticulado para o carregamento indicado na figura 19, sujeito aos esforços de flexão composta com  $N_d=700$  kN combinado com momentos fletores  $M_{zd}=30$  kN.m e  $M_{yd}=40$  kN.m. O pilar é fabricado com madeira serrada de 1a. categoria da classe C60, com seção transversal de 22x30 centímetros e 2,80 m de comprimento.

Considerar situação duradoura para projeto residencial, em uma região de umidade ambiente de 75%. Empregar os critérios da norma NBR 7190/97 para verificações solicitadas.

■ :=



■  
Figura 19 – Pilar medianamente esbelto

$b := 23.5\text{cm}$  largura da seção transversal do pilar  
 $h := 30\text{cm}$  altura da seção transversal do pilar  $A := b \cdot h$   $A = 705\text{cm}^2$

Momento de inércia em z:

$$I_z := \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I_z = 5.287 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

Momento de inércia em y:

$$I_y := \frac{h \cdot b^3}{12} \quad I_y = 3.244 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

Módulo da seção em z:

$$W_z := \frac{b \cdot h^2}{6} \quad W_z = 3.525 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

Módulo da seção em y:

$$W_y := \frac{h \cdot b^2}{6} \quad W_y = 2.761 \times 10^3 \text{ cm}^3$$

$L := 2.8\text{m}$

$$i_z := \sqrt{\frac{I_z}{A}} \quad i_z = 8.66\text{cm}$$

$$i_y := \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad i_y = 6.784\text{cm}$$

$$\lambda_z := \frac{L}{i_z} \quad \lambda_z = 32.332 \quad \lambda_y := \frac{L}{i_y} \quad \lambda_y = 41.274$$

Pilar : no plano XZ e XY a esbeltez é menor que 40, portanto trata-se de peça curta  $\lambda < 40$

Resistência da madeira C60

$$f_{cok} := 6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \gamma_{wc} := 1.4 \quad k_{mod1} := 0.7 \quad k_{mod2} := 1.0 \quad k_{mod3} := 1.0$$

$$k_{mod} := k_{mod1} \cdot k_{mod2} \cdot k_{mod3} \quad f_{c0d} := k_{mod} \cdot \frac{f_{cok}}{\gamma_{wc}} \quad f_{c0d} = 3 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$E_{c0m} := 24500\text{MPa}$  modulo de elasticidade , valor médio, Tabela 9 da NBR 7190

$$E_{c0ef} := k_{mod} \cdot E_{c0m} \quad E_{c0ef} = 1.715 \times 10^4 \text{ MPa}$$

Esforços solicitantes: força normal e momentos fletores

$$N_d := 700\text{kN} \quad M_{zd} := 30\text{kN}\cdot\text{m} \quad M_{yd} := 40\text{kN}\cdot\text{m}$$

Tensões

$$\sigma_{Nd} := \frac{N_d}{A} \quad \text{tensões devidas a ação da força normal} \quad \sigma_{Nd} = 9.929\text{MPa}$$

$$\sigma_{Mzd} := \frac{M_{zd}}{W_z} \quad \text{tensões devidas ação do momento fletor } M_{zd} \quad \sigma_{Mzd} = 8.511\text{MPa}$$

$$\sigma_{Myd} := \frac{M_{yd}}{W_y} \quad \text{tensões devidas ação do momento fletor } M_{yd} \quad \sigma_{Myd} = 14.486\text{MPa}$$

$$\left( \frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{Myd}}{f_{c0d}} + 0.5 \frac{\sigma_{Mzd}}{f_{c0d}} = 0.734 \quad < 1 \text{ atende ao critério da NBR 7190/97}$$

$$\left( \frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0d}} \right)^2 + 0.5 \frac{\sigma_{Myd}}{f_{c0d}} + \frac{\sigma_{Mzd}}{f_{c0d}} = 0.635$$

$L_e := L$  comprimento de flambagem

$e_a := \frac{L_e}{300}$  excentricidade acidental  $e_a = 9.333\text{mm}$

$e_{iz} := \frac{M_{yd}}{N_d}$   $e_{iz} = 57.143\text{mm}$

$e_{1z} := e_a + e_{iz}$   $e_{1z} = 66.476\text{mm}$

$F_E := \frac{\pi^2 E_{c0ef} I_y}{L_e^2}$   $F_E = 7.005 \times 10^3 \text{ kN}$

$e_{zd} := e_{1z} \cdot \left( \frac{F_E}{F_E - N_d} \right)$   $e_{zd} = 73.857\text{mm}$

$M_{Mdd} := N_d \cdot e_{zd}$   $M_{yd} = 51.7\text{kN}\cdot\text{m}$   $\sigma_{Md} := \frac{M_{yd}}{W_y}$   $\sigma_{Md} = 18.723\text{MPa}$

$\frac{\sigma_{Nd}}{f_{c0d}} + \frac{\sigma_{Md}}{f_{c0d}} = 0.955$  não é satisfatório  $\frac{N_d}{F_E} = 0.1$

## 6 Referências bibliográficas

ALMEIDA, P. A. O. Estruturas de grande porte de madeira composta. **Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – PEF. EPUSP, 1990.**  
ALMEIDA, S. M. B. Ponte estaiada de madeira. **Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – PEF. EPUSP, 1989.**

ALMEIDA, P. A. O.; FUSCO, P. B.; CALIL JR. C. **NORMA DE PROJETO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA – BT/PEF/9602**, São Paulo, EPUSP, 1986.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190/1997 Projeto de estruturas de madeira.** Rio de Janeiro, ABNT, 1997.

## 7 Suções para estudo complementar

STEP 1. **STRUCTURES EM BOIS AUX ÉTATS LIMITES – INTRODUCTIO À L'EUROCODE 5 – Materiaux et Bases de calcul.** Paris: SEDIBOIS, 1996.