

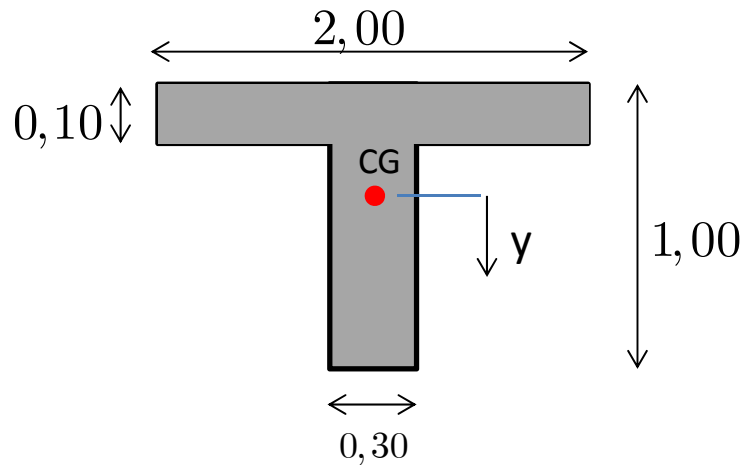
Concreto Protendido

PEF 2304

Prof. Henrique Campelo Gomes

Novembro de 2015

➤ **Determinar a faixa de passagem dos cabos para a viga abaixo, no apoio, a $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ do vão:**



- **Propriedades Geométricas:**

$$A=0,47 \text{ m}^2$$

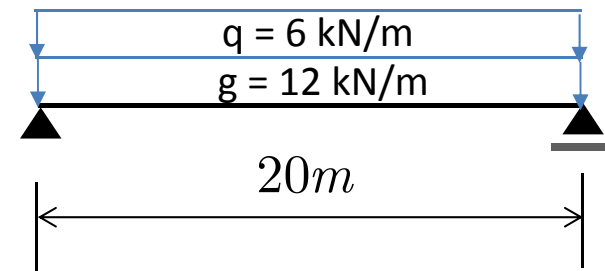
$$I=0,0471 \text{ m}^4$$

$$W_i=0,071 \text{ m}^3$$

$$W_s=-0,140 \text{ m}^3$$

Dados:

- $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$, CP 190 RB
- Protensão Limitada
- Uso: Edf. Garagem ($\psi_1=0,7$; $\psi_2=0,6$)
- 2 cabos $6\phi 12,7\text{mm}$
 $\phi_{be}=6\text{cm}$
 $f_{ptk}=190 \text{ kN/cm}^2$
 $f_{pyk}=171 \text{ kN/cm}^2$
- Protensão aos 7 dias ($f_{cj} \geq 20 \text{ Mpa}$)
- Perdas imediatas: 10%
- Perdas diferidas: 15%



1) Força de Protensão:

$$\sigma_{p0} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \\ 0,82f_{pyk} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{p0} = 140,2 \text{ kN/cm}^2$$

Cabo Equivalente:

$$A_{nom} = 5,92 \text{ cm}^2 \text{ por cabo (catálogo)}$$

$$A_p = 2 \cdot 5,92 = 11,84 \text{ cm}^2 \text{ (cabo equiv.)}$$

$$P_0 = \sigma_{p0} \cdot A_p = 1.660,5 \text{ kN}$$



Força aplicada pelo macaco hidráulico

$$P_1 = 0,9 \cdot P_0 = 1.494,5 \text{ kN}$$



Força de protensão no tempo 0
(descontadas perdas imediatas)

$$P_\infty = 0,75 \cdot P_0 = 1.245,4 \text{ kN}$$



Força de protensão no tempo ∞
(descontadas perdas imediatas e diferidas)

2) Combinações de carregamento:

$$\begin{aligned}
 \text{Protensão Limitada } (t_{\infty}): & \left\{ \begin{array}{l} \text{ELS-F} \Rightarrow \text{C.F. (comb. Freq.)} \\ \text{ELS-D} \Rightarrow \text{C.Q.P. (comb. Quase Perm.)} \end{array} \right. \\
 \text{Ato da Protensão } (t_0): & \left\{ \begin{array}{l} \text{ELS-C}_{\text{exc}} \\ \text{ELS-F} \end{array} \right\} P_0 + g_0
 \end{aligned}$$

$$Q_{C.F.} = g + \psi_1 q = 12 + 0,7 \cdot 6 = 16,2 \text{ kN/m}$$

$$Q_{C.Q.P.} = g + \psi_2 q = 12 + 0,6 \cdot 6 = 15,6 \text{ kN/m}$$

3) Esforços nas seções críticas:

		Apoio	¼ Vão	½ Vão
Md,ser (kN.m)	C.F.	0	607,5	810
	C.Q.P.	0	585	780
Mg ₀ (kN.m)		0	450	600

$$M(0,5L) = \frac{QL^2}{8}$$

$$M(0,25L) = 0,75 * M(0,5L)$$

4) Verificações:

a) ELS-F(t_∞)

$$\sigma_{\max} \leq \alpha \cdot f_{ctk,\inf} = 1,2 \cdot 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} = 2,43 \text{ MPa}$$

b) ELS-D(t_∞)

$$\sigma_{\max} \leq 0$$

c) ELS-Cexc(t₀)

$$\sigma_{\min} \geq -0,7 f_{cj} = -14 \text{ MPa}$$

d) ELS-F(t₀)

$$\sigma_{\max} \leq \alpha \cdot f_{ctj,\inf} = 1,2 \cdot 0,21 \cdot f_{cj}^{2/3} = 1,86 \text{ MPa}$$

$$f_{cj} = 20 \text{ MPa}$$

5) Faixa de passagem dos cabos:

$$\sigma_i = \frac{M}{W_i} + P \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_i} \right)$$

$$\sigma_s = \frac{M}{W_s} + P \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W_s} \right)$$

5.1) ½ do Vão:

$$\begin{array}{ll}
 \underline{a)} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{810}{0,071} - 1245,4 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{e_p}{0,071} \right) \leq 2430 \Rightarrow e_p \geq 0,36 \text{ m} \\ \frac{780}{0,071} - 1245,4 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{e_p}{0,071} \right) \leq 0 \Rightarrow e_p \geq 0,48 \text{ m} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \sigma_i \\
 \underline{b)} & \\
 \underline{c)} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{600}{0,071} - 1494,5 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{e_p}{0,071} \right) \geq -14000 \Rightarrow e_p \leq 0,92 \text{ m} \\ \frac{600}{-0,14} - 1494,5 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{e_p}{-0,14} \right) \leq 1860 \Rightarrow e_p \leq 0,87 \text{ m} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \sigma_s \\
 \underline{d)} &
 \end{array}$$

$$0,48 \leq e_p \leq 0,87 \text{ m}$$

		Apoio	¼ Vão	½ Vão
Md,ser (kN.m)	C.F.	0	607,5	810
	C.Q.P.	0	585	780
Mg ₀ (kN.m)		0	450	600

$$P_1 = 1.494,5 \text{ kN}$$

$$P_\infty = 1.245,4 \text{ kN}$$

5.2) ¼ do Vão:

$$\begin{array}{ll}
 \underline{a)} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{607,5}{0,071} - 1245,4 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{e_p}{0,071} \right) \leq 2430 \Rightarrow e_p \geq 0,20 \text{ m} \\ \frac{585}{0,071} - 1245,4 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{e_p}{0,071} \right) \leq 0 \Rightarrow e_p \geq 0,32 \text{ m} \\ \frac{450}{0,071} - 1494,5 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{e_p}{0,071} \right) \geq -14000 \Rightarrow e_p \leq 0,81 \text{ m} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \\ \sigma_i \end{array} \right\} \\
 \underline{d)} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{450}{-0,14} - 1494,5 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{e_p}{-0,14} \right) \leq 1860 \Rightarrow e_p \leq 0,77 \text{ m} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \\ \sigma_s \end{array} \right\}
 \end{array}$$

$$0,32 \leq e_p \leq 0,77 \text{ m}$$

		Apoio	¼ Vão	½ Vão
Md,ser (kN.m)	C.F.	0	607,5	810
	C.Q.P.	0	585	780
Mg ₀ (kN.m)		0	450	600

$$P_1 = 1.494,5 \text{ kN}$$

$$P_\infty = 1.245,4 \text{ kN}$$

5.3) Apoio:

$$\underline{\text{Basta verificar:}} \left\{ \begin{array}{ll} \sigma_{\max} \leq 0 & \text{(Cabo no núcleo central de inércia)} \\ \text{ELS-C}_{\text{exc}} & \sigma_{\min} \geq -0,7f_{cj} = -14 \text{ MPa} \quad \underline{c)} \end{array} \right.$$

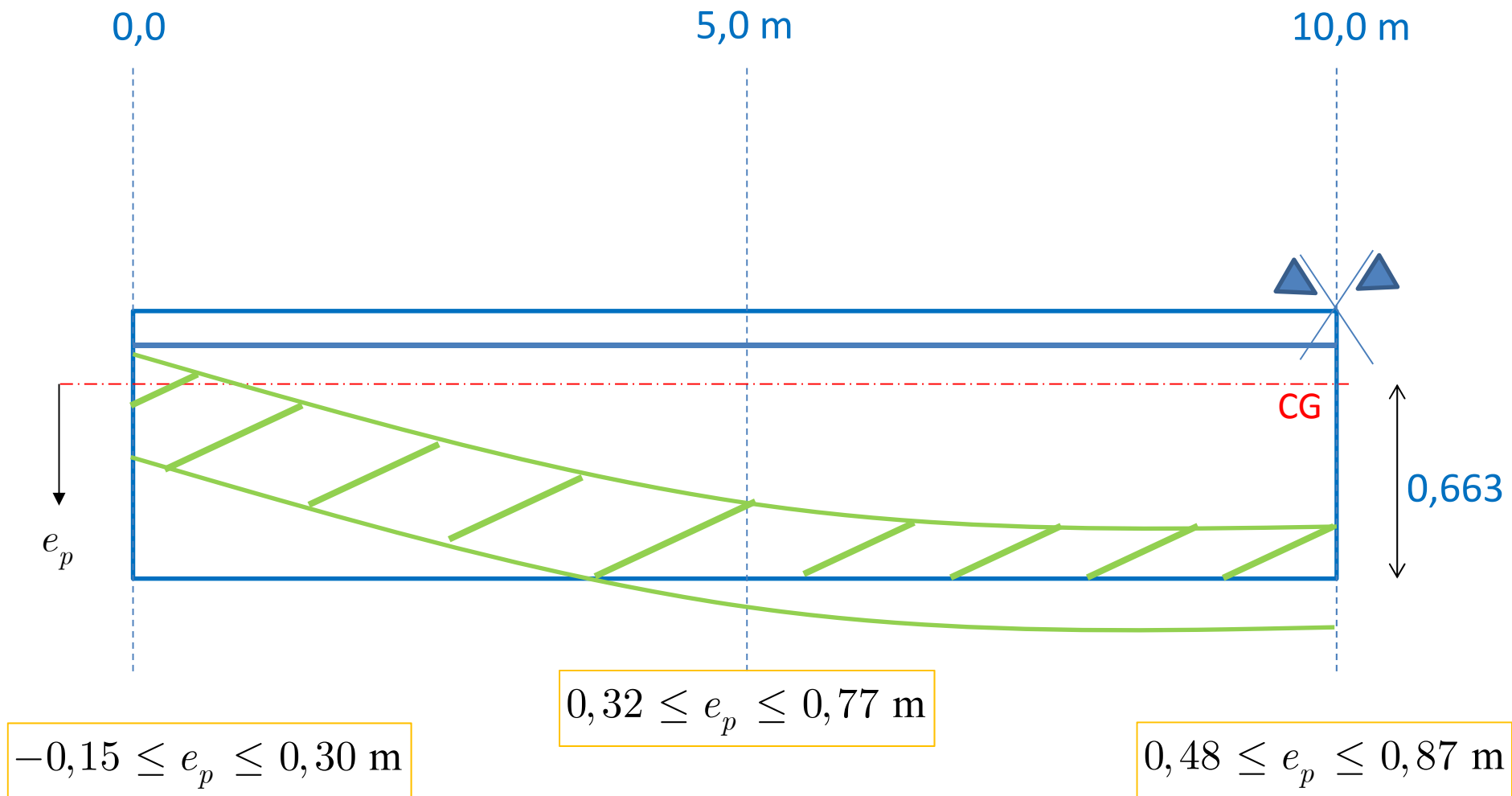
$$\sigma_{\max} = P \left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W} \right) \leq 0 \Rightarrow \frac{e_p}{W} \geq -\frac{1}{A} \left\{ \begin{array}{l} W_i = 0,071 \Rightarrow e_p \geq -0,15 \text{ m} \\ W_s = -0,14 \Rightarrow e_p \leq 0,30 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$\underline{c)} \left\{ \begin{array}{l} -1494,5 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{e_p}{0,071} \right) \geq -14000 \Rightarrow e_p \leq 0,51 \text{ m} \quad \boxed{\sigma_i} \\ -1494,5 \left(\frac{1}{0,47} + \frac{e_p}{-0,14} \right) \geq -14000 \Rightarrow e_p \geq -1,01 \text{ m} \quad \boxed{\sigma_s} \end{array} \right.$$

$$\boxed{-0,15 \leq e_p \leq 0,30 \text{ m}}$$

$$\boxed{P_1 = 1.494,5 \text{ kN}}$$

$$\boxed{P_{\infty} = 1.245,4 \text{ kN}}$$



➤ Perdas de Protensão

1) Perdas Imediatas

Atrito entre Cabos e Bainha

$$P_x = P_{max} \cdot e^{-(\mu\varphi + kx)}$$

- P_x : força de protensão a uma distância "x" da ancoragem.
 P_{max} : força aplicada antes da cravação das cunhas.
 e : base de logaritmos Neperianos.
 μ : coeficiente de atrito entre cordoalha e bainha.
 φ : somatório dos ângulos de deflexão previstos ao longo do cabo (em elevação e em planta) expressos em radianos.
 k : coeficiente que fornece uma simulação dos desvios parasitários ao longo do cabo, expresso em rad/m.

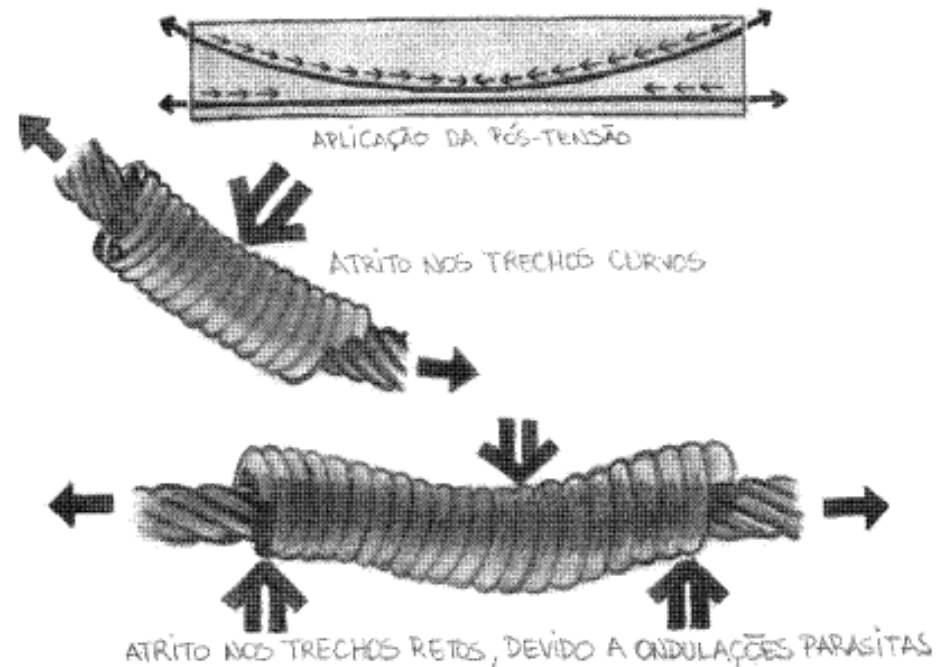


Ilustração das perdas por atrito nos cabos

“Ver Mathcad”

➤ Perdas de Protensão

1) Perdas Imediatas

Acomodação da Ancoragem

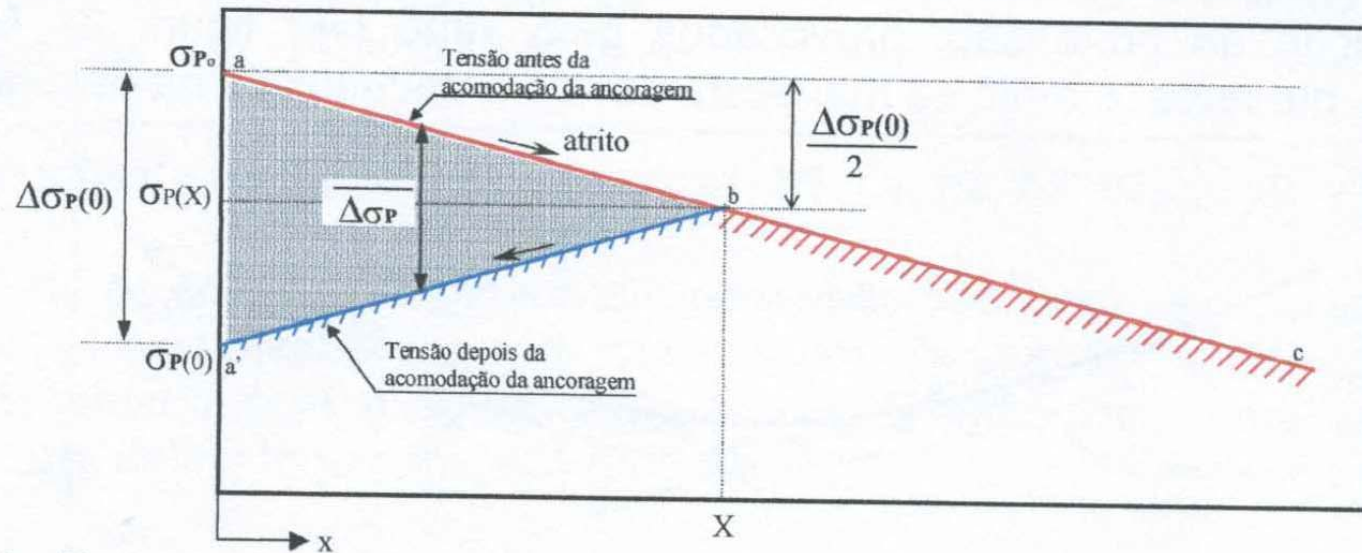


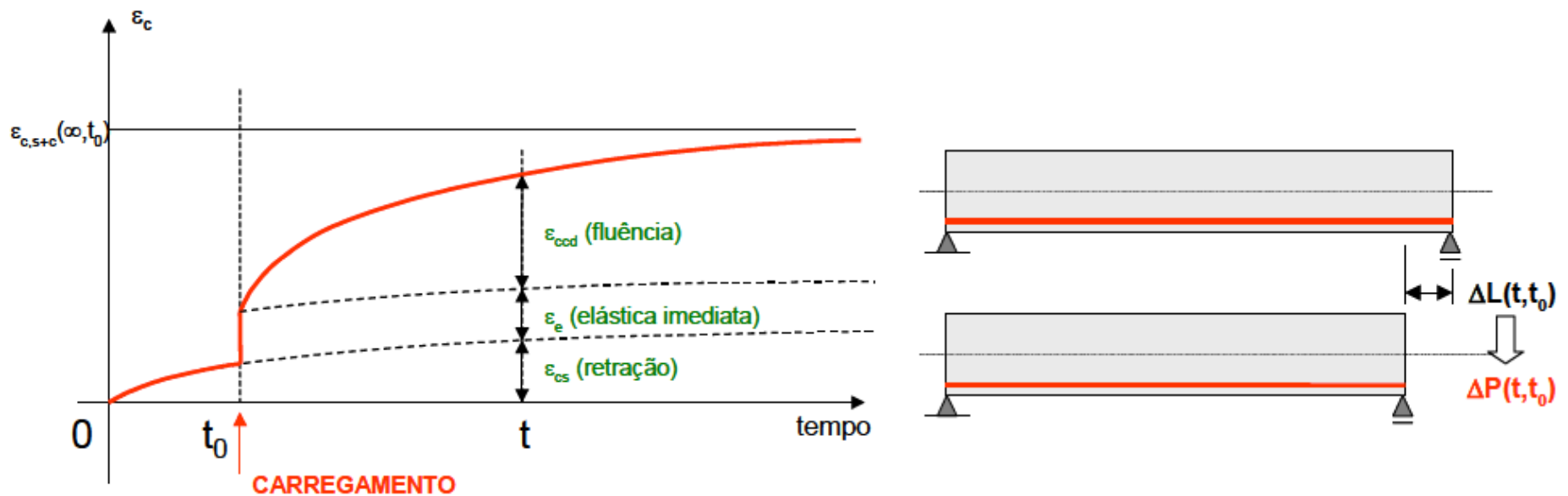
Figura 4 – Esquema da variação de tensões no cabo na saída antes e depois da acomodação da ancoragem

“Ver Mathcad”

➤ Perdas de Protensão

2) Perdas ao longo do tempo (diferidas)

Perdas por Retração e Fluência do Concreto



Deformações por retração e fluência do concreto ao longo do tempo

➤ Perdas de Protensão

2) Perdas ao longo do tempo (diferidas)

Perdas por Relaxação e Fluência do Aço

