

17.3 Elementos lineares sujeitos a solicitações normais - Estados limites de serviço

17.3.1 Generalidades

Nos estados limites de serviço as estruturas trabalham parcialmente no estágio I e parcialmente no estágio II. A separação entre essas duas partes é definida pelo momento de fissuração. Esse momento pode ser calculado pela seguinte expressão aproximada:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t}$$

onde:

$\alpha = 1,2$ para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,5$ para seções retangulares;

onde:

α é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

f_{ct} é a resistência à tração direta do concreto, conforme 8.2.5, com o quantil apropriado a cada verificação particular. Para determinação do momento de fissuração deve ser usado o $f_{ctk,inf}$ no estado limite de formação de fissura e o $f_{ct,m}$ no estado limite de deformação excessiva (ver 8.2.5).

No caso da utilização de armaduras ativas deve ser considerado o efeito da protensão no cálculo do momento de fissuração.

17.3.2 Estado limite de deformação

A verificação dos valores limites estabelecidos na tabela 13.2 para a deformação da estrutura, mais propriamente rotações e deslocamentos em elementos estruturais lineares, analisados isoladamente e submetidos à combinação de ações conforme seção 11, deve ser realizada através de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, ou seja, levem em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo.

A deformação real da estrutura depende também do processo construtivo, assim como das propriedades dos materiais (principalmente do módulo de elasticidade e da resistência à tração) no momento de sua efetiva solicitação. Em face da grande variabilidade dos parâmetros citados, existe uma grande variabilidade das deformações reais. Não se pode esperar, portanto, grande precisão nas previsões de deslocamentos dadas pelos processos analíticos a seguir prescritos.

17.3.2.1 Avaliação aproximada da flecha em vigas

O modelo de comportamento da estrutura pode admitir o concreto e o aço como materiais de comportamento elástico e linear, de modo que as seções ao longo do elemento estrutural possam ter as deformações específicas determinadas no estágio I, desde que os esforços não superem aqueles que dão início à fissuração, e no estágio II, em caso contrário.

Deve ser utilizado no cálculo o valor do módulo de elasticidade secante E_{cs} definido na seção 8, sendo obrigatória a consideração do efeito da fluência.

17.3.2.1.1 Flecha imediata em vigas de concreto armado

Para uma avaliação aproximada da flecha imediata em vigas, pode-se utilizar a expressão de rigidez equivalente dada a seguir:

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c$$

onde:

I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$;

M_a é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

M_r é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

E_{cs} é o módulo de elasticidade secante do concreto.

17.3.2.1.2 Cálculo da flecha diferida no tempo para vigas de concreto armado

A flecha adicional diferida, decorrente das cargas de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator α_f dado pela expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

onde:

$$\rho' = \frac{A_s}{b d}$$

ξ é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente na tabela 17.1 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\xi(t) = 0,68 (0,996^t) t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

Tabela 17.1 - Valores do coeficiente ξ em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	≥ 70
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

sendo:

t é o tempo, em meses, quando se deseja o valor da flecha diferida;

t_0 é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração. No caso de parcelas da carga de longa duração serem aplicadas em idades diferentes, pode-se tomar para t_0 o valor ponderado a seguir:

$$t_0 = \frac{\sum P_i t_{0i}}{\sum P_i}$$

onde:

P_i representa as parcelas de carga;

t_{0i} é a idade em que se aplicou cada parcela P_i , em meses.

O valor da flecha total deve ser obtido multiplicando a flecha imediata por $(1 + \alpha_f)$.

17.3.2.1.3 Flecha em vigas com armaduras ativas

Nos elementos estruturais com armaduras ativas é suficiente considerar $(EI)_{eq} = E_{cs}I_c$, desde que não seja ultrapassado o estado limite de formação de fissuras. Caso contrário, a expressão completa de 17.3.2.1.1 pode ser aplicada, desde que I_{II} , M_r e M_a sejam calculados considerando o elemento estrutural de concreto submetido à combinação de ações escolhida, acrescida da protensão representada como ação externa equivalente (gerando força normal e momento fletor) (ver 11.3.3.5).

Para consideração da deformação diferida no tempo, basta multiplicar a parcela permanente da flecha imediata acima referida por $(1 + \varphi)$, onde φ é o coeficiente de fluência (ver 8.2.11).

17.3.3 Estado limite de fissuração

17.3.3.1 Generalidades

Esta seção define os critérios para a verificação dos valores limites estabelecidos em 13.4 para a abertura de fissuras nos elementos estruturais lineares, analisados isoladamente e submetidos à combinação de ações conforme seção 11.

17.3.3.2 Controle da fissuração através da limitação da abertura estimada das fissuras

O valor da abertura das fissuras pode sofrer a influência de restrições às variações volumétricas da estrutura, difíceis de serem consideradas nessa avaliação de forma suficientemente precisa. Além disso, essa abertura sofre também a influência das condições de execução da estrutura.

Por essas razões, os critérios apresentados a seguir devem ser encarados como avaliações aceitáveis do comportamento geral do elemento, mas não garantem avaliação precisa da abertura de uma fissura específica.

Para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras passiva e ativa aderente (excluindo-se os cabos protendidos que estejam dentro de bainhas), que controlam a fissuração do elemento estrutural, deve ser considerada uma área A_{cr} do concreto de envolvimento, constituída por um retângulo cujos lados não distam mais de $7,5 \phi$ do eixo da barra da armadura (ver figura 17.3).

NOTA É conveniente que toda a armadura de pele ϕ_i da viga, na sua zona tracionada, limite a abertura de fissuras na região A_{cr} correspondente, e que seja mantido um espaçamento menor ou igual a 15ϕ .

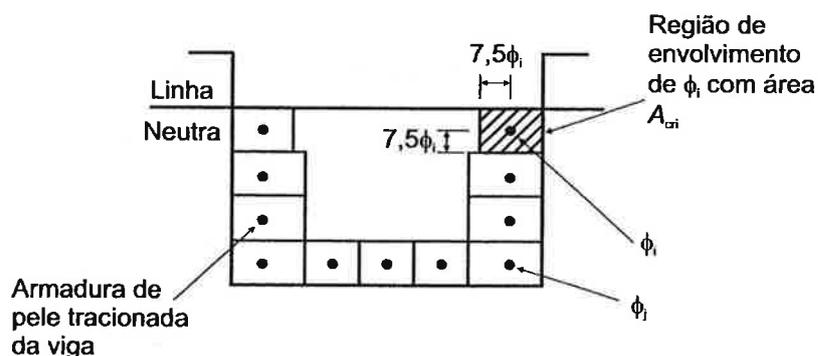


Figura 17.3 - Concreto de envolvimento da armadura

A grandeza da abertura de fissuras, w_k , determinada para cada parte da região de envolvimento, é a menor entre as obtidas pelas expressões que seguem:

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}}$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left(\frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

onde:

2,25

σ_{si} , ϕ_i , E_{si} , ρ_{ri} são definidos para cada área de envolvimento em exame;

A_{cri} é a área da região de envolvimento protegida pela barra ϕ_i ;

E_{si} é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada, de diâmetro ϕ_i ;

ϕ_i é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

ρ_{ri} é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento (A_{cri});

σ_{si} é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II.

Nos elementos estruturais com protensão, σ_{si} é o acréscimo de tensão, no centro de gravidade da armadura, entre o estado limite de descompressão e o carregamento considerado. Deve ser calculado no estágio II, considerando toda a armadura ativa, inclusive aquela dentro de bainhas.

O cálculo no estágio II (que admite comportamento linear dos materiais e despreza a resistência à tração do concreto) pode ser feito considerando a relação α_e entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto igual a 15.

η_1 é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada, dado em 9.3.2.1 para a passiva e substituído por η_{p1} para a ativa, conforme 9.3.2.2.

Nas vigas usuais, com altura menor que 1,2 m, pode-se considerar atendida a condição de abertura de fissuras em toda a pele tracionada, se a abertura de fissuras calculada na região das barras mais tracionadas for verificada e se existir uma armadura lateral que atenda a 17.3.5.2.3.

17.3.3.3 Controle da fissuração sem a verificação da abertura de fissuras

Para dispensar a avaliação da grandeza da abertura de fissuras e atender ao estado limite de fissuração (aberturas máximas esperadas da ordem de 0,3 mm para o concreto armado e 0,2 mm para o concreto com armaduras ativas), um elemento estrutural deve ser dimensionado respeitando as restrições da tabela 17.2 quanto ao diâmetro máximo ($\phi_{m\acute{a}x}$) e ao espaçamento máximo ($s_{m\acute{a}x}$) das armaduras, bem como as exigências de cobrimento (seção 7) e de armadura mínima (ver 17.3.5.2). A tensão σ_s deve ser determinada no estágio II.

Tabela 17.2 - Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência

Tensão na barra	Valores máximos			
	Concreto sem armaduras ativas		Concreto com armaduras ativas	
σ_s MPa	$\phi_{m\acute{a}x}$ mm	$s_{m\acute{a}x}$ cm	$\phi_{m\acute{a}x}$ mm	$s_{m\acute{a}x}$ cm
160	32	30	25	20
200	25	25	16	15
240	16	20	12,5	10
280	12,5	15	8	5
320	10	10	6	-
360	8	6	-	-

17.3.4 Estado limite de descompressão e de formação de fissuras

Nos elementos estruturais onde se utilizam armaduras de protensão, pode ser necessária a verificação da segurança em relação aos estados limites de descompressão e de formação de fissuras.

Essa verificação pode ser feita calculando-se a máxima tensão de tração do concreto no estágio I (concreto não fissurado e comportamento elástico linear dos materiais).

Na falta de valores mais precisos, podem ser adotados:

$\alpha_e = 15$ para a razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto com carregamentos frequentes ou quase permanentes;

$\alpha_e = 10$ para a razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto com carregamentos

- b) canalizações destinadas a suportar pressões internas maiores que 0,3 MPa;
- c) canalizações embutidas em pilares de concreto, quer imersas no material ou em espaços vazios internos ao elemento estrutural, sem a existência de aberturas para drenagem.

13.3 Deslocamentos limites

Deslocamentos limites são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado limite de deformações excessivas da estrutura. Para os efeitos desta Norma são classificados nos quatro grupos básicos a seguir relacionados e devem obedecer aos limites estabelecidos na tabela 13.2:

- a) aceitabilidade sensorial: o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável. A limitação da flecha para prevenir essas vibrações, em situações especiais de utilização, deve ser realizada como estabelecido na seção 23;
- b) efeitos específicos: os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção;
- c) efeitos em elementos não estruturais: deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados;
- d) efeitos em elementos estruturais: os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.

Tabela 13.2 - Limites para deslocamentos

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell / 250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$\ell / 350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$\ell / 250^{1)}$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\ell / 350+$ contraflecha ²⁾
			Ocorrido após a construção do piso	$\ell / 600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$\ell / 500^{3)}$ ou 10 mm ou $\theta = 0,0017 \text{ rad}^{4)}$
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$\ell / 250^{3)}$ ou 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação freqüente ($\psi_1=0,30$)	$H/1700$ ou $H_i/850^{5)}$ entre pavimentos ⁶⁾
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$\ell / 400^{7)}$ ou 15 mm
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H_i/500$
		Revestimentos colados	Ocorrido após construção do forro	$\ell / 350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	$\ell / 175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H/400$
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.		

¹⁾ As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.

²⁾ Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que $\ell / 350$.

³⁾ O vão ℓ deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.

⁴⁾ Rotação nos elementos que suportam paredes.

⁵⁾ H é a altura total do edifício e H_i o desnível entre dois pavimentos vizinhos.

⁶⁾ Esse limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não devem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando H_i representa o comprimento do lintel.

⁷⁾ O valor ℓ refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.

NOTAS

1 Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão ℓ suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.

2 Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor ℓ é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.

3 O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes definidos na seção 11.

4 Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.

13.4 Controle da fissuração e proteção das armaduras

13.4.1 Introdução

A fissuração em elementos estruturais de concreto armado é inevitável, devido à grande variabilidade e à baixa resistência do concreto à tração; mesmo sob as ações de serviço (utilização), valores críticos de

tensões de tração são atingidos. Visando obter bom desempenho relacionado à proteção das armaduras quanto à corrosão e à aceitabilidade sensorial dos usuários, busca-se controlar a abertura dessas fissuras.

Nas estruturas com armaduras ativas (concreto protendido) existe também, com menor probabilidade, a possibilidade de aparecimento de fissuras. Nesse caso as fissuras podem ser mais nocivas, pois existe a possibilidade de corrosão sob tensão das armaduras.

De maneira geral, a presença de fissuras com aberturas que respeitem os limites dados em 13.4.2, em estruturas bem projetadas, construídas e submetidas às cargas previstas na normalização, não denotam perda de durabilidade ou perda de segurança quanto aos estados limites últimos.

As fissuras podem ainda ocorrer por outras causas, como retração plástica térmica ou devido a reações químicas internas do concreto nas primeiras idades, devendo ser evitadas ou limitadas por cuidados tecnológicos, especialmente na definição do traço e na cura do concreto.

13.4.2 Limites para fissuração e proteção das armaduras quanto à durabilidade

A abertura máxima característica w_k das fissuras, desde que não exceda valores da ordem de 0,2 mm a 0,4 mm, (conforme tabela 13.3) sob ação das combinações freqüentes, não tem importância significativa na corrosão das armaduras passivas.

Como para as armaduras ativas existe a possibilidade de corrosão sob tensão, esses limites devem ser mais restritos e função direta da agressividade do ambiente, dada pela classe de agressividade ambiental (ver seção 6).

Na tabela 13.3 são dados valores limites da abertura característica w_k das fissuras, assim como outras providências visando garantir proteção adequada das armaduras quanto à corrosão. Entretanto, devido ao estágio atual dos conhecimentos e da alta variabilidade das grandezas envolvidas, esses limites devem ser vistos apenas como critérios para um projeto adequado de estruturas.

Embora as estimativas de abertura de fissuras feitas em 17.3.3.2 devam respeitar esses limites, não se deve esperar que as aberturas de fissuras reais correspondam estritamente aos valores estimados, isto é, fissuras reais podem eventualmente ultrapassar esses limites.

Tabela 13.3 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	—
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação freqüente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação freqüente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação freqüente
		ELS-D ¹⁾	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D ¹⁾	Combinação freqüente

¹⁾ A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p = 25$ mm (figura 3.1).

NOTAS

1 As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se em 3.2.

2 Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens.

13.4.3 Controle da fissuração quanto à aceitabilidade sensorial e à utilização

No caso de as fissuras afetarem a funcionalidade da estrutura, como, por exemplo, no caso da estanqueidade de reservatórios, devem ser adotados limites menores para as aberturas das fissuras. Para controles mais efetivos da fissuração nessas estruturas, é conveniente a utilização da protensão.

Por controle de fissuração quanto à aceitabilidade sensorial, entende-se a situação em que as fissuras passam a causar desconforto psicológico aos usuários, embora não representem perda de segurança da estrutura. Limites mais severos de aberturas de fissuras podem ser estabelecidos com o contratante.

Verificação de estados limites de serviço em vigas usuais de edifícios

1. Introdução

Em vigas usuais de edifícios os esforços solicitantes principais são constituídos de momento fletor e força cortante. Com relação ao momento fletor, a verificação da segurança consiste na análise dos seguintes estados limites:

a) estados limites últimos de ruptura convencional da seção em todos os pontos críticos ao longo da viga:

- por esmagamento do concreto a compressão ($\epsilon_{cu} = 0,0035$);
- ou por alongamento plástico excessivo da armadura ($\epsilon_{su} = 0,010$).

b) Estados limites de utilização:

- de deslocamento excessivo (limitação de flechas na viga);
- de fissuração excessiva (limitação da abertura de fissuras).

Na verificação dos estados limites últimos, que são aqueles correspondentes ao esgotamento da capacidade portante da estrutura, devem ser considerados os valores de cálculo; as solicitações devem estar majoradas com a incorporação do coeficiente de ponderação γ_f e, as resistências, diminuídas pelos coeficientes de ponderação, γ_c para o concreto, e γ_s para o aço. Desta análise, resulta, em cada seção, a armadura A_s de tração na flexão e, eventualmente, A'_s de compressão. Na verificação dos estados limites de utilização, que são aqueles ligados à funcionalidade e à durabilidade, ao conforto e à estética da construção, devem ser consideradas as ações com valores de serviço (cargas usuais sem majoração). Desta

Considere-se a seção transversal retangular da Fig. 1.1 sujeita a flexão. Pode-se escrever:

$$\frac{dx}{r} = \frac{dx(\epsilon_c + \epsilon_s)}{d} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{r} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d}$$

Admitida a hipótese usual da seção plana manter-se plana na flexão e, também, a validade da lei de Hooke para o comportamento do material, tem-se:

$$\epsilon = \frac{1}{r}y \quad \text{e} \quad \sigma = E\epsilon = E\frac{1}{r}y$$

$$M = \int_A \sigma y dA = \int_A E\frac{1}{r}y^2 dA = E\frac{1}{r} \int_A y^2 dA = \frac{EI}{r} \quad \text{ou} \quad \frac{M}{EI} = \frac{1}{r}$$

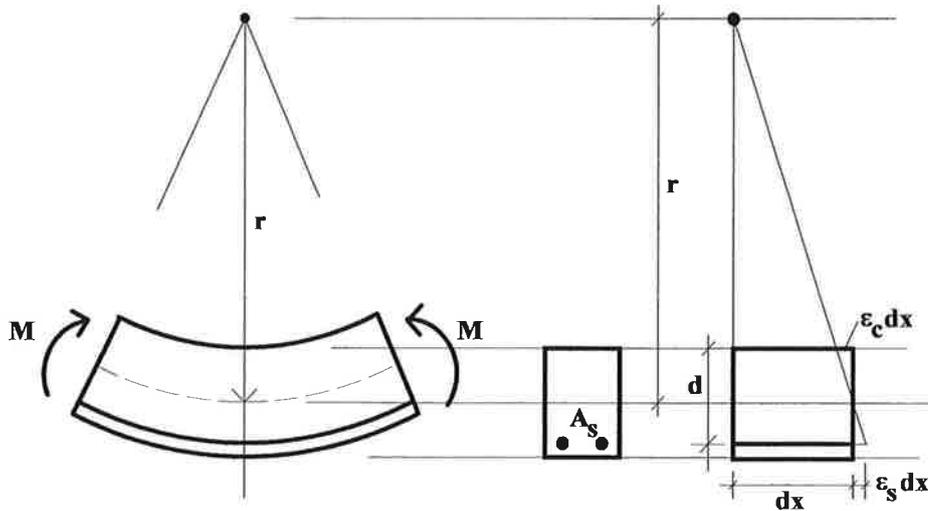


Fig. 1.1

Considere-se uma viga biapoiada, de seção transversal constante, sujeita a momento fletor constante e constituída de material isotrópico elástico-linear, Fig. 1.2.

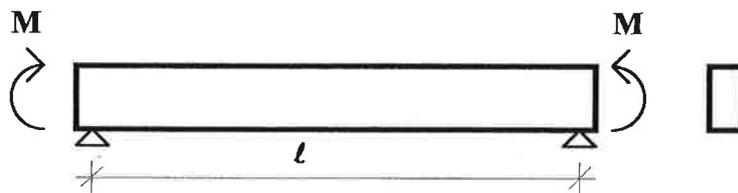


Fig. 1.2

O produto de rigidez de flexão EI é constante e a curvatura é crescente linearmente com M . A flecha máxima vale

$$a = \frac{M \ell^2}{EI 8}.$$

Considere-se, agora, a viga constituída de concreto armado com armadura constante, Fig. 1.3.

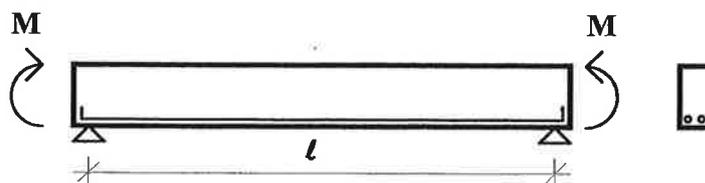


Fig. 1.3

A Fig. 1.4 apresenta, esquematicamente, o diagrama momento-curvatura médio da seção para carregamento crescente até a ruptura, bem como, o diagrama tensão-

deformação do concreto onde, a resistência à tração f_{ct} é da ordem de $1/10$ da resistência à compressão ($f_{ck} / 10$).

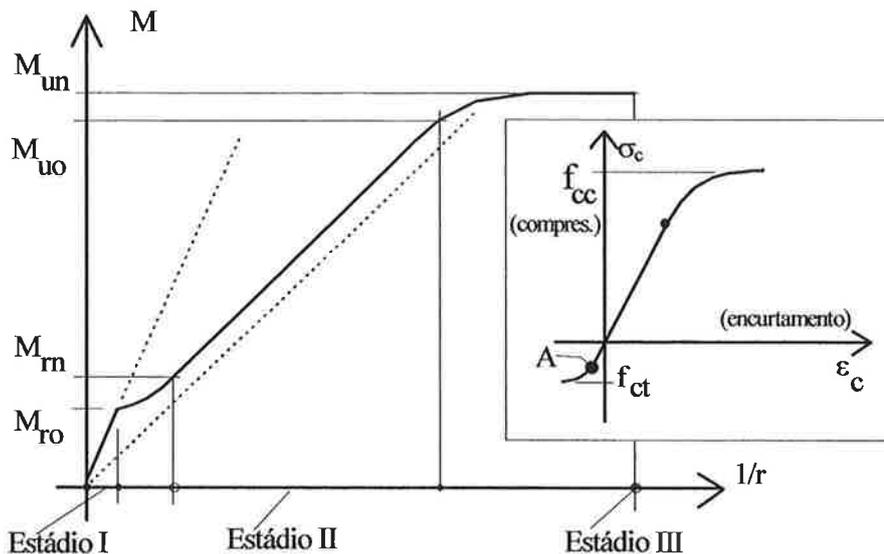


Fig. 1.4

Para momento fletor pequeno, o comportamento do concreto (e, também, da armadura) pode ser admitido elástico-linear, na compressão e na tração, com tensões de tração limitadas ao ponto A do diagrama (σ_c, ϵ_c). Tem-se, assim, uma reta no diagrama momento-curvatura e diz-se que as seções se encontram no Estádio Ia de sollicitação.

Com o aumento do momento fletor, ao ser atingida, na fibra mais tracionada do concreto, a sua resistência à tração (f_{ct}), começa aí a plastificação do concreto por tração (Estádio Ib); logo a seguir, uma seção qualquer da viga pode romper por tração para um momento fletor de valor M_{ro} dito momento de fissuração. Se a quantidade de armadura de tração for igual ou superior ao valor mínimo que será definido no item 4, a seção apresentará uma fissura, porém, sem perda da capacidade portante porque a armadura terá condições de substituir, do ponto de vista do equilíbrio, a resultante de tensões de tração que existia na parte tracionada da seção antes de ocorrer a fissuração.

Continuando com o aumento progressivo do carregamento tem-se uma fase de formação de novas fissuras, bem como, de aumento das aberturas das fissuras existentes que tendem a se estabilizar numa configuração fissurada final (fissuração estabilizada, condicionada à obediência à armadura mínima) para um momento M_{rn} . Entre M_{ro} e M_{rn} o diagrama momento-curvatura é não linear por corresponder a uma fase de fissuração progressiva.

Entre M_{rn} e M_{uo} , já com a fissuração estabilizada, o comportamento é praticamente elástico-linear com aberturas crescentes das fissuras abertas; diz-se que a seção se encontra no Estádio II de sollicitação. O momento M_{uo} corresponde ao início da plastificação do concreto por compressão.

Entre M_{U0} e M_{Un} , o andamento do diagrama volta a ser não linear devido à plastificação progressiva do concreto comprimido. M_{Un} é o momento último da seção por compressão do concreto e corresponde ao cálculo no Estádio III de solicitação.

Normalmente, para as cargas de serviço, o nível de tensões de compressão é da ordem de 40% a 50% da resistência do concreto à compressão. Nestas condições, a seção encontra-se, seguramente, no Estádio II de solicitação. Assim, os cálculos que envolvem a verificação dos estados limites de utilização devem ser efetuados no Estádio II.

Ainda, com referência à Fig. 1.4, a reta pontilhada menos inclinada corresponde ao que se pode chamar de Estádio II puro onde se desprezam, totalmente, as tensões de tração no concreto. O diagrama real reflete o comportamento médio do concreto e mostra a influência de um número finito de fissuras que se estabelecem no trecho de viga considerado, lembrando que, entre estas fissuras, o concreto encontra-se sujeito a tensões de tração. Daí a diferença entre os dois diagramas.

Na prática, quando se fala em cálculo no Estádio II, está-se referindo ao cálculo no Estádio II puro.

2. Cálculo no Estádio II (puro)

2.1. Hipóteses

As hipóteses adotadas nos cálculos do estágio II são as seguintes:

- a. manutenção da seção plana;
- b. aderência perfeita entre o concreto e a armadura (escorregamento relativo nulo);
- c. validade da lei de Hooke para o concreto e para o aço;
- d. resistência do concreto à tração igual a zero.

O módulo de deformação do aço (E_s) é fixado em 210.000 MPa (21.000 kN/cm²). O módulo de deformação do concreto é tomado como sendo de 0,85 do módulo de deformação secante, para solicitações de serviço usuais da ordem de 40% a 50% da de ruptura. Assim, a NBR-6118 adota

$$E_{cs} = 0,85 \times 5600 \times \sqrt{f_{ck}} \quad [\text{MPa}]$$

2.2. Seção retangular com armadura simples

a) equações de compatibilidade:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} \rightarrow \varepsilon_s = \frac{d-x}{x} \varepsilon_c$$

b) equações constitutivas:

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \quad \text{e} \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \frac{d-x}{x} \varepsilon_c$$

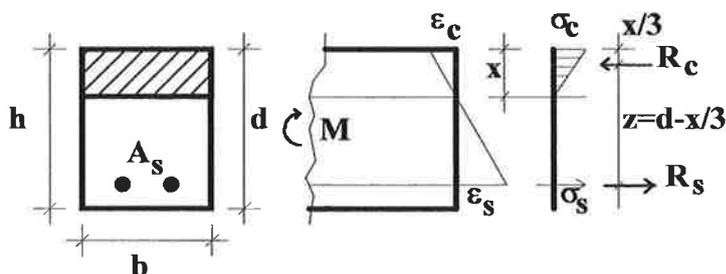


Fig. 2.1

c) equações de equilíbrio:

c.1. forças resultantes:

$$\text{concreto: } R_c = bx\sigma_c / 2 = bx E_c \varepsilon_c / 2$$

$$\text{armadura: } R_s = A_s \sigma_s = A_s E_s \frac{d-x}{x} \varepsilon_c$$

c.2. equilíbrio dos esforços:

$$\text{equil. de força: } R_c = R_s$$

$$\text{equil. de mom.: } M = R_c z = R_s z \quad \text{onde } z = d - x/3$$

d) posição da linha neutra

Da equação de equilíbrio de força resulta:

$$R_c = R_s \quad \text{ou} \quad \frac{bx E_c \varepsilon_c}{2} = A_s E_s \frac{d-x}{x} \varepsilon_c$$

ou

$$\frac{bx^2}{2} = A_s \alpha_e (d-x) \quad \text{onde } \alpha_e = \frac{E_s}{E_c}$$

A equação resultante mostra que a linha neutra passa pelo centro de gravidade da figura formada pela área comprimida ($b \cdot x$) e pela armadura fictícia ($A_s \cdot \alpha_e$).

$$x^2 + (2A_s \alpha_e / b)x - (2A_s \alpha_e / b)d = 0$$

ou

$$x = d \cdot (\alpha_e \cdot \rho_d) \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{(\alpha_e \cdot \rho_d)}} \right] \quad \text{com} \quad \rho_d = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

ou

$$x = \frac{A_s \cdot \alpha_e}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2bd}{A_s \alpha_e}} \right]$$

e) produto de rigidez à flexão no Estádio II

Conforme a Fig. 2.1 tem-se

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} = \frac{\sigma_s}{E_s(d - x)}$$

Por outro lado,

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E_c I_n} = \frac{A_s \sigma_s z}{E_c I_n}$$

Logo, tem-se a expressão do produto de rigidez à flexão no Estádio II:

$$E_c I_n = A_s E_s (d - x) z$$

Também,

$$I_n = \frac{bx^3}{3} + A_s \cdot \alpha_e (d - x)^2 = A_s \cdot \alpha_e (d - x)(d - x/3)$$

f) tensões nos materiais

As resultantes de tensões são obtidas da equação de equilíbrio de momento (c.2) e, as tensões, a partir das equações (c.1).

2.3. Seção retangular com armadura dupla

a) equações de compatibilidade:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x} = \frac{\varepsilon_s'}{x - d'} \quad \rightarrow \quad \varepsilon_s = \frac{d - x}{x} \varepsilon_c \quad , \quad \varepsilon_s' = \frac{x - d'}{x} \varepsilon_c$$

b) equações constitutivas:

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \quad \text{e} \quad \sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \frac{d-x}{x} \varepsilon_c, \quad \sigma_s' = E_s \varepsilon_s' = E_s \frac{x-d'}{x} \varepsilon_c$$

c) equações de equilíbrio:

c.1. forças resultantes:

$$\text{concreto: } R_c = bx\sigma_c / 2 = bx E_c \varepsilon_c / 2$$

$$\text{armaduras: } R_s = A_s \sigma_s = A_s E_s \frac{d-x}{x} \varepsilon_c, \quad R_s' = A_s' \sigma_s' = A_s' E_s \frac{x-d'}{x} \varepsilon_c$$

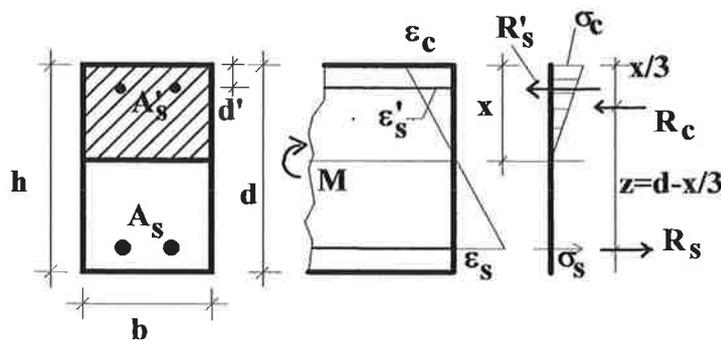


Fig. 2.2

c.2. equilíbrio de esforços:

$$\text{equil. de força: } R_c + R_s' = R_s$$

$$\text{equil. de mom.: } M = R_s (d - x/3) + R_s' (x/3 - d')$$

d) posição da linha neutra

Da equação de equilíbrio de força resulta:

$$\frac{bx E_c \varepsilon_c}{2} + A_s' E_s \frac{x-d'}{x} \varepsilon_c = A_s E_s \frac{d-x}{x} \varepsilon_c$$

ou

$$\frac{bx^2}{2} + A_s' \alpha_c (x - d') = A_s \alpha_c (d - x).$$

A equação resultante mostra que a linha neutra passa pelo centro de gravidade da figura formada pela área comprimida ($b \cdot x$), pela armadura comprimida fictícia ($A_s' \cdot \alpha_c$) e pela armadura tracionada fictícia ($A_s \cdot \alpha_c$). Esta conclusão pode ser obtida para uma seção genérica estabelecendo-se a equação de equilíbrio de força. De fato,

$$R_c + \sum R_{si} = 0 \quad \text{ou} \quad \int_{A_c} \sigma_c dA + \sum A_{si} \sigma_{si} = 0.$$

Como

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \frac{y}{x} \quad \text{e} \quad \sigma_{si} = E_s \varepsilon_c \frac{x - y_i}{x}$$

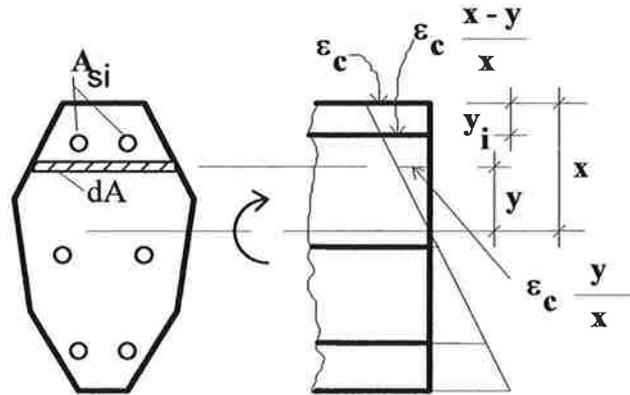


Figura 2.3

vem

$$\int_{A_c} E_c \varepsilon_c \frac{y}{x} dA + \sum A_{si} E_s \varepsilon_c \frac{x - y_i}{x} = 0$$

ou

$$\int_{A_c} y dA + \sum A_{si} \cdot \alpha_e (x - y_i) = 0.$$

O primeiro termo da expressão acima é o momento estático da zona comprimida da seção de concreto e, o segundo, a soma dos momentos estáticos das grandezas $(A_{si} \alpha_e)$, todos eles em relação à linha neutra, como queríamos demonstrar.

A equação de equilíbrio de momento permite escrever:

$$\begin{aligned} M &= \int_c y \sigma_c dA + \sum A_{si} \sigma_{si} (y_i - x) \\ &= \int_c y E_c \frac{\varepsilon_c}{x} y dA + \sum A_{si} E_s \frac{\varepsilon_c}{x} (y_i - x)^2 \\ &= \frac{E_c \varepsilon_c}{x} \int y^2 dA + \frac{\varepsilon_c}{x} \sum A_{si} E_s (y_i - x)^2 \\ &= E_c \left[I_{cx} + \sum \alpha_e A_{si} (y_i - x)^2 \right] \cdot \frac{\varepsilon_c}{x} = (E_c I_{II}) \cdot \frac{\varepsilon_c}{x} \end{aligned}$$

Portanto

$$I_{II} = I_{cx} + \sum \alpha_e A_{si} (y_i - x)^2 .$$

$$x^2 + \frac{2\alpha_e}{b}(A_s + A_s')x - \frac{2\alpha_e}{b}(A_s d + A_s' d') = 0$$

ou

$$x = d \cdot \alpha_e (\rho_d + \rho_d') \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\alpha_e} \left(\frac{1}{\rho_d + \rho_d'} \right) \left(\frac{\rho_d + \rho_d' d'}{d} \right)} \right] \quad \text{onde } \rho_d' = \frac{A_s'}{bd}$$

e) produto de rigidez à flexão no Estádio II

Conforme a Fig. 2.2 tem-se

$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon_s}{d-x} = \frac{\sigma_s}{E_s(d-x)} \quad \text{e} \quad \frac{\sigma_s'}{\sigma_s} = \frac{x-d'}{d-x} \quad \text{ou} \quad \sigma_s' = \frac{x-d'}{d-x} \sigma_s$$

Por outro lado,

$$\frac{1}{r} = \frac{\sigma_s}{E_s(d-x)} = \frac{A_s \sigma_s (d-x/3) + A_s' (x/3-d') \sigma_s (x-d')}{E_c I_{II}}$$

Logo, tem-se a expressão do produto de rigidez à flexão no Estádio II:

$$E_c I_{II} = A_s E_s (d-x)(d-x/3) + A_s' E_s (x/3-d')(x-d')$$

e, também

$$I_{II} = \frac{bx^3}{3} + A_s \alpha_e (d-x)^2 + A_s' \alpha_e (x-d')^2.$$

f) tensões nos materiais

As resultantes de tensões são obtidas da equação de equilíbrio de momento (c.2) e as tensões a partir das equações (c.1).

2.4. Seção "T" com armadura simples

A equação de equilíbrio de forças conduz a

$$(b_f - b_w) h_f E_c \epsilon_c \frac{x - h_f/2}{x} + \frac{b_w x}{2} E_c \epsilon_c = A_s E_s \epsilon_c \frac{d-x}{x}$$

ou

$$\frac{b_w x^2}{2} + [(b_f - b_w)h_f + A_s \alpha_e]x - (b_f - b_w)\frac{h_f^2}{2} - A_s \alpha_e d = 0$$

que fornece o valor de x , com o qual se determina o momento de inércia no Estádio II:

$$I_{II} = \frac{b_f x^3}{3} - \frac{(b_f - b_w)(x - h_f)^3}{3} + A_s \alpha_e (d - x)^2.$$

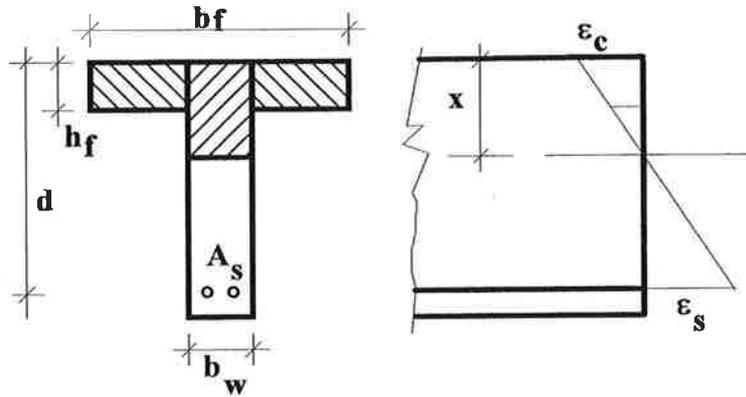


Fig. 2.4

