

Bioestatística Básica

RCA 5804

1. Comparando Proporções
2. Correlação
3. Poder estatístico do teste

Prof. Dr. Alfredo J Rodrigues

Departamento de Cirurgia e Anatomia
Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto
Universidade de São Paulo

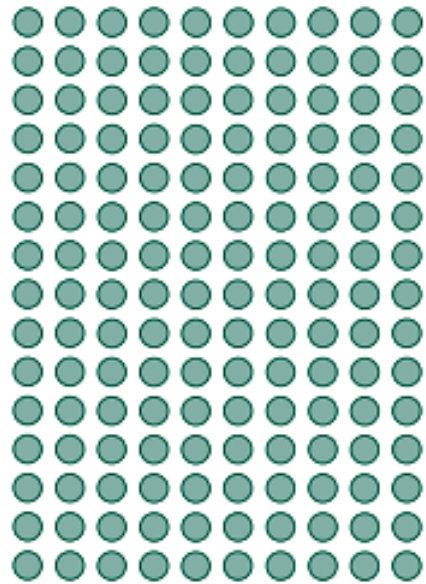
alfredo@fmrp.usp.br

Qual a proporção de canhotos ?

4 amostras de 10 indivíduos

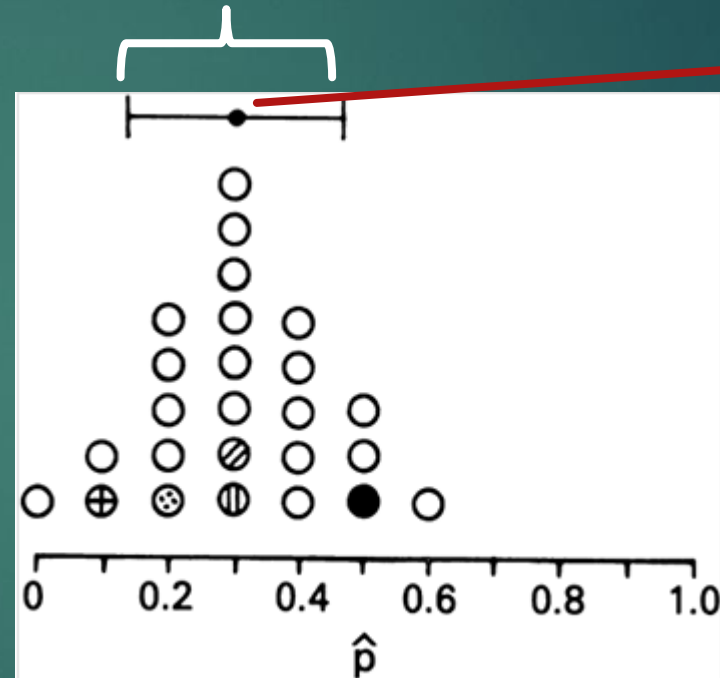


Canhotos (em relação ao uso da perna)



Destros (em relação ao uso da perna)

Erro-padrão da proporção média (P)



P média

• Erro-padrão $\Rightarrow \sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

Teste de hipóteses para Proporções

O análogo de “T” para proporções é a **Estatística Z**

$$z = \frac{\text{Diferença das proporções amostrais}}{\text{Erro-padrão das diferenças das proporções amostrais}}$$

$$z = \frac{|\hat{p}_1 - \hat{p}_2| - \frac{1}{2}(1/n_1 + 1/n_2)}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})(1/n_1 + 1/n_2)}}$$

- Quando “Z” é “GRANDE” concluímos que é **pouco provável** que ambas as amostras provêm da mesma população.

Degrees of Freedom	Probability, p			
	0.1	0.05	0.01	0.001
1	6.31	12.71	63.66	636.62
2	2.92	4.30	9.93	31.60
3	2.35	3.18	5.84	12.92
4	2.13	2.78	4.60	8.61
5	2.02	2.57	4.03	6.87
6	1.94	2.45	3.71	5.96
7	1.89	2.37	3.50	5.41
8	1.86	2.31	3.36	5.04
9	1.83	2.26	3.25	4.78
10	1.81	2.23	3.17	4.59
11	1.80	2.20	3.11	4.44
12	1.78	2.18	3.06	4.32

Teste X^2 (Chi-quadrado)

- ▶ Estatística “Z” testa hipótese no qual existe apenas 2 desfechos (atributos) mutuamente excludentes e a probabilidade permanece constante (ensaio independente de Bernoulli)
- ▶ Nas situações nas quais existe mais de dois grupos ou mais de dois eventos possíveis há necessidade de um ANÁLOGO AO TESTE DE VARIÂNCIA (ANOVA).
- ▶ O “análogo” ao teste Anova é o teste X^2 (Chi-quadrado ou Chi-quadrado de Pearson com correção de Yates para tabelas 2x2)
- ▶ Para comparações múltiplas em tables maiores 2x2 (como ANOVA com >2 grupos) há a necessidade de testes múltiplos 2x2 com correção de erro grupal (Bonferroni, Holm, Holm-Sidak, etc).

Tratamento	Sobreviveu	Morreu	total
Tratado	459	26	485
Controle	141	27	168
	600	53	653

$600 (459+141) \text{ sobreviventes} / 653 \text{ indivíduos (total)} \times 100 = \mathbf{91,8 \% \text{ sobreviventes}}$

Se H_0 é verdadeira (tratamento não tem efeito) o ESPERADO é que a proporção de sobreviventes em ambos os grupos seja semelhante

91,8% sobreviventes significa deveriam ter 445 sobreviventes no Tratado (91,8% de 485) e 154 no controle (91,8% de 168)

Todavia o OBSERVADO foi 459 sobreviventes no grupo tratado e 141 no controle. Esta diferença entre o a PROPORÇÃO OBSERVADA e a ESPERADA é devida apenas ao acaso ou real?

teste χ^2 - Chi-quadrado

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

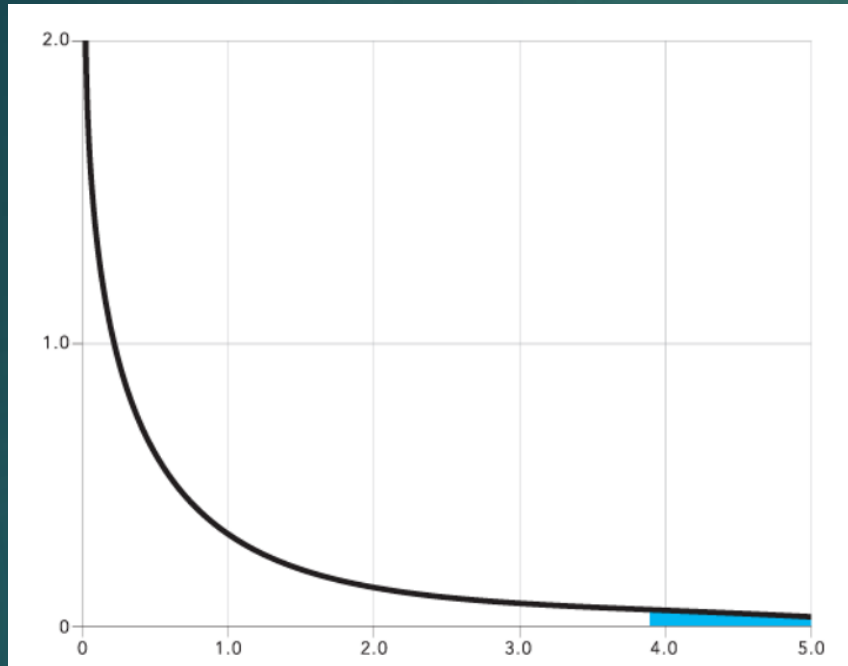
Correção de Yates
para Continuidade
em tabelas 2x2



$$\chi^2 = \sum \frac{(|O - E| - \frac{1}{2})^2}{E}$$

O: proporção Observada
E: proporção Esperada

Teste X^2 (Chi-quadrado)



A distribuição de X^2 depende do “n” de indivíduos e número de possíveis “desfecho” (graus de liberdade)

Quando o valor de X^2 é “**GRANDE**” (tabela) concluímos que é **pouco provável** que ambas as amostras provêm da mesma população, rejeita-se H_0 (diferença é significativa).

Valores críticos para χ^2

Tratament o	Sobreviveu	Morreu	total
Tratado	459	26	485
Controle	141	27	168
	600	53	653

$$\chi^2 = \sum \frac{(|O - E| - \frac{1}{2})^2}{E} = 19,194 \rightarrow$$

$$V (\text{graus de liberdade}) = (L-1) \times (C-1) = (2-1) \times (2-1) = 1$$

Significativo para $p < 0,001$

Probabilidade de um valor maior de P								
v	0,50	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
1	0,455	1,323	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
2	1,386	2,773	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
3	2,366	4,108	6,251	7,815	9,348	11,545	12,838	16,266
4	3,357	5,385	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467
5	4,351	6,626	9,236	11,070	12,833	15,086	16,750	20,515
6	5,348	7,841	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458
7	6,346	9,037	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322
8	7,344	10,219	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955	26,124
9	8,343	11,389	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877
10	9,342	12,549	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588
11	10,341	13,701	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264
12	11,340	14,845	18,549	21,026	23,337	26,217	28,300	32,909
13	12,340	15,984	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528
14	13,339	17,117	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123
15	14,339	18,245	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697
16	15,338	19,369	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252
17	16,338	20,489	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790
18	17,338	21,605	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312

Teste X^2 (Chi-quadrado)

► Condições para uso teste X^2 :

- X^2 utilizado para **dados categóricos**, portanto é **não-paramétrico e não necessita distribuição normal**.
- Nas tabelas 2x2 o número de observações esperadas em **TODAS as células deve ser de no mínimo 5** (o que não ocorre usualmente com amostras pequenas).

Não satisfeitas essa condição (ao menos 5) , deve-se utilizar o “TESTE EXATO DE FISHER”, geralmente oferecido pelos softwares de estatística.

- Nas tabelas 2x2 deve-se utilizar a correção de Yates para continuidade

Teste X^2 (Chi-quadrado)

- ▶ Hipótese H_0 : mortalidade em homens e mulheres é a mesma em cirurgia cardíaca.
- ▶ H_1 : mortalidade é $\neq$

Sexo * OBITO Crosstabulation					
			OBITO		Total
			não	sim	
Sexo	feminino	Count	513	74	587
		% within Sexo	87,4%	12,6%	100,0%
		% within OBITO	43,8%	46,3%	44,1%
	masculino	Count	658	86	744
		% within Sexo	88,4%	11,6%	100,0%
		% within OBITO	56,2%	53,8%	55,9%
Total	Count		1171	160	1331
	% within Sexo		88,0%	12,0%	100,0%
	% within OBITO		100,0%	100,0%	100,0%

Resultado

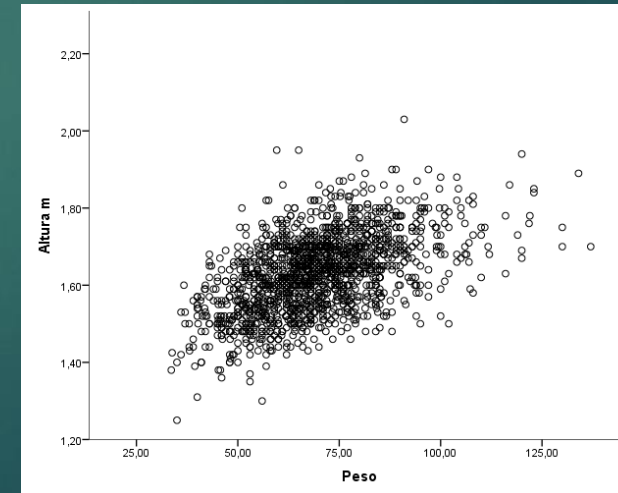
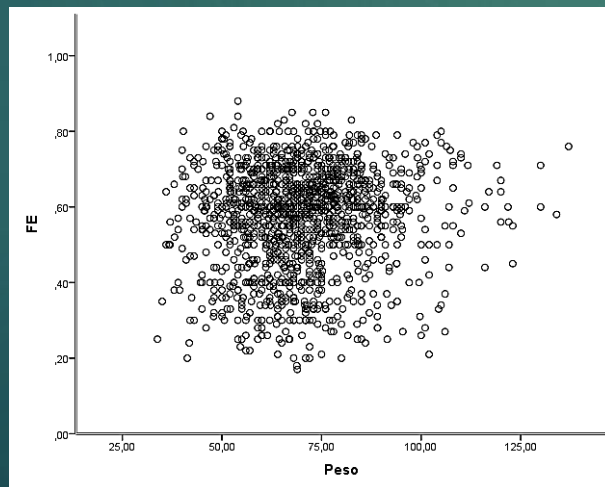
Chi-Square Tests						
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)	Point Probability
Pearson Chi-Square	,340 ^a	1	,560	,611	,308	,057
Continuity Correction ^b	,248	1	,618			
Likelihood Ratio	,339	1	,560	,611	,308	
Fisher's Exact Test				,611	,308	
Linear-by-Linear Association	,340 ^c	1	,560	,611	,308	
N of Valid Cases	1331					
a. 0 cells (,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 70,56.						
b. Computed only for a 2x2 table						
c. The standardized statistic is -,583.						

► Como nenhuma célula tem < 5 posso utilizar X^2 , caso contrário utilizaria o valor fornecido pelo Fisher (no caso $p=0,611$)

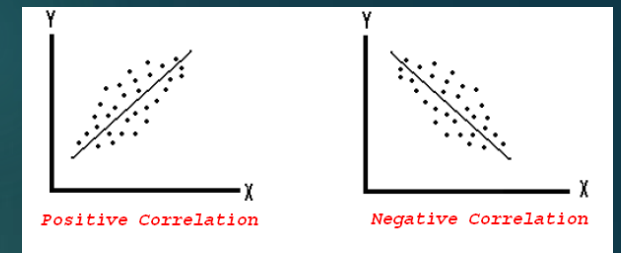
► $p=0,560$ ($> 0,05$), não significativo. Não rejeito a hipótese nula, ou seja, não há $\neq$ na mortalidade entre homens e mulheres

Correlação

- ▶ Mostra se há ou não associação entre duas variáveis independentes, de modo que as variações ocorrem simultaneamente em ambas
- ▶ Correlação não implica em **causação**, ou seja, não implica que **uma variável influencie a outra**, apenas que ambas “**variam**” juntas
- ▶ As correlações entre dois fatores pode ser causada por um terceiro fator que afeta ambas. Este terceiro fator é chamado de fator de **confusão (confounder)**.



Correlação Linear



- ▶ A correlação pode ser positiva ou negativa
- ▶ A “força” da correlação pode ser gradada: fraca, moderada e forte
 - ▶ Os coeficientes de correlação mostram a direção e a “força” da correlação
 - ▶ Para dist. Normal: Coeficiente de correlação (R) de Pearson
 - ▶ **Para dist. “não-normais” ou dados categóricos (ordinais) Coeficiente de correlação de (R) Spearman**
 - ▶ O sinal do coeficiente (+ ou -) indicam a direção da correlação
- ▶ O valor do coeficiente “r” varia de 0 a 1 e indica a “força”, o grau de associação entre as variáveis:
 - ▶ **0 a 0,39: fraca; 0,4 a 0,59: moderada; $\geq 0,6$ -forte**
- ▶ A correlação também é testada quando a significância
 - ▶ Se $p > 0,05$ ou $0,01$ a correlação não é significativa, ou seja, a “linha” de associação é horizontal
 - ▶ Assim, podemos ter uma correlação significativa mas fraca

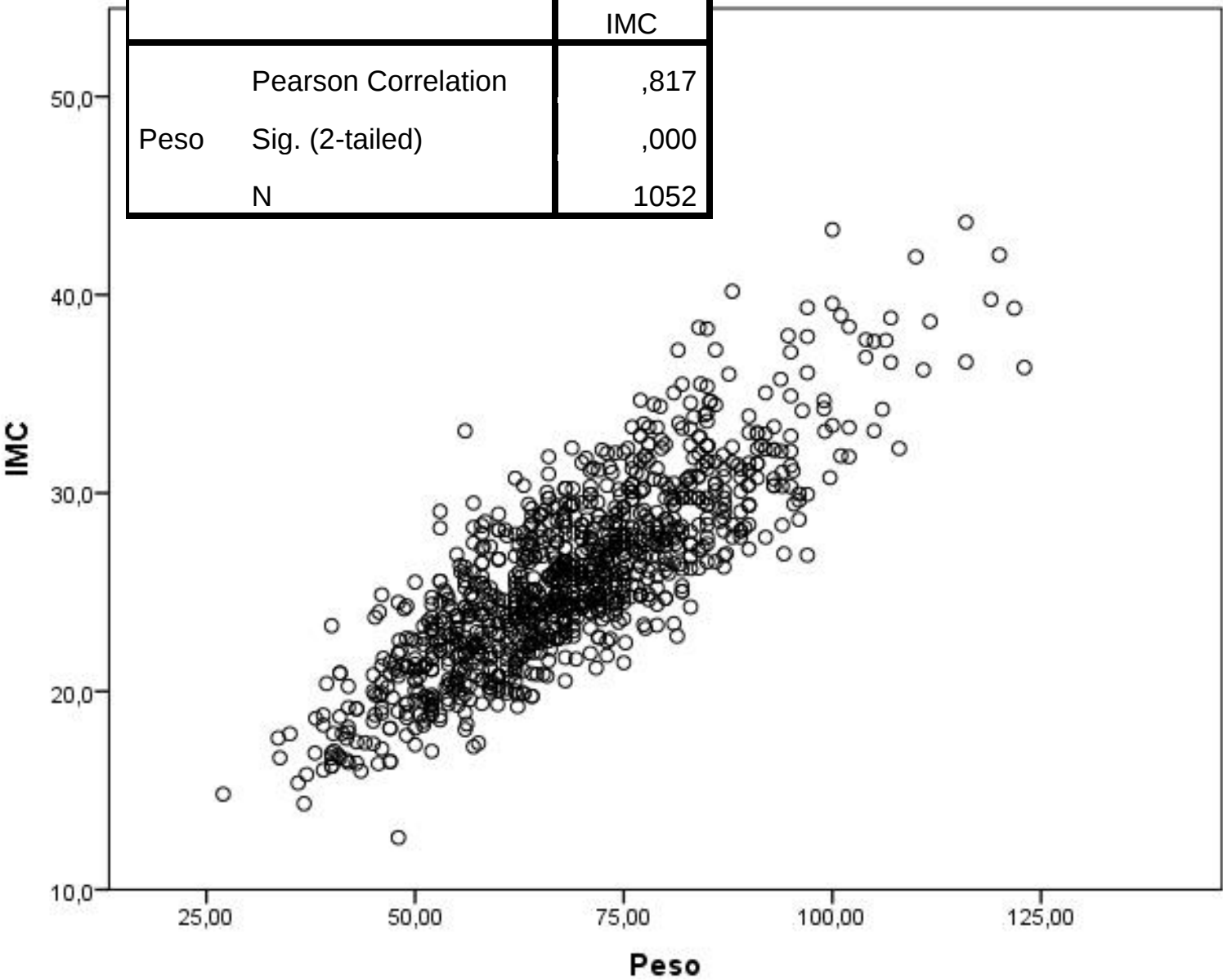
■ Tabela 12.1 Resumo de alguns métodos estatísticos para testar hipóteses

Escala de medida	Delineamento do estudo				
	Dois grupos de tratamento compostos por indivíduos diferentes	Três ou mais grupos de tratamento compostos por indivíduos diferentes	Antes e depois de um único tratamento com os mesmos indivíduos	Múltiplos tratamentos com os mesmos indivíduos	Associação entre duas variáveis
Intervalo (e tomada a partir de populações normalmente distribuídas*)	Teste <i>t</i> não pareado (Cap. 4)	Análise de variância (Cap. 3)	Teste <i>t</i> pareado (Cap. 9)	Análise de variância de medidas repetidas (Cap. 9)	Regressão linear, correlação de momento-produto de Pearson, ou análise de Bland-Altman (Cap. 8)
Nominal	Análise qui-quadrado de tabelas de contingência (Cap. 5)	Análise qui-quadrado de tabelas de contingência (Cap. 5)	Teste de McNemar (Cap. 9)	Cochrane Q [†]	Risco relativo ou razão de chances (Cap. 5)
Ordinal [†]	Teste de soma de postos de Mann-Whitney (Cap. 10)	Teste Kruskal-Wallis (Cap. 10)	Teste de postos sinalizados de Wilcoxon (Cap. 10)	Teste de Friedman (Cap. 10)	Correlação de postos de Spearman (Cap. 8)
Tempo de sobrevivência	Teste de <i>log rank</i> ou teste de Gehan (Cap. 11)				

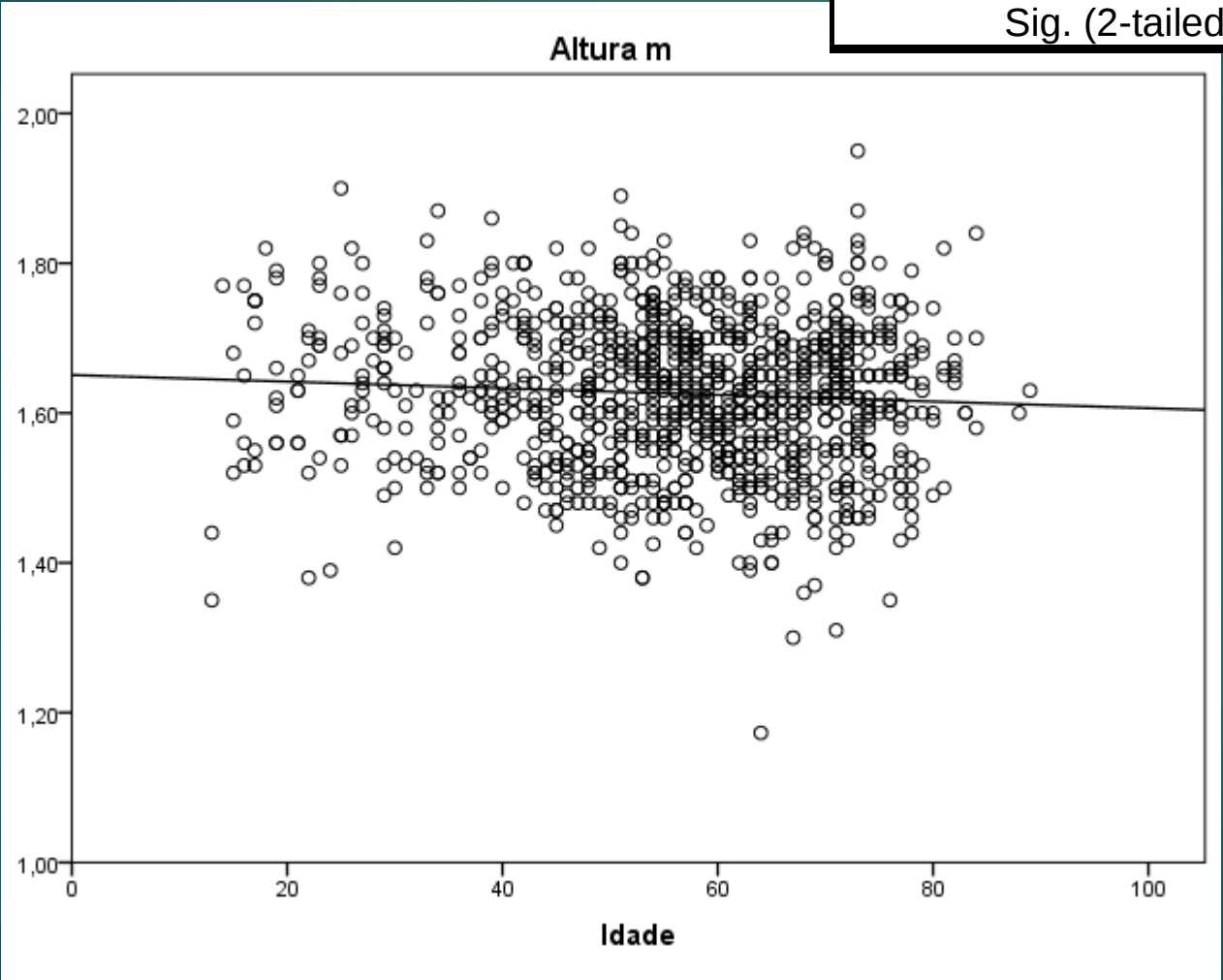
* Se o pressuposto de populações normalmente distribuídas não for satisfeito, deve-se ordenar as observações e usar os métodos para dados medidos em escala ordinal.

[†] Ou dados de intervalo que não são necessariamente distribuídos de maneira normal.

Correlations		
		IMC
	Pearson Correlation	,817
Peso	Sig. (2-tailed)	,000
	N	1052

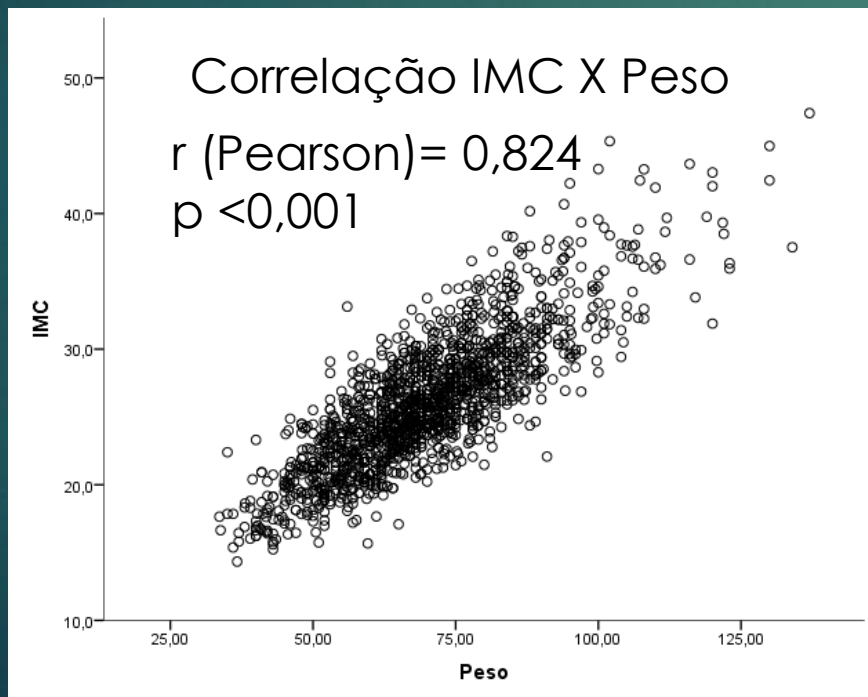


Correlations		
		Altura m
Idade	Pearson Correlation	-,067
	Sig. (2-tailed)	,030



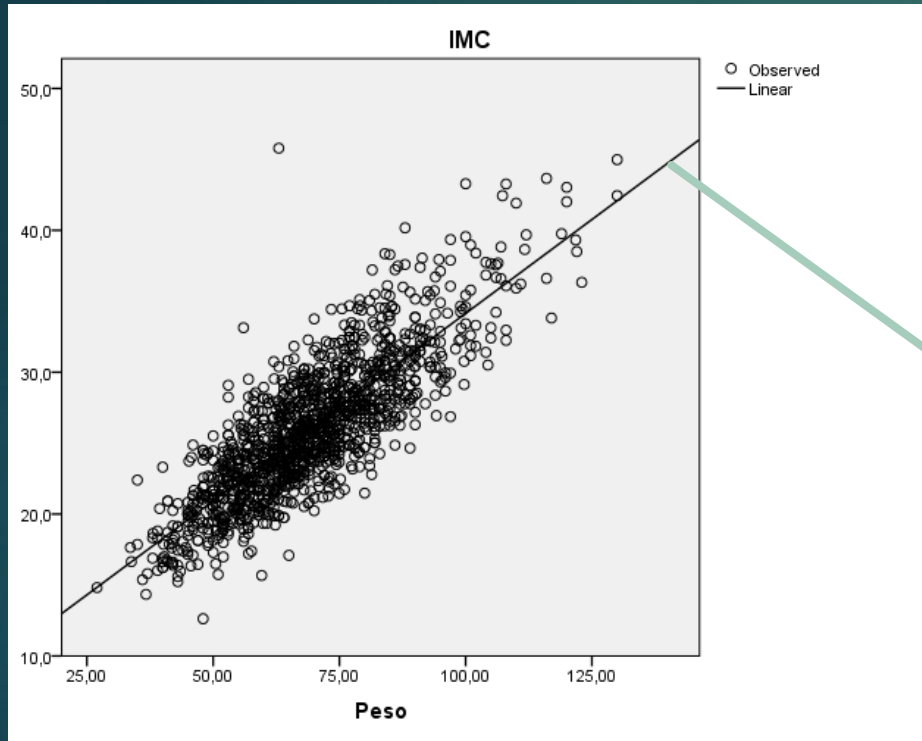
R^2 : Coeficiente de determinação

- ▶ O quadrado do coeficiente de correlação (r^2) é conhecido como **coeficiente de determinação**.
- ▶ É uma medida da proporção (%) da variabilidade de uma variável ("Y") que é explicada por outra variável "X".



Correlations		
	Peso	IMC
IMC	Pearson Correlation ,824	1
	Sig. (2-tailed) ,000	
	N 1375	1375

R^2 : Coeficiente de determinação



$$R^2 = (0,824)^2 = 0,678$$

68 % da variação no IMC é explicada pela relação com o peso, 32% não é explicada pelo peso.

R^2 é um bom índice do quanto uma linha reta descreve a relação entre duas variáveis

Poder Estatístico do Teste

Há diferença entre mostrar que o tratamento não tem efeito e falhar em demonstrar o efeito, sobretudo quando há limitações nos estudos !!

Conclusão a partir das observações	Situação real	
	Tratamento tem efeito	Tratamento não tem efeito
Tratamento tem efeito	Positivo-verdadeiro Conclusão correta $1 - \beta$	Falso-positivo Erro do Tipo I (α)
Tratamento não tem efeito	Falso-negativo Erro do Tipo II (β)	Negativo-verdadeiro Conclusão correta $1 - \alpha$

Poder do teste = $1 - \beta$ (probabilidade de erro tipo II)

“Poder do teste”

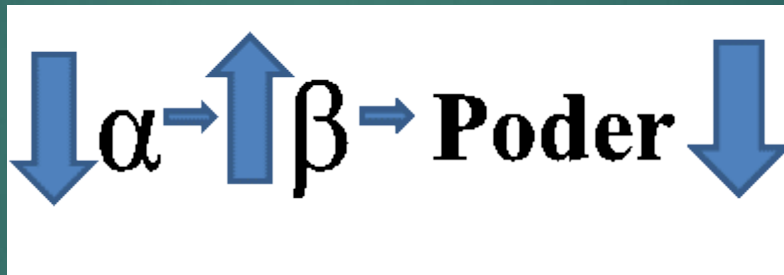
- ▶ A capacidade para detectar o efeito de um “tratamento”, ou seja, **rejeitar H_0**
- ▶ Assim, se o poder do teste é 0,80, significa que a chance de detectar um positivo verdadeiro é de 80% (rejeitar H_0).

Poder do Teste

- ▶ Depende:
 - ▶ Tamanho do efeito ou diferença a ser detectada
 - ▶ Variabilidade na população ou DP (σ)
 - ▶ Tamanho das amostras “n”
 - ▶ Tamanho do erro tipo de I
 - ▶ Tipo de teste estatístico a ser utilizado

Poder do Teste

Poder do teste = $1 - (\beta \text{ Erro tipo II})$



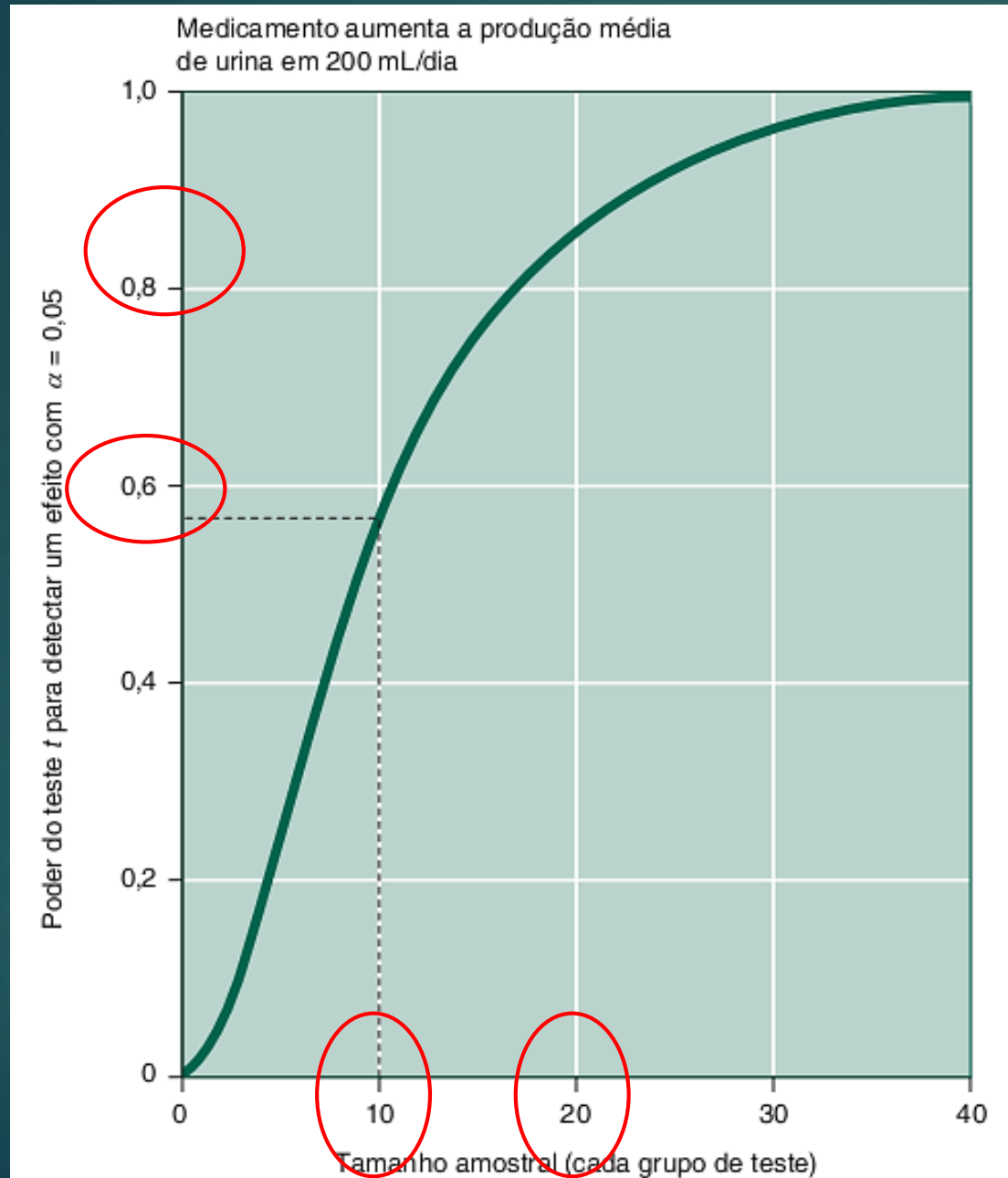
Poder do Teste

- ▶ Tamanho do efeito do tratamento (a diferença a se detectar) :
 - ▶ QUANTO MAIOR $A \neq a$ se detectar, MAIOR o PODER.
- ▶ Variabilidade na população
 - ▶ QUANTO MENOR o desvio-padrão, MAIOR o PODER
- ▶ Tamanho da amostra
 - ▶ QUANTO MAIOR A TAMANHO DA AMOSTRA, MAIOR o PODER
- ▶ *O único modo de reduzir α e β é aumentando o tamanho das amostras*

Poder do Teste

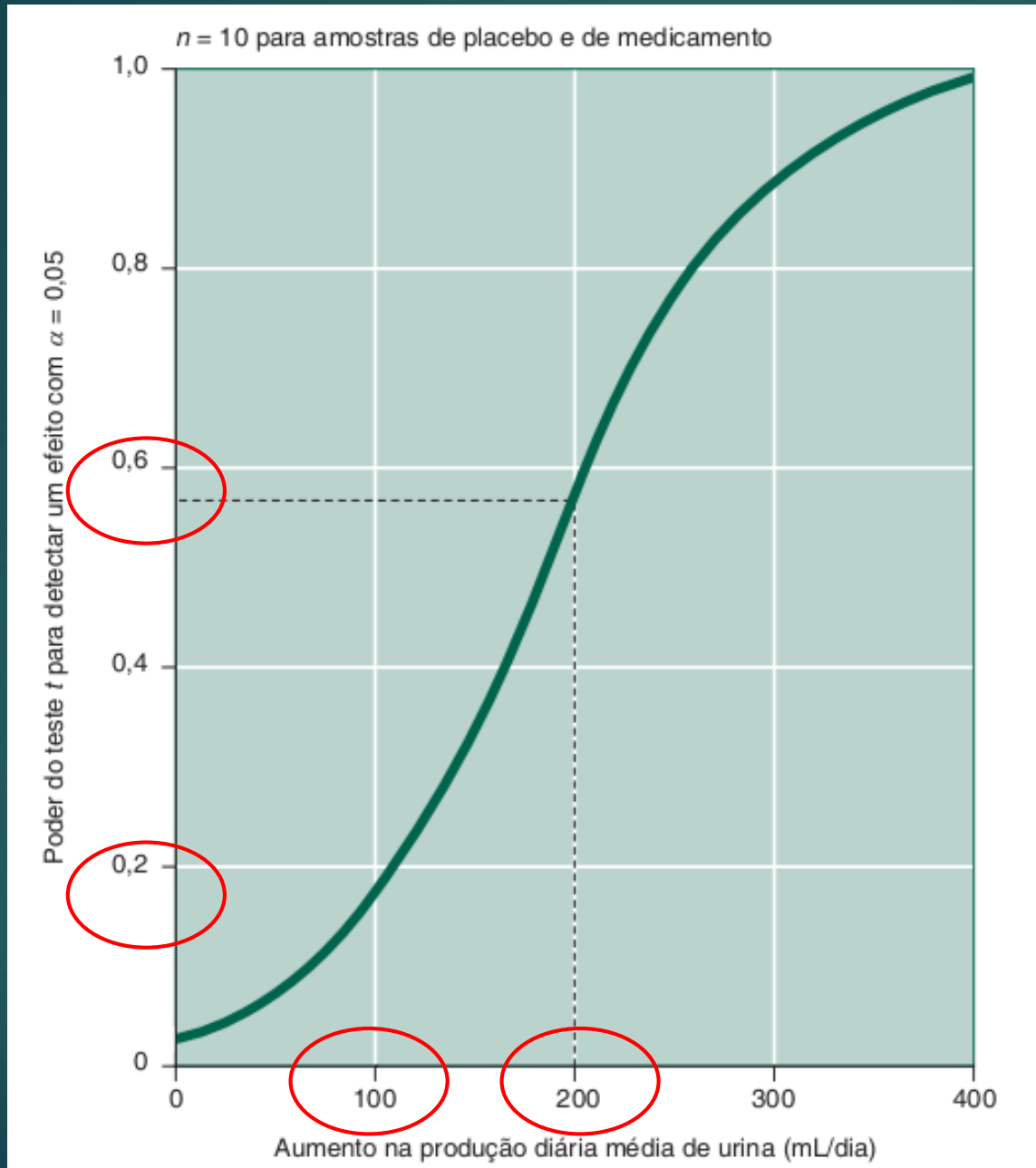
- ▶ *Daí a razão de ser necessário na elaboração do projeto de pesquisa que se saiba:*
 - *O tamanho do efeito que se vai considerar relevante*
 - *O tipo de teste a ser aplicado, para que se possa calcular o tamanho do “ n ” para determinado “poder do teste”*

TAMANHO DA AMOSTRA E PODER DO TESTE



- ▶ Experimento
- ▶ Diurético aumenta volume urinário
- ▶ $n=10$ em cada grupo
- ▶ Resultado:
- ▶ Diferença de 200ml no vol. urina entre grupos
- Qual o poder do teste “ t ” para detectar tal $\neq$ com este tamanho de amostras (“ n ”)?

TAMANHO DA DIFERENÇA E PODER DO TESTE



- Experimento
- Diurético X aumenta o volume urinário?
- $n=10$ em cada grupo
- Resultado:
- Diferença de 200ml no vol. urina entre grupos
- **Considerando este “n” qual o poder do teste “t” para detectar a $\neq$ observada ?**

As fórmulas usadas para calcular o tamanho de amostra são baseadas em pressupostos matemáticos que diferem para cada teste estatístico. Portanto, antes de se poder calcular o tamanho de amostra, o investigador deve decidir que método estatístico usar para a análise dos dados. Essa escolha depende principalmente dos tipos de variáveis preditoras e de desfecho no estudo.