

LISTA 1 MEC.EST 2NDO SEMESTRE 2019

PROBABILIDADES

LISTA 1

Exercício 1. Leia com cuidado o primeiro capítulo das notas.

Exercício 2. (a) Pense sobre o significado da soma lógica de duas asserções e a soma aritmética de duas variáveis que tomam valores reais. Esta diferença é fundamental. Se você tem dúvidas sobre isto, o resto do curso será um pesadelo. Considere a soma lógica de asserções $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$, onde os A_i são mutuamente exclusivos. Estamos interessados na probabilidades condicionadas por A . Isto será útil no futuro. Mostre, usando as regras do produto e da soma que

$$P(B|AI) = \frac{\sum_{i=1}^n P(A_i|I)P(B|A_iI)}{\sum_{i=1}^n P(A_i|I)}$$

(b) Seja a asserção B definida pela soma lógica $B = \sum_{i=1}^n A_i$, mostre que

$$P(B|I) \leq \sum_{i=1}^n P(A_i|I)$$

Exercício 3. São feitas 3 perguntas a N pessoas. As respostas só podem ser "sim" ou "não". Considere dados:

- o número de pessoas que respondeu sim à terceira pergunta é N_c (e portanto $\bar{N}_c = N - N_c$, respondeu não) é conhecido;
- N_2 é o número de pessoas que respondeu sim a duas perguntas e não a uma pergunta não importando quais especificamente;
- N_3 é o número de pessoas que respondeu sim às três perguntas.
- N_{AB} é número que respondeu afirmativamente às duas primeiras perguntas

Quantas pessoas responderam que não às duas primeiras perguntas e sim à terceira?

Exercício 4. O resultado de um teste para uma doença pode ser positivo ou negativo. As asserções relevantes são

- D : "a paciente está doente" e \bar{D} : "a paciente está sã"
- t_+ : "o resultado do teste foi positivo", t_- : "o resultado do teste foi negativo"

O teste não é perfeito. Suponha que tenhamos informação que o teste é bom: as probabilidades $P(t_+|D)$ e $P(t_-|\bar{D})$ são altas, por exemplo ambas são 0.9. Suponha que a paciente recebe a informação de que o teste deu positivo. Com que probabilidade ela está doente? Ou seja queremos saber $P(D|t_+)$, a probabilidade de verdadeiro positivo. A probabilidade $P(\bar{D}|t_-)$ é a de um verdadeiro negativo. As probabilidades de erro são $P(D|t_-)$ para um falso negativo e $P(\bar{D}|t_+)$ para um falso positivo.

Como proceder? A regra do produto e a consistência leva a regra de Bayes de inversão. A teoria não é suficiente para responder isso, mas ela indica o que mais é necessário saber para chegar a esse número; (a) Descubra que informação está faltando. (b) Faça uma estimativa para alguma doença específica e obtenha $P(D|t_+)$ a probabilidade de estar doente.

Exercício 5. Tentamos enviar um sinal através dos circuitos da figura 1 compostos por cabos e chaves $\{s_i\}$. Cada chave tem probabilidade p de estar fechada independentemente de qualquer outra informação no problema. Encontre a probabilidade de passar um sinal

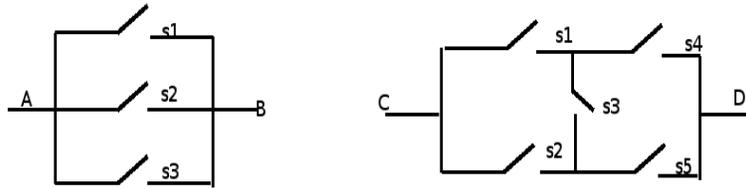


FIGURA 1. Circuitos em sistema de comunicação

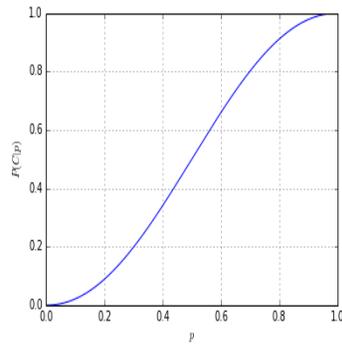


FIGURA 2. Probabilidade de passar o sinal de C a D

- (1) de A a B na figura 1 à esquerda;
- (2) de C a D na figura 1 à direita.

Dica: Use as regras do produto e da soma.