Gabarito da Prova - P2

Turma 01 – 17/05/2017

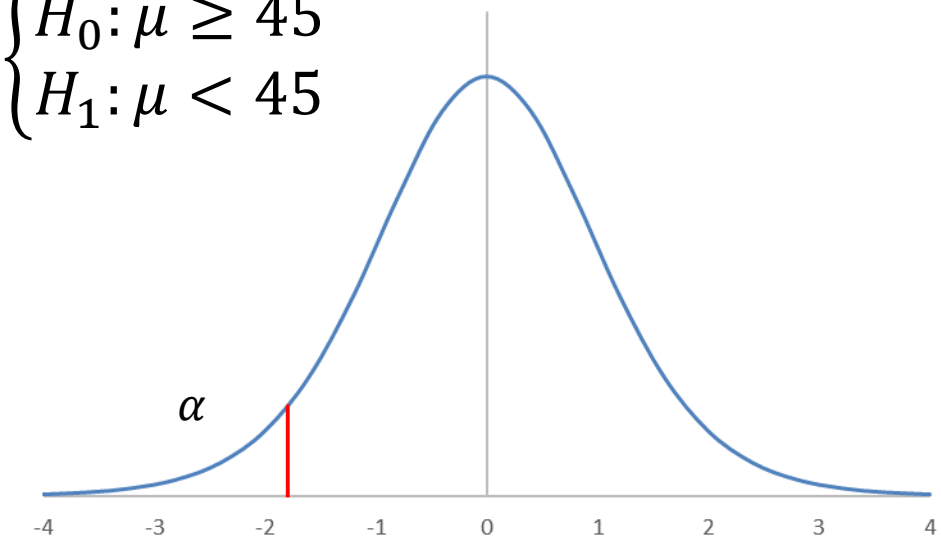
Questão 1

Considere a amostra abaixo. Ao afirmar que a média populacional é inferior a 45, qual é a probabilidade de estar cometendo um erro?

47,05	37,74	42,97
41,76	36,73	48,09
45,51	41,38	39,75
36,08	51,95	40,92

$$N = 12$$
$$\bar{x} = 42{,}49$$
$$s = 4{,}86$$

$$\begin{cases} H_0: \mu \geq 45 \\ H_1: \mu < 45 \end{cases}$$

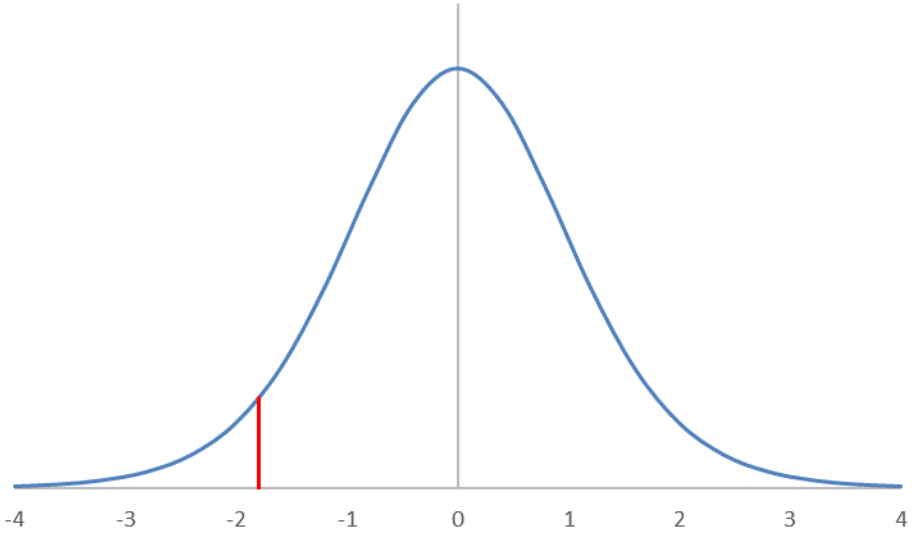


$$\begin{cases} H_0: \mu \geq 45 \\ H_1: \mu < 45 \end{cases}$$

$$N = 12$$
$$\bar{x} = 42{,}49$$
$$s = 4{,}86$$

$$\nu = N - 1 = 11$$
$$t_{Calculado} = \frac{\bar{x} - 45}{s/\sqrt{N}} = -1{,}79$$

$$\alpha = 5\%$$



ν Graus de liberdade	Função t de Student		
	α (bi-caudal)		
	20,0%	10,0%	5,0%
	α (mono-caudal)		
	10,0%	5,0%	2,5%
1	3,08	6,31	12,71
10	1,372	1,812	2,228
11	1,363	1,796	2,201
12	1,356	1,782	2,179

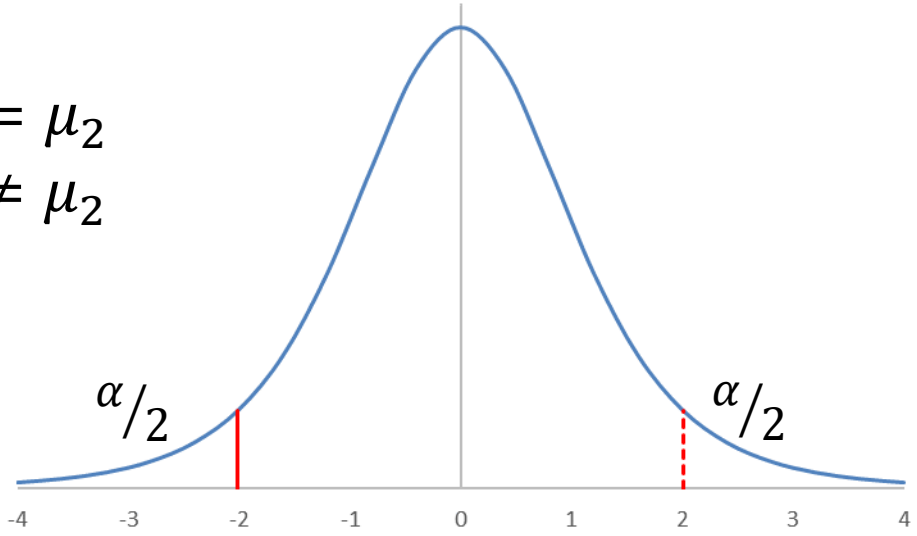
Questão 2

Para saber se a bola afeta o desempenho dos chutadores, dois tipos de bolas foram testadas por 6 cobradores de falta. Cada batedor chutou cada uma das duas bolas e a velocidade alcançada em cada um dos casos foi medida. A tabela abaixo mostra os resultados observados. Qual é a probabilidade de cometer um erro ao afirmar que a velocidade das bolas não é a mesma?

Obs	Bola 1	Bola 2
Nelinho	64,10	67,85
Pepe	56,66	61,49
Junior	62,74	61,73
Rivelino	67,68	87,18
Eder	73,12	76,85
Rob Carlos	67,75	71,63

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

Os dados estão emparelhados!!

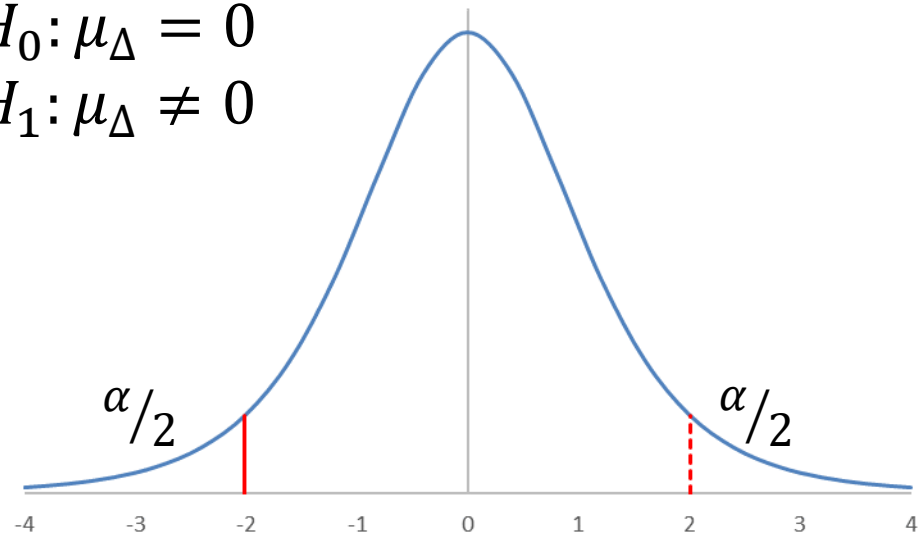


	Bola 1	Bola 2	Δ
Nelinho	64,1	67,85	-3,75
Pepe	56,66	61,49	-4,83
Junior	62,74	61,73	1,01
Rivelino	67,68	87,18	-19,50
Eder	73,12	76,85	-3,73
Rob Carlos	67,75	71,63	-3,88

$$N = 6$$
$$\bar{x} = -5{,}78$$
$$s = 7{,}03$$

$$\nu = N - 1 = 5$$
$$t_{Calculado} = \frac{\bar{x} - 0}{s/\sqrt{N}} = -2{,}01$$
$$\alpha = 10{,}1\%$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu_\Delta = 0 \\ H_1 : \mu_\Delta \neq 0 \end{cases}$$



ν Graus de liberdade	Função t de Student		
	α (bi-caudal)		
	20,0%	10,0%	5,0%
	α (mono-caudal)		
	10,0%	5,0%	2,5%
4	1,533	2,132	2,776
5	1,476	2,015	2,571
6	1,440	1,943	2,447

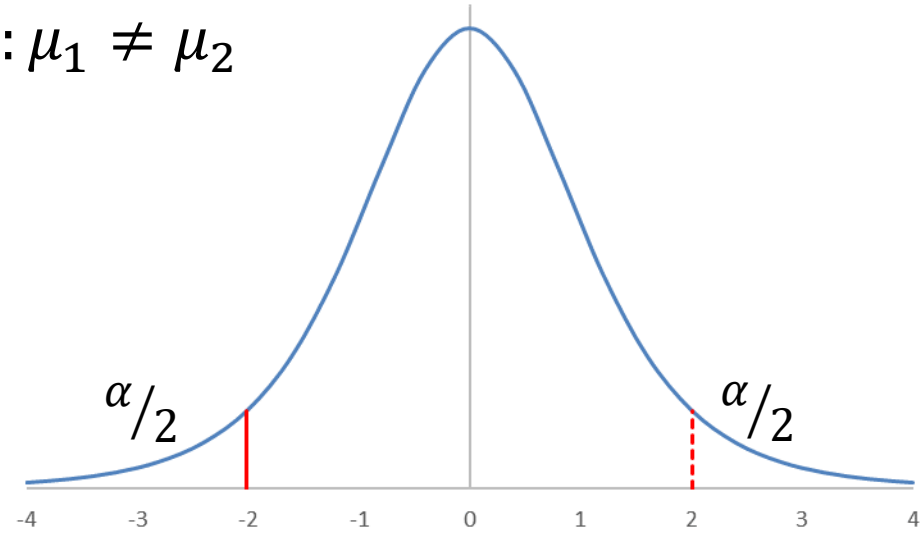
Questão 3

Considere as duas amostras abaixo. Ao nível de 5% de significância, é possível afirmar que as médias populacionais sejam diferentes?

19	13	14	14
17	24	7	16
18	16	17	12
13	21	18	20

19	14	17
14	15	14
16	18	12
16	14	12

$$\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$



Qual teste realizar?

1. **Igualdade das variâncias**
2. **Igualdade das médias**

$Amostra\ 1$

$N = 16$

$\nu = 15$

$\bar{x} = 16{,}19$

$s^2 = 16{,}43$

$s = 4{,}05$

$Amostra\ 2$

$N = 12$

$\nu = 11$

$\bar{x} = 15{,}08$

$s^2 = 4{,}81$

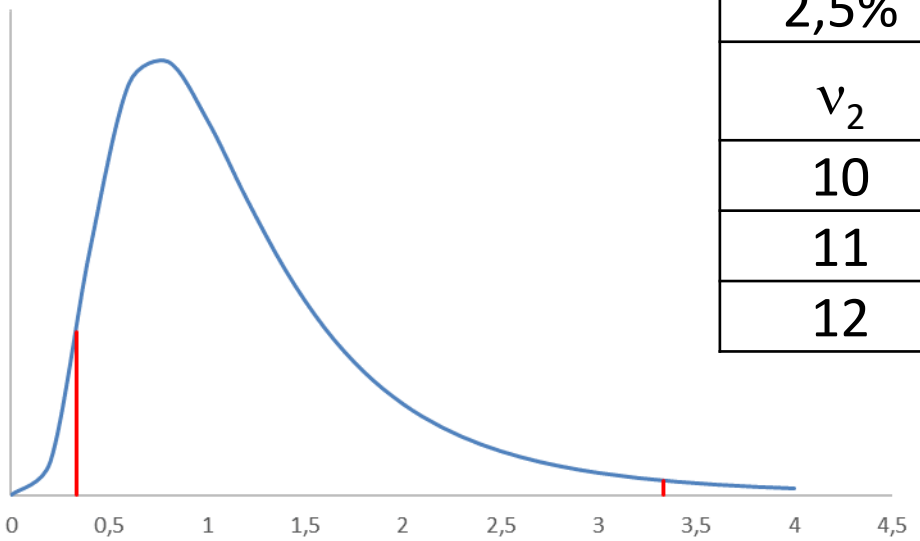
$s = 2{,}19$

$$\begin{cases} H_o: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_1^2 \end{cases}$$

$$F_{Calculado} = \frac{MÁX(s_1^2; s_1^2)}{Mín(s_1^2; s_1^2)} = 3{,}42$$

$$F_{Crítico;Inf} = ??$$

$$F_{Crítico;Sup} = 3{,}33$$



α: 2,5%	ν_1	
ν_2	10	20
10	3,72	3,42
11	3,53	3,23
12	3,37	3,07

Amostra 1

$N = 16$

$\nu = 15$

$\bar{x} = 16{,}19$

$s^2 = 16{,}43$

$s = 4{,}05$

Amostra 2

$N = 12$

$\nu = 11$

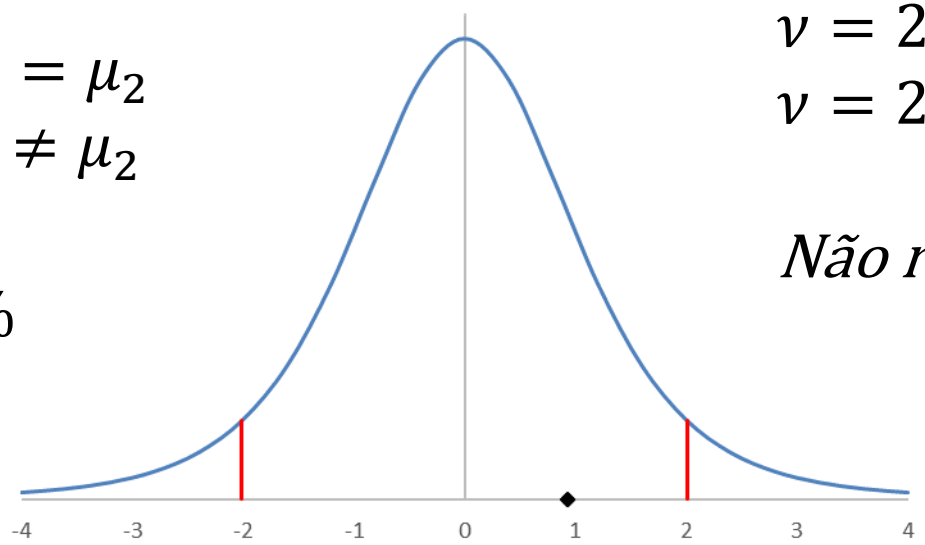
$\bar{x} = 15{,}08$

$s^2 = 4{,}81$

$s = 2{,}19$

$$\begin{cases} H_o: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

$\alpha = 5\%$



$\nu = 25 \rightarrow t_{Crítico} = \pm 2{,}060$

$\nu = 26 \rightarrow t_{Crítico} = \pm 2{,}056$

Não rejeitar H_0 – médias iguais

$$t_{Calculado} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}} = 0{,}93$$

$$\nu = \frac{(w_1 + w_2)^2}{\frac{(w_1)^2}{N_1 + 1} + \frac{(w_2)^2}{N_2 + 1}} - 2 \cong 25{,}4$$

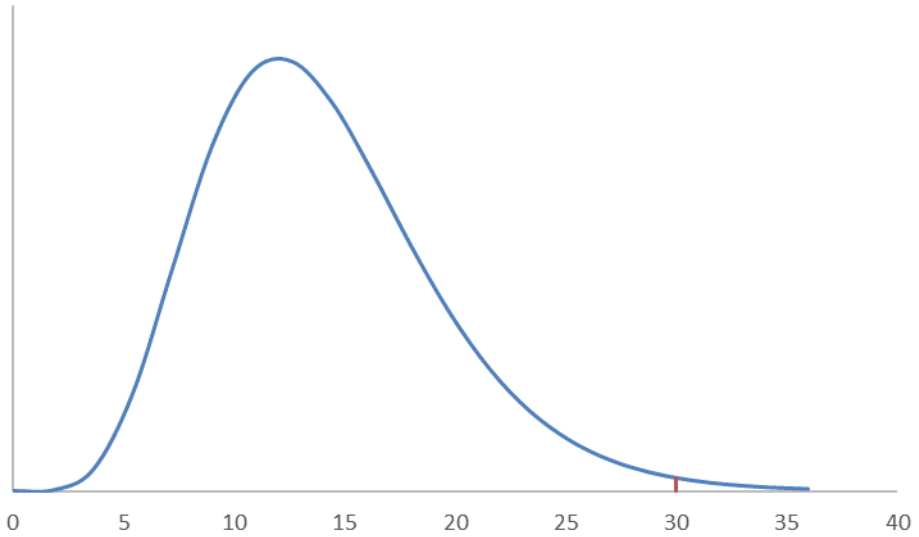
ν Graus de liberdade	Função t de Student		
	α (bi-caudal)		
	20,0%	10,0%	5,0%
	α (mono-caudal)		
	10,0%	5,0%	2,5%
25	1,316	1,708	2,060
26	1,315	1,706	2,056

Questão 4

A amostra abaixo vem de uma população com distribuição Normal. A variância populacional é superior a 20? Use um nível de significância de 2%

19	25	23
29	18	28
18	32	28
30	17	12
22	34	31

$$\begin{cases} H_0: \sigma^2 \leq 20 \\ H_1: \sigma^2 > 20 \end{cases}$$



$$\begin{cases} H_0: \sigma^2 \leq 20 \\ H_1: \sigma^2 > 20 \end{cases}$$

$N = 15$

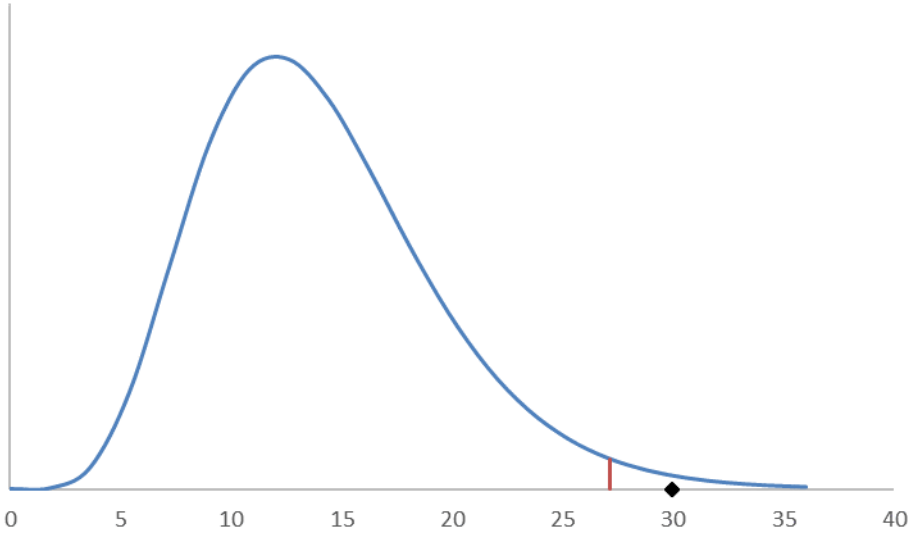
$\nu = 14$

$s^2 = 42{,}83$

$$\chi^2_{Calculado} = \frac{(N-1)s^2}{20} = 29{,}98$$

$\alpha = 2\%$

$\chi^2_{Crítico} = 27{,}13$

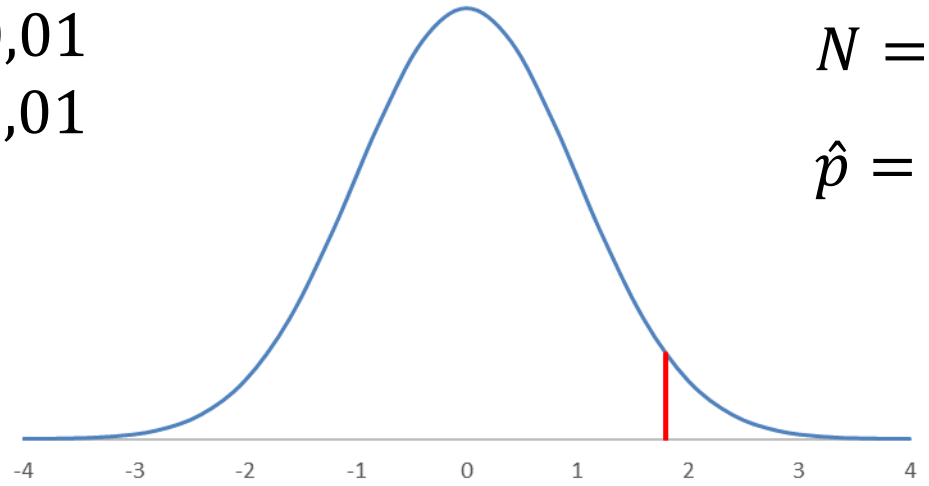


ν Graus de liberdade	α	
	0,025	0,010
13	24,74	27,69
14	26,12	29,14
15	27,49	30,58

Questão 5

O contrato de fornecimento diz que um lote com até 1,0% de peças defeituosas é aceitável. O contrato também diz que o cliente pode, para cada lote entregue, analisar uma amostra de pelo menos 20 elementos e, o número de peças fora das especificações for maior que 1, ele pode devolver o lote. Qual é a probabilidade de devolver ao fornecedor um lote de qualidade aceitável?

$$\begin{cases} H_0: p \leq 0{,}01 \\ H_1: p > 0{,}01 \end{cases}$$



$$N = 20$$

$$\hat{p} = \frac{1}{20} = 0{,}05$$

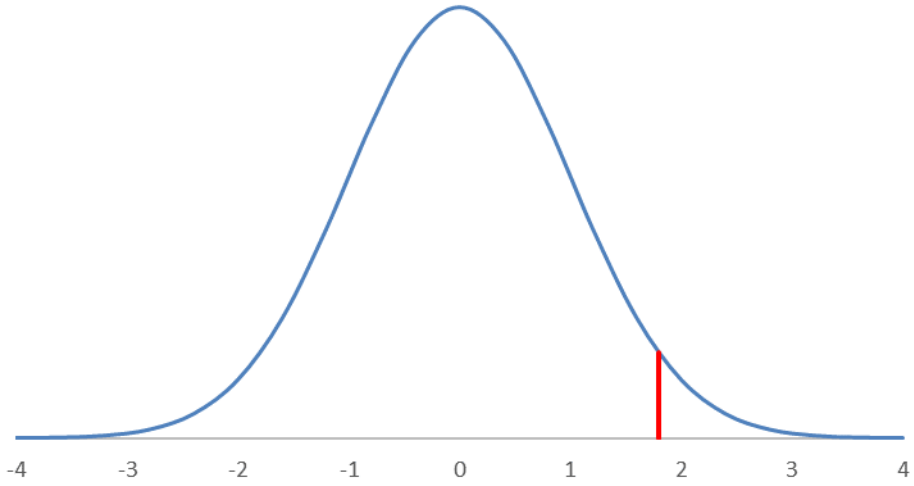
$$\begin{cases} H_0: p \leq 0{,}01 \\ H_1: p > 0{,}01 \end{cases}$$

$$N = 20$$

$$\hat{p} = \frac{1}{20} = 0{,}05$$

$$z_{Calculado} = \frac{\hat{p} - 0{,}01}{\sqrt{\frac{0{,}01(1 - 0{,}01)}{20}}} = 1{,}80$$

$$\alpha = 3{,}59\%$$



	0,00	**0,01**
1,7	0,4554	0,4564
1,8	0,4641	0,4649
1,9	0,4713	0,4719

Questão 6

Um engenheiro está avaliando quatro fornecedores de um componente. Ele pediu para que estes fornecedores enviassem um lote de 21 peças e mediu a vida de cada uma das 84 peças recebidas, conforme mostra a tabela abaixo. Ele procurou o gerente industrial e disse que a média da vida das peças varia em função do fornecedor. Qual a probabilidade dele estar errado?

Tamanho da Amostra (N_i)	21	21	21	21
Soma dos elementos da amostra (x_i)	7.389,9	6.998,0	6.729,3	7.812,6
Soma dos quadrados dos elementos da amostra	2.653.842,1	2.384.931,6	2.237.883,2	2.965.228,9
$(x_i)^2/N_i$	2.600.505,8	2.332.000,2	2.156.356,1	2.906.510,4

					Σ
Tamanho da Amostra (N_i)	21	21	21	21	84,0
Soma dos elementos da amostra (x_i)	7.389,9	6.998,0	6.729,3	7.812,6	28.929,8
Soma dos quadrados dos elementos da amostra	2.653.842,1	2.384.931,6	2.237.883,2	2.965.228,9	10.241.885,8
$(x_i)^2/N_i$	2.600.505,8	2.332.000,2	2.156.356,1	2.906.510,4	9.995.372,5

$$Soma1 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i)^2}{n_i} = 9.995.372,5$$

$$Soma2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right)^2}{N} = \frac{28.929,8^2}{84} \cong 9.963.492,0$$

$$Soma3 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{N} x_{ij} = 10.241.885,8$$

$$SQE = 31.880,5$$

$$SQR = 246.513,3$$

$$SQT = 278.393,8$$

ANOVA

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Média de Quadrados	$F_{Calculado}$	$F_{crítico}$
Entre Amostras	31.880,5	3	10.626,8	3,449	2,719
Dentro das Amostras	246.513,3	80	3.081,4		
Total	278.393,8	83			

Rejeitar H_0

Rejeitar a igualdade das médias populacionais

Questão 7

Um analista está verificando a relação entre tamanho da loja e tipo de produto vendido. A tabela abaixo mostra as vendas por tipo de produto e tamanho de loja. Ao afirmar que estas variáveis categóricas não são independentes, qual é a probabilidade de estar cometendo um erro?

Tamanho da Loja	Tipo de Produto		
	A	B	C
Grandes	68	50	50
Médias	27	32	21
Pequenas	13	30	5

$$\begin{cases} H_0: Produto\ e\ Loja\ são\ indepentes \\ H_1: Produto\ e\ Loja\ NÃO\ são\ indepentes \end{cases}$$

Observado

Lojas	Produtos A	Produtos B	Produtos C	
Grandes	68	50	50	**168**
Médias	27	32	21	**80**
Pequenas	13	30	5	**48**
	108	**112**	**76**	**296**

Esperado

Lojas	Produtos A	Produtos B	Produtos C	
Grandes	61,3	63,57	43,14	**168,01**
Médias	29,19	30,27	20,54	**80**
Pequenas	17,51	18,16	12,32	**47,99**
	108	**112**	**76**	**296**

$(O_i - E_i)^2 / E_i$

Lojas	Produtos A	Produtos B	Produtos C
Grandes	0,73	2,9	1,09
Médias	0,16	0,1	0,01
Pequenas	1,16	7,72	4,35

$$\chi^2_{Calculado} = \sum \frac{(E_i - O_i)^2}{E_i} = 18{,}22$$

$N\acute{u}m\ de\ linhas = 3$

$N\acute{u}m\ de\ colunas = 3$

$\nu = 4$

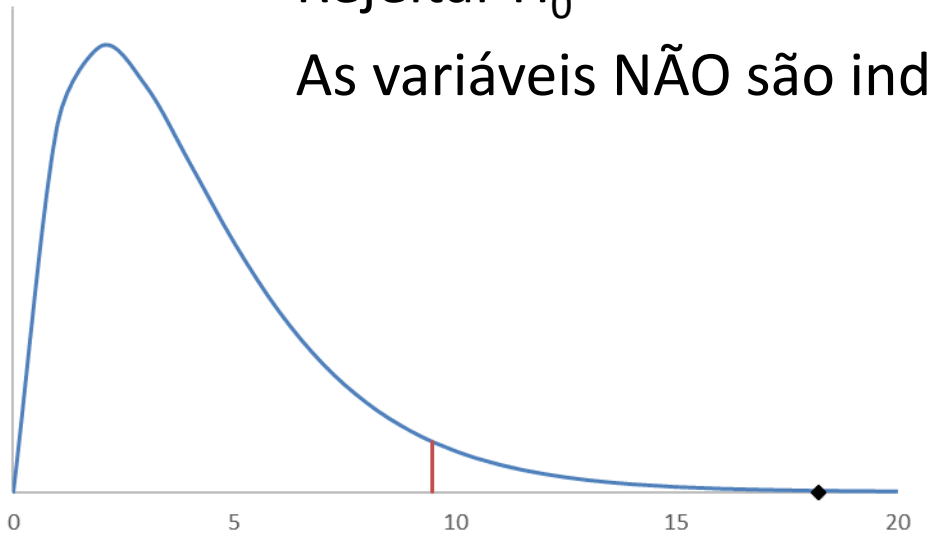
$\alpha = 5\%$

$\chi^2_{Crítico} = 9{,}49$

ν Graus de liberdade	α 0,50	0,25	0,10	0,05
3	2,37	4,11	6,25	7,81
4	3,36	5,39	7,78	9,49
5	4,35	6,63	9,24	11,07

Rejeitar H_0

As variáveis NÃO são independentes



Questão 8

É possível afirmar ao nível de 1% de significância que a variável abaixo possui distribuição Normal?

11,1	13,6
16,6	15,0
12,8	11,8
10,8	13,8
14,5	13,0

$$\begin{cases} H_0: A\ variável\ tem\ distribuição\ Normal \\ H_1: A\ variável\ \boldsymbol{NÃO}\ tem\ distribuição\ Normal \end{cases}$$

Obs	x_i	z_i	F(x)	G(x)		| F(x) - G(x) |	
				Esquerda	Direita	Esquerda	Direita
1	10,8	-1,39	0,0823	0	0,1	0,082	0,018
2	11,1	-1,22	0,1112	0,1	0,2	0,011	0,089
3	11,8	-0,83	0,2033	0,2	0,3	0,003	0,097
4	12,8	-0,28	0,3897	0,3	0,4	0,090	0,010
5	13	-0,17	0,4325	0,4	0,5	0,033	0,068
6	13,6	0,17	0,5675	0,5	0,6	0,068	0,033
7	13,8	0,28	0,6103	0,6	0,7	0,010	0,090
8	14,5	0,67	0,7486	0,7	0,8	0,049	0,051
9	15	0,94	0,8264	0,8	0,9	0,026	0,074
10	16,6	1,83	0,9664	0,9	1	0,066	0,034

N	5%	1%
9	0,4300	0,5133
10	0,4092	0,4889
11	0,3912	0,4677

$\mathrm{N} = 10$

$d_{Crítico} = 0{,}4889$

$N = 10$

$\bar{x} = 13{,}3$

$s = 1{,}8$

$d_{Calculado} = 0{,}097$

NÃO rejeitar H_0

NÃO rejeitar a Normalidade dos dados

Questão 9

Um fabricante de sapatos acredita que o número de não conformidades em seu produto tem distribuição de Poisson. Os dados observados na amostra estão na tabela abaixo. Utilizando o teste de Qui-quadrado, é possível afirmar ao nível de 5% de significância que a variável tem distribuição e Poisson?

x	Obs
0	10
1	34
2	21
3	15
4	11
5	6
6	3

$$\begin{cases} H_0: A\ variável\ tem\ distribuição\ de\ Poisson \\ H_1: A\ variável\ \boldsymbol{NÃO}\ tem\ distribuição\ Poisson \end{cases}$$

x	Obs	F(X)
0	10	11,88
1	34	25,31
2	21	26,96
3	15	19,14
4	11	10,19
5	6	4,34
6	3	1,54

x	G(X)	F(X)	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
0	10	11,88	0,3
1	34	25,31	2,98
2	21	26,96	1,32
3	15	19,14	0,9
4	11	10,19	0,06
5	9	5,88	1,66
		Σ	**7,22**

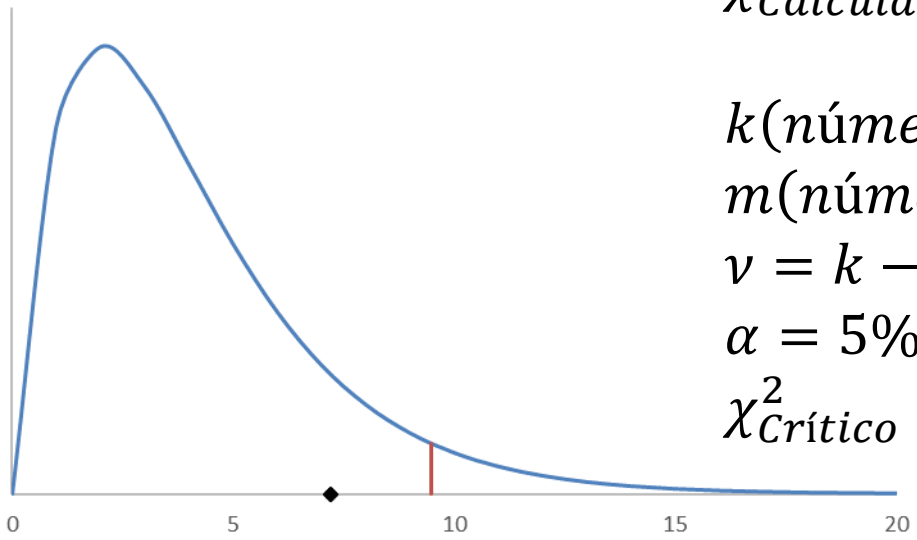
NÃO rejeitar H_0

NÃO rejeitar que a variável tem distribuição de Poisson

$$E[X] = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = 2{,}13$$

$$P(x) = \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!} = \frac{e^{-2{,}13} \times 2{,}13^x}{x!}$$

$$F(x) = 100 \times P(x)$$



$$\chi^2_{Calculado} = 7{,}22$$

$$k(\text{número de categorias}) = 6$$
$$m(\text{número de parãmetros}) = 1$$
$$\nu = k - 1 - m = 4$$
$$\alpha = 5\%$$
$$\chi^2_{Crítico} = 9{,}49$$

Questão 10

Quatro métodos de trabalho (A, B, C e D) foram usados por quatro três equipes diferentes (I, II e III). Ao nível de 5% de significância, existe diferença entre métodos ou entre equipes?

Equipes	Métodos de trabalho			
	A	B	C	D
I	39	37	28	32
II	38	28	29	37
III	47	33	28	31

Equipes (linhas): $\begin{cases} H_0: \mu_I = \mu_{II} = \mu_{III} \\ H_1: \mu_i \neq \mu_j \end{cases}$

Métodos (colunas): $\begin{cases} H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D \\ H_1: \mu_i \neq \mu_j \end{cases}$

	A	B	C	D
I	39	37	28	32
II	38	28	29	37
III	47	33	28	31

N_i	3	3	3	3	**12**
X_i	124	98	85	100	**407**
Σ Quad	5174	3242	2409	3354	**14.179**
$(x_i)^2 / N_i$	5.125,33	3.201,33	2.408,33	3.333,33	**14.068,33**

N_j	X_j	Σ Quad	$(x_j)^2 / N_j$
4	136	4.698	4.624
4	132	4.438	4.356
4	139	5.043	4.830,25
12	**407**	**14.179**	**13.810,25**

$$\left(\sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i)^2}{n} \right) = 14.068,33$$

$$\left(\sum_{j=1}^{n} \frac{(x_j)^2}{k} \right) = 13.810,25$$

$$\frac{\left(\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \right)^2}{nk} = \frac{(407)^2}{12} = 13.804,08$$

$$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (x_{ij})^2 = 14.179$$

$$SQC = \left(\sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i)^2}{n} \right) - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \right)^2}{nk} = 25.346{,}5 - 24.661{,}3 = 685{,}2$$

$$SQL = \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{(x_j)^2}{k} \right) - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \right)^2}{nk} = 24.888{,}7 - 24.661{,}3 = 227{,}3$$

$$SQT = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (x_{ij})^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \right)^2}{nk} = 25.884{,}0 - 24.661{,}3 = 1.222{,}67$$

$$SQR = SQT - SQL - SQC = 1222{,}67 - 227{,}3 - 685{,}2 = 310{,}167$$

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio	$F_{Calculado}$	$F_{Crítico}$
Entre Linhas	$SQL = \left(\sum_{j=1}^{n} \frac{(x_j)^2}{k} \right) - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \right)^2}{nk}$	$n-1$	$s_L^2 = \frac{SQL}{n-1}$	$F_L = \frac{s_L^2}{s_R^2}$	$F_{n-1;(n-1)(k-1);\alpha}$
Entre Colunas	$SQC = \left(\sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i)^2}{n} \right) - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \right)^2}{nk}$	$k-1$	$s_C^2 = \frac{SQC}{k-1}$	$F_C = \frac{s_C^2}{s_R^2}$	$F_{k-1;(n-1)(k-1);\alpha}$
Residual	$SQR = SQT - SQL - SQC$	$(n-1)(k-1)$	$s_R^2 = \frac{SQR}{(n-1)(k-1)}$		
Total	$SQT = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} (x_{ij})^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \right)^2}{nk}$	$nk-1$			

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio	$F_{Calculado}$	$F_{Crítico}$
Entre Linhas	6,17	2	3,08	0,18	5,14
Entre Colunas	264,25	3	88,08	5,06	4,76
Residual (erro)	104,50	6	17,42		
Total	374,92	11			

Não há evidência estatística, ao nível de 5% de significância, para rejeitar a igualdade entre as médias das equipes de trabalho (linhas) – NÃO rejeitar H_0

Ao nível de 5% de significância, é possível afirmar que as médias dos métodos de trabalho NÃO são iguais (colunas) – Rejeitar H_0