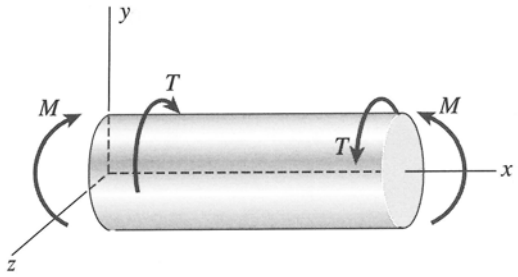
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

Q1: _____
Q2: _____
Q3: _____
Nota: _____

PME3211 – Mecânica dos Sólidos II – Prova Substitutiva – 04/12/2019
Duração: 100 minutos
Não é permitido o uso de equipamentos eletrônicos durante a prova!

Nome: _____ N.USP: _____ Turma: ___ Assinatura: _____

1ª Questão (3,5 pontos)

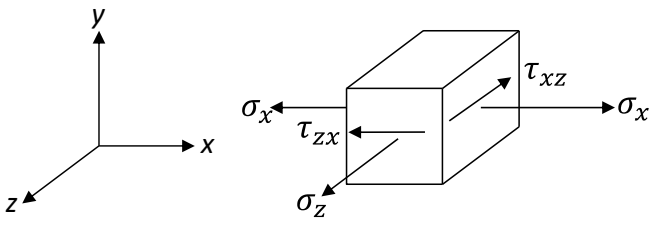


Dados:
$p = 4MPa$
$T = 128\pi\ kN.m$
$M = 32\pi\ kN.m$
$R = 40cm$
$t = 1cm$

Um vaso de pressão cilíndrico de parede fina com extremidades planas está submetido a uma pressão interna p, a um torque T e a um momento fletor M conforme a figura. O raio externo do cilindro é R e a espessura de sua parede é t. É dado o momento polar em relação ao centro da seção transversal do vaso: $I_P = 2\pi R^3 t$. O vaso é construído com um material dúctil com tensão de escoamento $\sigma_e = 270MPa$.
Pede-se determinar o fator de segurança em um ponto *P* situado na parte mais inferior da superfície externa do vaso (*y* =-*R*), distante das tampas.

Resolução:

O estado de tensão no ponto *P* pode ser representado a partir do elemento orientado



onde:

$$\sigma_x = \frac{pR}{2t} + \frac{MR}{\pi R^3 t} = (80 + 20)MPa \Rightarrow \sigma_x = 100\ MPa$$

$$\sigma_z = \frac{pR}{t} \Rightarrow \sigma_z = 160MPa$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = -\frac{TR}{2\pi R^3 t} \Rightarrow \tau_{xz} = \tau_{zx} = -40\ MPa$$

Assim, o tensor das tensões no ponto *P* pode ser representado pela matriz:

$$[T] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \Rightarrow [T] = \begin{bmatrix} 100 & 0 & -40 \\ 0 & 0 & 0 \\ -40 & 0 & 160 \end{bmatrix}$$

(1,5)

As tensões principais no ponto *P* são:

$$\sigma_1 = 180MPa$$
$$\sigma_2 = 80MPa$$
$$\sigma_3 = 0$$

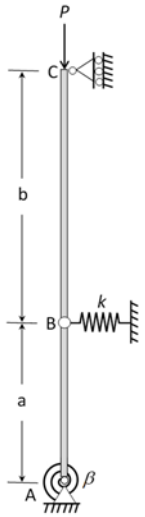
(1,0)

Como o material é dúctil, pode ser usado o critério de Tresca:

$$FS = \frac{\sigma_e}{\sigma_1 - \sigma_3} \Rightarrow 1{,}5$$

(1,0)

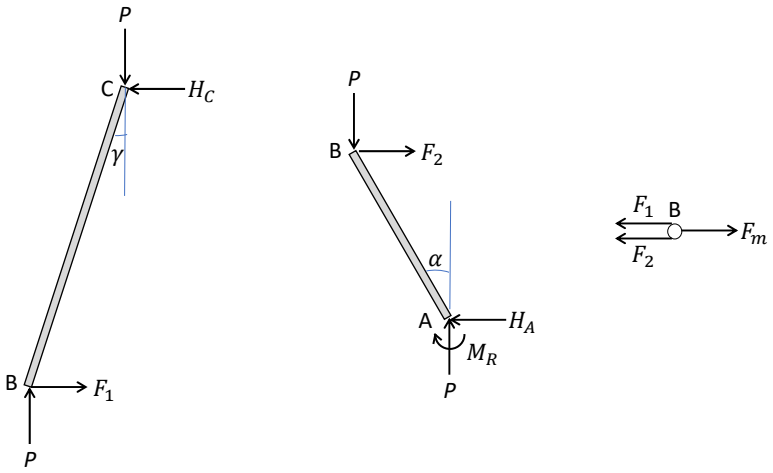
2ª Questão (3,0 pontos)



A figura mostra uma estrutura idealizada formada por duas barras infinitamente rígidas, AB e BC, conectadas em B por uma articulação. A estrutura está vinculada em A por uma articulação ligada a uma mola rotacional linear de constante elástica β e em C, por um apoio simples. À articulação B está conectada uma mola translacional linear de constante elástica *k*. A estrutura está submetida a uma força vertical *P*. Pede-se determinar o valor crítico de *P*.

Resolução:

Para calcular a carga crítica é necessário estudar o equilíbrio da estrutura na posição deformada com seus componentes separados. Assim pode-se montar o seguinte *DCL*:



(1,0)

O próximo passo é montar equações de equilíbrio para os três componentes. Como se deseja apenas obter a carga crítica, essas equações podem ser linearizadas:

i) Equilíbrio de momentos para a barra *AB*:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow Pa\alpha - F_2 a = M_R = \beta\alpha$$

ii) Equilíbrio de momentos para a barra *BC*:

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow P\gamma - F_1 = 0$$

iii) Equilíbrio de forças para o nó *B*:

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 = ka\alpha = kb\gamma$$

(1,0)

De i, ii e iii:

$$[Pa(a+b) - b(ka^2 + \beta)]\alpha = 0$$

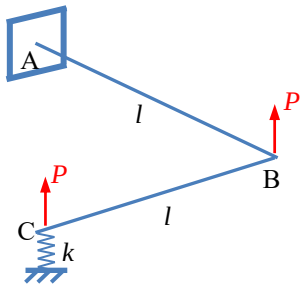
A carga crítica é o valor de *P*, para o qual existe uma solução não trivial ($\alpha \neq 0$), ou seja,

$$P_{cr} = \frac{b(ka^2 + \beta)}{a(a+b)}$$

(1,0)

3ª Questão (3,5 pontos)

A estrutura ABC indicada na figura abaixo é formada por duas barras cujos eixos centrais são ortogonais entre si e dispostos em um mesmo plano horizontal. As barras possuem mesmo comprimento l e mesma seção transversal. A extremidade A está engastada e a extremidade C está conectada a uma mola de constante k que, na configuração de referência, encontra-se descarregada. Considerando a aplicação de duas forças de intensidade *P* nos pontos B e C, pede-se:



a) Os diagramas finais de esforços solicitantes na estrutura ABC;

b) O deslocamento vertical do ponto B.

Dados:

$$GJ = \frac{4}{5}EI, \qquad k = \frac{EI}{l^3}$$