Q1: __________

Q2: __________

Q3: __________

Nota: ________

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

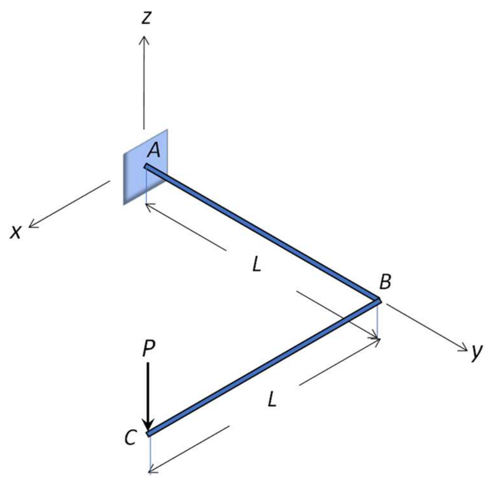
PME3211 – Mecânica dos Sólidos II – 2ª Prova – 16/10/2019

Duração: 100 minutos

Não é permitido o uso de equipamentos eletrônicos durante a prova!

Nome: ____________________________________ N.USP: _________ Turma:___ Assinatura: __________________

1ª Questão (3,0 pontos)

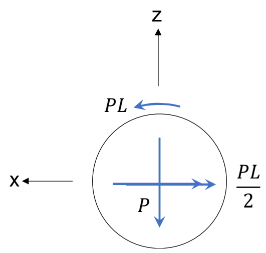


A viga *ABC* da figura está contida em um plano horizontal. Ela é formada por um arame com seção circular de raio *R*, dobrado em ângulo de 90°, e está engastada no ponto *A*. A viga está submetida apenas à força vertical *P* aplicada ao ponto *C*. Pede-se determinar a matriz [E] que representa o tensor das pequenas deformações no ponto de coordenadas (0, L/2, R) orientada pelo sistema de eixos indicado.

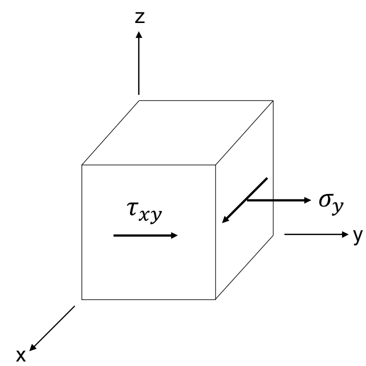
São dados o módulo de elasticidade *E*, o módulo de cisalhamento *G* e o coeficiente de Poisson ν.

Solução:

Os esforços que solicitam a seção transversal que contém o ponto de coordenadas (0, L/2, 0) são:



Assim, o estado de tensões no ponto de coordenadas (0, L/2, 0) pode ser representado pelo elemento orientado:



onde:

$$\sigma_y = \frac{M}{I}R = \frac{2PL}{\pi R^3}$$

e

$$\tau_{xy} = \frac{T}{I_P} R = \frac{2PL}{\pi R^3}$$

(1,0)

Da Lei de Hooke:

$$\varepsilon_x = -\frac{\nu}{E}\sigma_y = -\frac{\nu}{E}\frac{2PL}{\pi R^3}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\sigma_y = \frac{1}{E}\frac{2PL}{\pi R^3}$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}\sigma_y = -\frac{\nu}{E}\frac{2PL}{\pi R^3}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{1}{G}\frac{2PL}{\pi R^3}$$

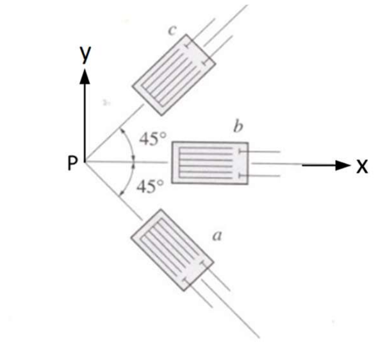
$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

Assim, a matriz [E] que representa o tensor das pequenas deformações é:

$$[E] = \begin{bmatrix} -\frac{2\nu}{E} & \frac{1}{G} & 0 \\ \frac{1}{G} & \frac{2\nu}{E} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2\nu}{E} \end{bmatrix} \frac{PL}{\pi R^3}$$

(2,0)

2ª Questão (3,5 pontos)



A roseta da figura está colada a um ponto P da superfície de um corpo submetido a um certo carregamento. As leituras dos seus extensômetros são $\varepsilon_a = 150\mu$, $\varepsilon_b = 100\mu$ e $\varepsilon_c = 150\mu$. Sabendo que o corpo é feito de um material dúctil, pede-se determinar qual é o fator de segurança no ponto em que está colada a roseta, para o carregamento aplicado.

São dados, para o material do corpo:
- módulo de elasticidade: $E = 300GPa$;
- coeficiente de Poisson: $\nu = 0{,}5$;
- tensão de escoamento: $\sigma_e = 200MPa$

Solução:

Como:

$$\varepsilon = T[\vec{n}]\vec{n}$$

a leitura de um extensômetro colocado em um ângulo θ com o eixo *x* pode ser escrita em função das componentes de deformação na forma:

$$\varepsilon(\theta) = \varepsilon_x \cos^2\theta + \varepsilon_y \operatorname{sen}^2\theta + \gamma_{xy} \operatorname{sen}\theta\cos\theta$$

a partir das leituras dos extensômetros podem-se calcular essas componentes:

$$\varepsilon_x = 100\mu$$

$$\varepsilon_y = 200\mu$$

$$\gamma_{xy} = 0$$

(1,0)

Como $\sigma_z = 0$, da Lei de Hooke:

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) = 80MPa$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) = 100MPa$$

(1,0)

Como $\tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$, as tensões principais são:

$$\sigma_1 = 100MPa$$

$$\sigma_2 = 80MPa$$

$$\sigma_3 = 0$$

(0,5)

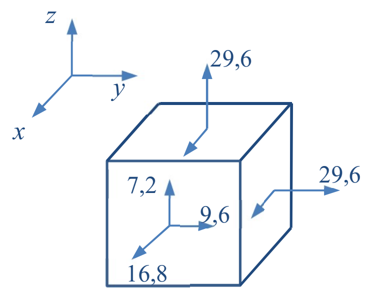
Como o material é dúctil, pode ser usado o Critério de Tresca:

$$FS = \frac{\sigma_e}{\sigma_1 - \sigma_3} = 2$$

(1,0)

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

3ª Questão (3,5 pontos)



(Tensões em MPa)

Na figura ao lado está representado o estado de tensões em um dado ponto de um sólido deformável. Admitindo que o material seja isótropo e possua comportamento elástico-linear, determine:

a) O tensor das pequenas deformações no ponto;
b) A máxima distorção e o máximo alongamento possíveis de serem obtidos neste ponto;
c) Se existe uma fibra passando pelo ponto dado que tenha um alongamento ε = 120 μ e que não possua distorção com nenhuma outra direção inicialmente ortogonal a sua. Se existir tal fibra, indique sua direção, justificando a resposta.

São dados: $E = 200\ GPa; \quad \nu = 0{,}25.$

<u>Solução:</u>

a) O tensor das deformações no ponto é dado por:

$$[E]_b = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy}/2 & \gamma_{xz}/2 \\ \gamma_{xy}/2 & \varepsilon_y & \gamma_{yz}/2 \\ \gamma_{xz}/2 & \gamma_{yz}/2 & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Onde as componentes do tensor são obtidas a partir da Lei de Hooke generalizada:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)\right] = \frac{1}{2.10^5}[16{,}8 - 0{,}25.(29{,}6 + 29{,}6)] = 10\mu$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)\right] = \frac{1}{2.10^5}[29{,}6 - 0{,}25.(16{,}8 + 29{,}6)] = 90\mu$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)\right] = \frac{1}{2.10^5}[29{,}6 - 0{,}25.(16{,}8 + 29{,}6)] = 90\mu$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xy} = \frac{2(1{,}25)}{2.10^5}.9{,}6 = 120\mu$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{xz} = \frac{2(1{,}25)}{2.10^5}.7{,}2 = 90\mu$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E}\tau_{yz} = \frac{2(1{,}25)}{2.10^5}.0 = 0$$

Logo:

(2,0 pts)

$$[E]_b = \begin{bmatrix} 10 & 60 & 45 \\ 60 & 90 & 0 \\ 45 & 0 & 90 \end{bmatrix} \quad (\mu)$$

b) Para o cálculo do máximo alongamento e da máxima distorção, precisamos determinar os alongamentos principais:

$$det \begin{bmatrix} 10-\varepsilon & 60 & 45 \\ 60 & 90-\varepsilon & 0 \\ 45 & 0 & 90-\varepsilon \end{bmatrix} = 0$$

Que leva à seguinte equação característica:

$$(90-\varepsilon).(\varepsilon^2 - 100\varepsilon - 4725) = 0$$

Cujas raízes são:

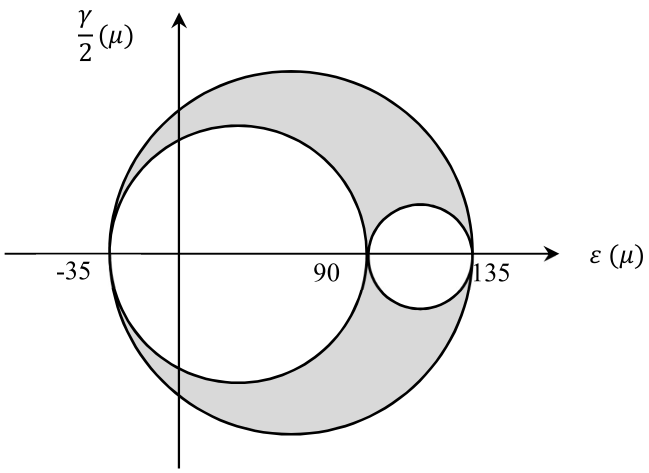
$$\varepsilon_1 = 135\mu \qquad \varepsilon_2 = 90\mu \qquad \varepsilon_3 = -35\mu$$

Assim, o maior alongamento possível (tanto em valor algébrico quanto em valor absoluto) é $\varepsilon_1 = 135\mu$.
E a maior distorção possível entre pares de fibras que passam pelo ponto é: $\gamma_{máx} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = 170\mu$

(1,0 pto)

c) Se existisse tal fibra, sua direção seria a de uma das direções principais de deformação (uma vez que, pelo enunciado, não pode haver distorção entre a fibra dada e qualquer outra que seja ortogonal a ela). Ou seja, o alongamento da fibra deveria ser um alongamento principal. Contudo, como nenhum dos três alongamentos principais coincide com o valor dado de 120μ, concluímos que não existe nenhuma fibra que passa pelo ponto e que satisfaça as duas condições dadas.

(0,5 pto)



Complementarmente, pode-se observar, pelos círculos de Mohr das deformações, que o par ordenado $(\varepsilon, \gamma/2) = (120\mu, 0)$ está situado <u>fora da região delimitada</u> pelos três círculos de Mohr, o que significa que não existe fibra que passa pelo ponto e tenha um alongamento de 120μ e distorção nula com as demais fibras.