PME3298 – Fenômenos de Transporte
1º semestre / 2019 – Prof. Dr. Bruno Souza Carmo

Gabarito Prova de Recuperação

1ª Questão (3,5 pontos)

(a) Aplicando a equação de Bernoulli no jato livre até o ponto de estagnação no Pitot, considerando pressão relativa:

$$\cancel{p_1} + \frac{1}{2}\rho_a V_1^2 + \cancel{\rho_a g z_1} = p_2 + \frac{1}{2}\rho_a \cancel{V_2}^2 + \cancel{\rho_a g z_2} \quad \Rightarrow \quad V_1 = \sqrt{\frac{2p_2}{\rho_a}}$$

A pressão p_2 pode ser lida do manômetro, aplicando a Lei de Stevin, $p_2 = \rho_w g h$. $\boxed{\textbf{0,3 pt}}$

Substituindo na equação de Bernoulli:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2\rho_w g h}{\rho_a}} = \sqrt{\frac{2 \times 998 \times 9{,}8 \times 0{,}18}{1{,}2}} = 54{,}17\,\mathrm{m/s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

A vazão mássica é dada por:

$$\dot{m} = \rho_a V_1 A_j = 1{,}2 \times 54{,}17 \times \frac{\pi \times 0{,}05^2}{4} = 0{,}1276\,\mathrm{kg/s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

(b) Vamos aplicar a equação da quantidade de movimento, usando como volume de controle o jato sendo defletido na palheta. Chamaremos a velocidade do jato de V_j (a mesma V_1 do item anterior) e o diâmetro do jato de V_j. Na direção x, a equação da quantidade de movimento é:

$$F_x = \rho_a(-V_j^2 - V_j^2 \cos 30°)A_j = -\rho_a \frac{\pi D_j^2}{4} V_j^2 (1 + \cos 30°)$$

$$F_x = -1{,}2 \times \frac{\pi \times 0{,}05^2}{4} \times 54{,}17^2 \times (1 + \cos 30°) = -12{,}90\,\mathrm{N} \quad \boxed{\textbf{0,6 pt}}$$

A equação da quantidade de movimento na direção y é:

$$F_y = \rho_a \frac{\pi D_j^2}{4}(-V_j^2 \operatorname{sen} 30°) = -1{,}2 \times \frac{\pi \times 0{,}05^2}{4} \times 54{,}17^2 \times \operatorname{sen} 30° = -3{,}46\,\mathrm{N} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Essas são as componentes da força que a palheta aplica no jato. Pela terceira lei de Newton, a força que o jato aplica na palheta tem mesmo módulo e direção, mas sentido oposto. Portanto, esta força é:

$$\vec{F}_j = 12{,}90\hat{\imath} + 3{,}46\hat{\jmath}\,\mathrm{N} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

(c) Para achar a força horizontal necessária para manter o bocal no lugar, precisamos aplicar a equação da quantidade de movimento na direção x usando o bocal como volume de controle. Indicando as grandezas referentes ao tubo a montante com o índice t, temos:

$$F_x = -p_t A_t + \rho_a(-V_t^2 A_t + V_j^2 A_j) = -p_t \frac{\pi D_t^2}{4} + \rho_a \frac{\pi}{4}\left(-V_t^2 D_t^2 + V_j^2 D_j^2\right)$$

Portanto, precisamos antes determinar os valores de p_t e V_t.

O valor de V_t pode ser encontrado aplicando a equação da continuidade neste escoamento permanente e incompressível:

$$V_t A_t = V_j A_j \quad \Rightarrow \quad V_t = V_j \left(\frac{D_j^2}{D_t^2} \right) = 54{,}17 \times \left(\frac{0{,}05^2}{0{,}1^2} \right) = 13{,}54\,\mathrm{m/s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

O valor de p_t pode ser encontrado aplicando a equação de Bernoulli ao longo de uma linha de corrente que vai da entrada até a saída do bocal:

$$p_t + \frac{\rho_a V_t^2}{2} + \cancel{\rho_a g z_t} = \cancel{p_j} + \frac{\rho_a V_j^2}{2} + \cancel{\rho_a g z_j} \quad \Rightarrow \quad p_t = \frac{\rho_a \left(V_j^2 - V_t^2 \right)}{2}$$

$$p_t = \frac{1{,}2 \times (54{,}17^2 - 13{,}54^2)}{2} = 1651\,\mathrm{Pa} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Substituindo agora na equação da quantidade de movimento:

$$F_x = -1651 \times \frac{\pi \times 0{,}1^2}{4} + 1{,}2 \times \frac{\pi}{4} \times \left(-13{,}54^2 \times 0{,}1^2 + 54{,}17^2 \times 0{,}05^2 \right) = -7{,}78\,\mathrm{N} \quad \boxed{\textbf{0,9 pt}}$$

2ª Questão (3,0 pontos)

Para calcular a potência consumida pela bomba, precisamos da vazão. Trata-se de um problema do tipo II, que precisa ser resolvido usando um procedimento iterativo.

Aplicando a equação da energia entre os dois reservatórios, considerados de grandes dimensões, indicando o reservatório de montante com o índice 1 e o reservatório de jusante com o índice 2, chamando a carga da bomba de h_b e adotando o nível do reservatório 1 como o plano horizontal de referência, obtemos:

$$\left(\cancel{\frac{p_1}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g}} + \cancel{z_1}\right) \left(\cancel{\frac{p_2}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g}} + z_2\right) + h_b = h_{L_t}$$

$$-z_2 + h_b = f\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} + (K_{L_{\text{ent}}} + K_{L_{\text{val}}} + 4K_{L_{\text{curva}}} + K_{L_{\text{saída}}})\frac{\bar{V}^2}{2g} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

Isolando a velocidade:

$$\bar{V} = \sqrt{\frac{2g(-z_2 + h_b)}{f\frac{L}{D} + \sum K_L}} = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}8 \times (-60 + 76)}{2 \times \frac{175}{0{,}25} + (0{,}8 + 5 + 4 \times 1{,}5 + 1)}} = \sqrt{\frac{313{,}6}{700f + 12{,}8}} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

Calcularemos o fator de atrito usando o diagrama de Moody ou a equação de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right) \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

onde

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0{,}05}{250} = 2 \times 10^{-4} \qquad Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{0{,}25\bar{V}}{10^{-6}} = 250000\bar{V}$$

Iniciaremos as iterações adotando o valor do fator de atrito do regime completamente rugoso ($Re \to \infty$):

$$f_{cr} = \left[-2{,}0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7}\right)\right]^{-2} = 0{,}0137$$

i	f_i	$\bar{V}$ (m/s)	Re	f_{i+1}
0	0,0137	3,742	$9{,}356 \times 10^5$	0,0147
1	0,0147	3,685	$9{,}213 \times 10^5$	0,0148
2	0,0148	3,680	$9{,}199 \times 10^5$	0,0148

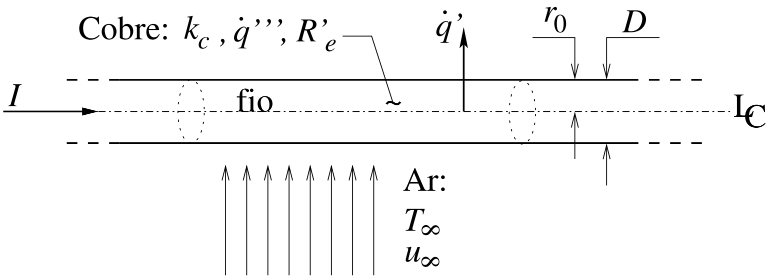
$\boxed{\textbf{0,5 pt}}$

$$Q = \bar{V}A = 3{,}680 \times \frac{\pi 0{,}25^2}{4} = 0{,}181\,\text{m}^3/\text{s} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

$$\dot{W}_c = \frac{\rho g Q h_b}{\eta} = \frac{998 \times 9{,}8 \times 0{,}181 \times 76}{0{,}85} = 158{,}2\,\text{kW} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

3ª Questão (3,5 pontos)

A figura abaixo apresenta um desenho esquematizado do fio de cobre, escoamento de ar transversal e principais variáveis envolvidas.



Hipóteses: condições de regime permanente e condução unidimensional com geração de energia.

(a) A taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do fio, q' vale:

$$q' = \overline{h}\pi D(T_s - T_\infty) = I^2 R'_e$$

onde $\overline{h}$ é o coeficiente de transferência de calor por convecção médio; D é o diâmetro do fio; T_s é a temperatura superficial do fio; T_∞ é a temperatura do ar ao redor do fio na região não perturbada; I é a corrente elétrica no fio; e R'_e é a resitência do fio por metro de comprimento.

Assumindo $T_f \approx 300\,\mathrm{K}$, da tabela de propriedades físicas do ar: $\nu = 15{,}89 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2/s}$; $k = 0{,}0263\,\mathrm{W/(m \cdot K)}$; e $Pr = 0{,}707$. $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

O número de Reynolds do escoamento transversal ao fio, Re_D, vale:

$$Re_D = \frac{u_\infty D}{\nu} = \frac{7{,}5 \times 0{,}01}{15{,}89 \times 10^{-6}} = 4720 \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

E o número de Nusselt médio baseado no diâmetro do fio vale:

$$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0{,}4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \cdot \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} = 35{,}7 \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

Assim,

$$\overline{h} = \frac{\overline{Nu}_D k}{D} = \frac{35{,}7 \times 0{,}0263}{0{,}01} = 93{,}9\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

Voltando à equação para a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento:

$$T_s = T_\infty + \frac{I^2 R'_e}{\overline{h}\pi D} = 10 + \frac{1000^2 \times 10^{-4}}{93{,}9 \times \pi \times 0{,}01} = 43{,}90\,^\circ\mathrm{C} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

Como $(T_s + T_\infty)/2 + 273 = (43{,}9 + 10)/2 + 273 = 299{,}95$ K $\cong T_f = 300$ K, segue-se que não é necessário reiterar os cálculos e a resposta é praticamente a obtida para T_s. $\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

(b) Equação do calor para condução com geração no fio: $\dfrac{1}{r}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right) + \dfrac{q'''}{k_c} = 0$

Solução geral: $T(r) = -\dfrac{q'''}{4k_c}r^2 + C_1 \ln r + C_2$

Condições de contorno:

$$\left.\begin{aligned} &\bullet \text{ Simetria: } \left.\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right|_{r=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0 \\ &\bullet\ T(r_o) = T_s \quad \Rightarrow \quad C_2 = T_s + \frac{q'''}{4k_c} r_o^2 \end{aligned}\right\} \quad T(r) = \frac{q'''}{4k_c}\left(r_o^2 - r^2\right) + T_s \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

A taxa volumétrica de geração de energia, q''', é dada por:

$$q''' = \frac{q'}{A_c} = \frac{I^2 R_e'}{\pi r_0^2} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

Substituindo este resultado na equação para a distribuição de temperatura radial para a posição $r = 0$ (linha de centro), resulta:

$$T(r=0) = T_s + \frac{I^2 R_e'}{4\pi k_c} = 43{,}9 + \frac{1000^2 \times 10^{-4}}{4 \times \pi \times 400} = 43{,}92\,^\circ\mathrm{C} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

(c) Os valores de T_s e $T(r=0)$ são praticamente os mesmos. Isto ocorre por três motivos:

1. A resistência elétrica do fio é baixa;
2. O raio do fio não é grande;
3. A condutividade térmica do cobre é elevada.

Assim, o fio de cobre, nestas condições, pode ser considerado isotérmico. $\boxed{\textbf{0,5 pt}}$