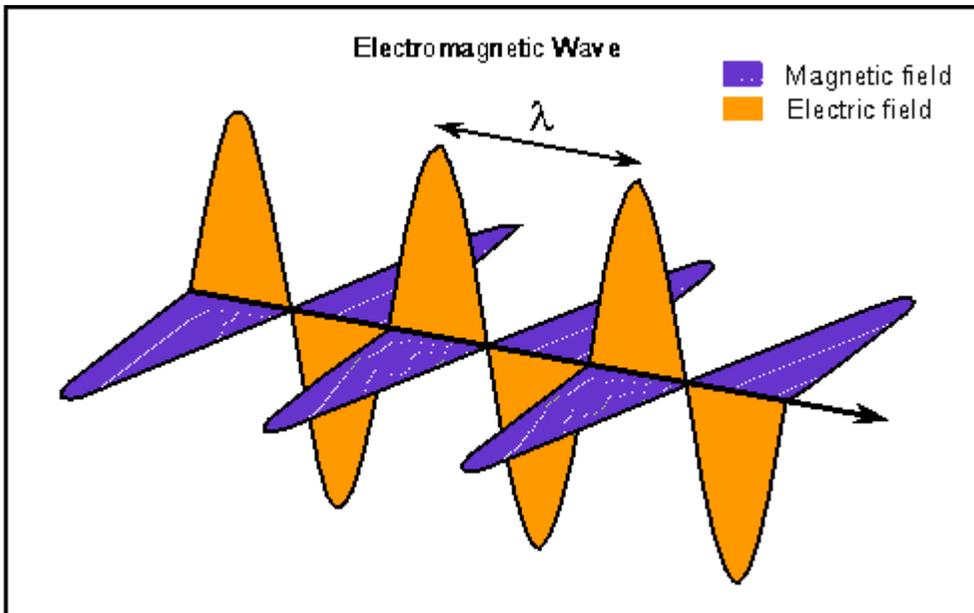


# Polarização

Revista em 2017 semestre 2



## Introdução

Os fenômenos de difração e interferência deram apoio às idéias da teoria ondulatória no início do século **XIX**. Essa teoria estabelece que a luz é uma onda eletromagnética. Porém, os fenômenos de difração e interferência ocorrem tanto para ondas transversais, quanto longitudinais, como ondas sonoras. Foi a descoberta da polarização que decidiu em favor da idéia de que a luz pode, de fato, ser representada por ondas eletromagnéticas transversais.

Os conceitos básicos sobre polarização são apresentados em vários livros, entre os quais indicamos **Optica** de E. Hecht, **capítulo 8**, **Waves - Berkeley**, **capítulo 8** e na **aula 14** de **Física 4 - Notas de Aula** de M.J.Bechara et al. Nesta apostila vamos tentar resumir os principais conceitos e resultados para facilitar o entendimento da experiência proposta.

Não vamos nos preocupar com a descrição quântica da radiação eletromagnética porque para as experiências que pretendemos realizar a descrição clássica baseada na teoria de **Maxwell** funciona muito bem.

# Índice

Introdução	<b>Página 1</b>
Radiação Eletromagnética	<b>Página 4</b>
Objetivos desta experiência	<b>Página 9</b>
Polarização por Dicroísmo	<b>Página 12</b>
Lei de Malus	<b>Página 13</b>
Polarizadores de Grade	<b>Página 16</b>
Polarização por Reflexão	<b>Página 18</b>
Coeficientes de Reflexão	<b>Página 24</b>
Birrefringência	<b>Página 27</b>
Placas de Onda	<b>Página 28</b>
Atividade Óptica	<b>Página 35</b>
Procedimento Experimental	<b>Página 37</b>
Procedimento para verificação das características do laser He-Ne	<b>Página 39</b>
Procedimento para verificação da Lei de Malus	<b>Página 41</b>
Procedimento para verificação da Lei de Brewster	<b>Página 44</b>
Procedimento para Medida dos Coeficientes de Reflexão	<b>Página 46</b>

Procedimento para o estudo da Birrefringência  
Placas de  $\frac{1}{4}$  de onda

**Página 48**

Procedimento para o estudo da Birrefringência  
Placas de  $\frac{1}{2}$  onda

**Página 50**

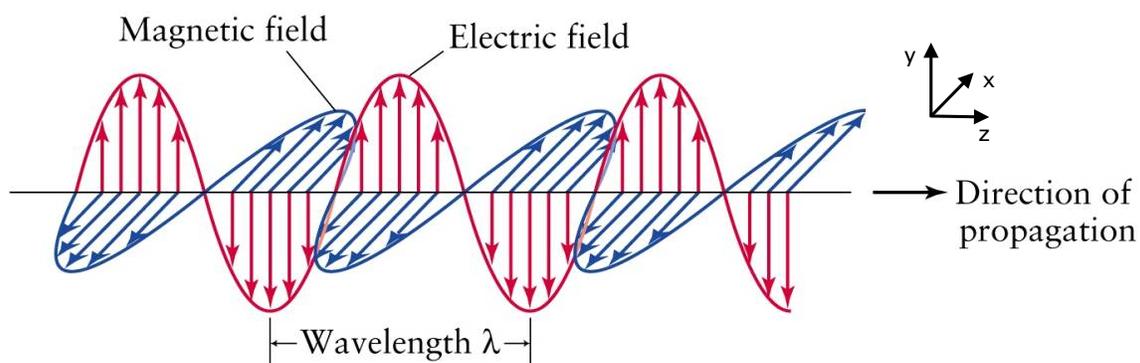
Procedimento para o estudo da Birrefringência  
Atividade Óptica em Solução de Açúcar

**Página 52**

# Radiação Eletromagnética

De acordo com essa teoria a radiação eletromagnética é considerada como uma onda transversal composta de um campo elétrico e um campo magnético, oscilantes no tempo, perpendiculares entre si e à direção de propagação. De fato, o campo elétrico oscilante no tempo gera o campo magnético. Na verdade os campos elétrico  $\mathbf{E}$  e magnético  $\mathbf{B}$ , são dois aspectos de um único fenômeno que é o campo eletromagnético. Daqui por diante, podemos, por simplicidade nos referir somente ao campo elétrico, porque sabendo as leis que governam esse campo, sabemos também as leis que governam o campo magnético associado.

Como o campo elétrico da radiação eletromagnética é um campo transversal, para especificar a onda ponto a ponto, é necessário especificar a direção de  $\mathbf{E}$  em cada instante. Essa descrição corresponde à polarização da luz. No caso da luz linearmente polarizada, ou polarizada no plano, isso significa que a orientação do campo elétrico é sempre constante, embora sua magnitude e seu sinal variem no tempo, como pode ser visto na **figura 3.1** a seguir.



**Figura 3.1: Campos eletromagnéticos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  para radiação luminosa linearmente polarizada.**

A polarização linear é o estado mais simples de polarização da luz e ocorre quando o campo elétrico é sempre paralelo a um plano definido, chamado plano de polarização da onda. A onda representada na **figura 3.1** é uma onda **plano-polarizada** ou **onda linearmente polarizada** no plano-**xy**. O campo elétrico pode ser escrito como:

$$E(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{j} \quad (3.1)$$

onde **j** é o versor da direção **y**,  $\omega$  é a frequência angular e **k** é o número de onda, uma constante dada em função do comprimento de onda  $\lambda$ :

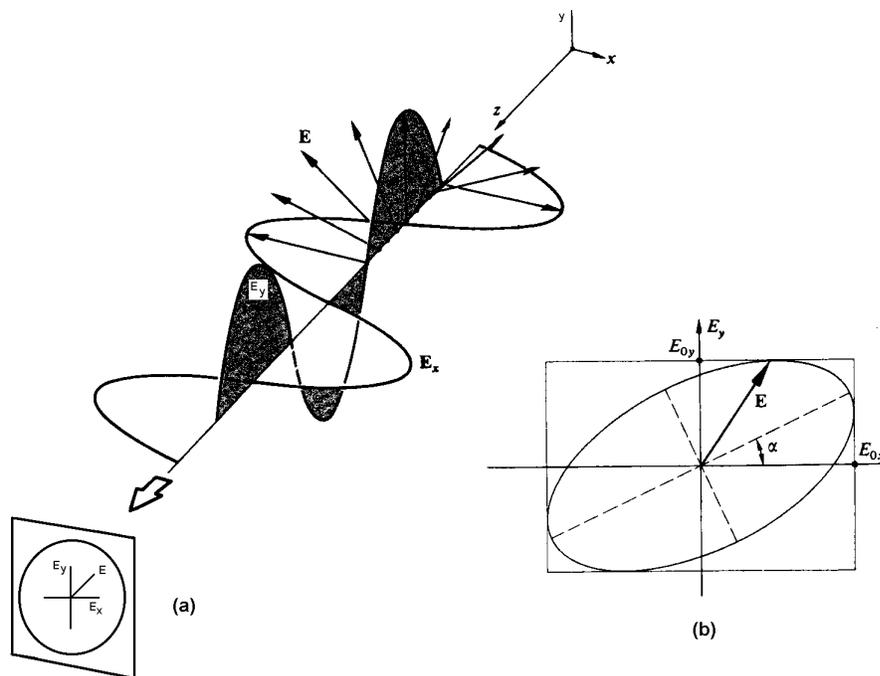
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (3.2)$$

Como pode ser visto, numa dada posição (**z = constante**), o campo elétrico realiza uma oscilação harmônica na frequência angular  $\omega$ . Num dado instante (**t = constante**), o campo elétrico varia harmonicamente com a posição **x**. Há três características de uma onda transversal ideal embutidas na **equação 1.1**:

- 1) o parâmetro **E<sub>0</sub>** indica que a amplitude do campo elétrico é constante, independente de **x** ou **y**, ou seja, a onda é plana;
- 2) o **versor j** garante que o campo **E** esteja só no plano **y**, ou seja, polarizada neste sentido;
- 3) **k** é uma constante, ou seja, a onda é monocromática.

A onda é chamada **circularmente polarizada** quando o campo elétrico da onda gira em torno da direção de propagação, tendo módulo constante. Nesse caso, pode-se dizer que, numa dada posição o vetor campo elétrico realiza um movimento circular uniforme.

Quando o vetor campo elétrico descreve uma elipse, a onda é chamada **elipticamente polarizada**. Matematicamente, a onda **elipticamente polarizada** pode ser descrita como a superposição de duas ondas, de **amplitudes diferentes**, linearmente polarizadas em direções perpendiculares e **defasadas de  $90^\circ$** . Em particular, a superposição de duas ondas, **de mesma amplitude, defasadas de  $90^\circ$** , resulta numa onda **circularmente polarizada**. Deve ser observado que a superposição de duas ondas ortogonais linearmente polarizadas e **em fase** resulta numa onda **linearmente polarizada**. Na **figura 3.2 a e b**, a seguir, vemos uma onda circularmente polarizada e uma onda elipticamente polarizada, respectivamente.



**Figura 3.2: Luz circularmente polarizada (a) e luz elipticamente polarizada (b).**

A onda elipticamente polarizada é o estado mais geral de polarização definida para uma onda eletromagnética no espaço livre. Além disso, existem os estados de polarização não muito bem definidos. Quando a polarização varia rapidamente e de maneira completamente aleatória no tempo, a onda é considerada **não polarizada**. Em certos casos, a luz é polarizada, mas a polarização varia lentamente com o tempo. Além disso, a radiação pode ser **parcialmente polarizada**, que é a superposição de radiação não polarizada com radiação de polarização definida. Fontes luminosas comuns emitem luz chamada de **natural** ou **não polarizada**. Em geral, a luz, seja de origem artificial ou natural, não é nem completamente não polarizada, nem completamente polarizada. Os dois casos são extremos, normalmente toda luz é parcialmente polarizada.

A luz não polarizada é usualmente representada como uma superposição de duas ondas polarizadas ortogonais, incoerentes e arbitrárias e de mesma amplitude. Este feixe é representado pela polarização paralela ao plano de incidência ( $//$ ) e pela polarização perpendicular ao plano de incidência ( $\perp$ ).

Em outras palavras, qualquer feixe de luz não polarizada pode ser decomposto em dois feixes, perpendiculares entre si, sendo um polarizado na direção paralela ao plano de incidência e outro na direção perpendicular ao plano de incidência. Portanto, deve ser observado que o resultado desta “superposição” não é um estado de polarização definido, devido ao caráter aleatório das fases envolvidas, quer dizer, a diferença de fase entre as ondas, ou fase relativa, varia de maneira rápida e aleatória.

Existem vários métodos para se obter uma onda eletromagnética linearmente polarizada a partir de uma onda não polarizada. Esses métodos se baseiam em diferentes propriedades dos estados ortogonais de polarização, tais como diferentes índices de refração, diferentes atenuações (**dicroísmo**) ou diferentes propriedades de reflexão. Esses métodos são discutidos em detalhe no **capítulo 8** do livro **Optics** de E. Hecht. Os métodos de polarização por reflexão e dicroísmo são resumidos a seguir. Entretanto, deve ser

observado que existem outros polarizadores, tais como tela de fios paralelos para radiação infravermelha distante, cristais birrefringentes que permitem separar duas polarizações (efeito de dupla refração) e prismas especiais.

## Objetivos desta experiência

A primeira providência em experiências sobre polarização é conhecer a polarização da luz utilizada. No caso desta experiência precisamos de fontes de luz não polarizadas. Temos um laser de **He-Ne** que é do tipo chamado “não polarizado”, mas, em geral, ele possui uma componente polarizada com uma polarização que varia com o tempo. Se essa variação é lenta ou rápida, vai depender do tipo de laser e do tempo de estabilização do tubo (veja **seções 15.3 e 15.6** da apostila de **CFE, vol 2**). Nós vamos ter que determinar as características do laser que temos à nossa disposição para ver se é adequado às experiências propostas, ou seja, suficientemente estável e não polarizado. O procedimento para essa verificação está na **página 39**.

Em seguida vem o estudo da **polarização por dicroísmo**, com a verificação da **lei de Malus**. O resumo teórico pode ser lido na **página 13** e o procedimento experimental na **página 41**.

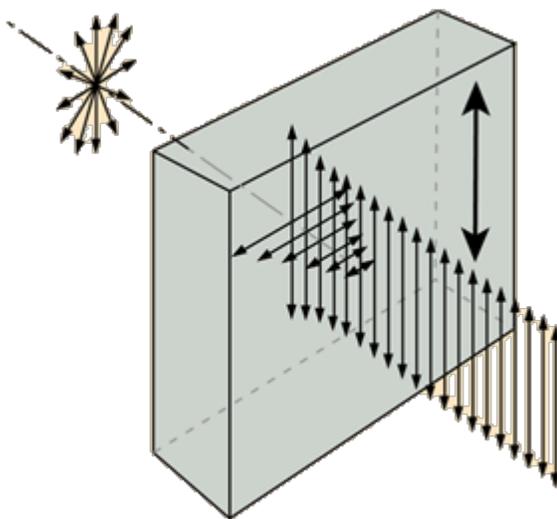
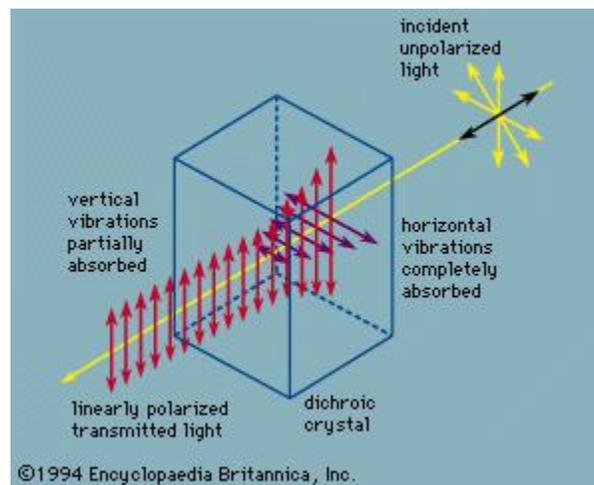
A seguir vamos estudar o processo da **polarização por reflexão**, medindo o **ângulo de Brewster** e os **coeficientes de reflexão** para o lucite. O resumo teórico encontra-se nas **páginas 18 e 24** e o procedimento nas **páginas 46 e 48**.

A última parte desta experiência é sobre o fenômeno da **birrefringência**. Elementos birrefringentes podem ser usados para alterar o estado de polarização de um material, a **placa de  $\frac{1}{2}$  onda** e a **placa de  $\frac{1}{4}$  de onda** são alguns dos dispositivos com essas características. A proposta é estudar seu efeito sobre feixes de luz polarizada. Veja a parte teórica nas **páginas 27 e 28** e o procedimento experimental nas **páginas 48 e 50**.

Outro tipo de material birrefringente é aquele que apresenta o fenômeno da **atividade óptica** cujo efeito é fazer o plano de vibração do campo elétrico de um feixe de luz polarizada sofrer uma rotação contínua, à medida que se propaga em determinados meios. No caso, vamos estudar um meio líquido opticamente ativo e relacionar algumas propriedades desse meio ao ângulo de rotação sofrido pelo plano de vibração do campo elétrico da luz polarizada. O resumo teórico encontra-se na **página 35** e o procedimento experimental na **página 52**.

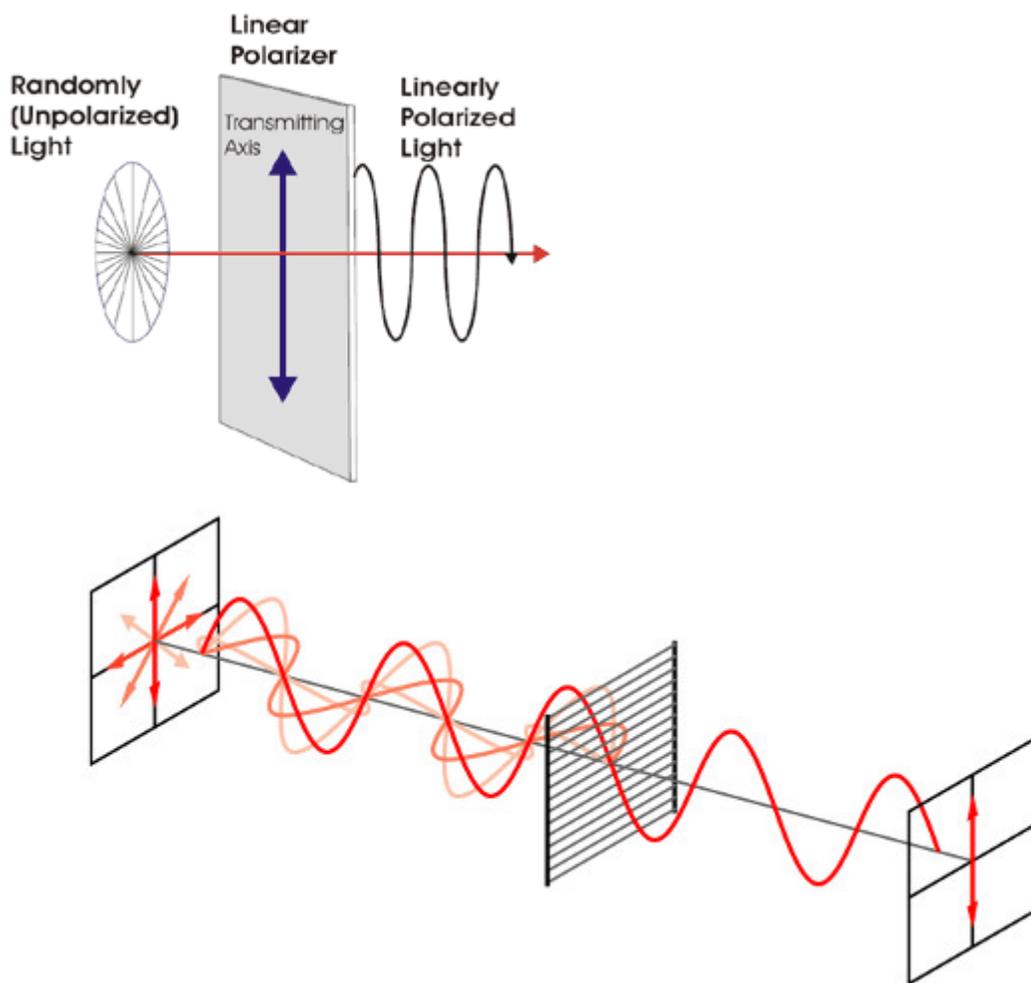
## Polarização por Dicroísmo

Certos cristais e materiais sintéticos podem apresentar diferentes graus de absorção, conforme a polarização da radiação. Esta propriedade é chamada **dicroísmo**. Se a absorção é bastante acentuada para um estado de polarização, o material dicroico funciona como polarizador. Esse tipo de comportamento pode ser visto na **figura 3.3** a seguir:



**Figura 3.3: Cristal dicroico - turmalina.**

Os materiais sintéticos chamados **polaróides**, só transmitem campo elétrico numa dada direção, como mostra a **figura 3.4**. A onda polarizada na direção perpendicular à direção de transmissão (indicada na figura como a linha hachuriada) é absorvida. Uma boa descrição do funcionamento desses materiais é dada na **seção 8.3.3**, **capítulo 8** do livro **Optics** de E. Hecht.

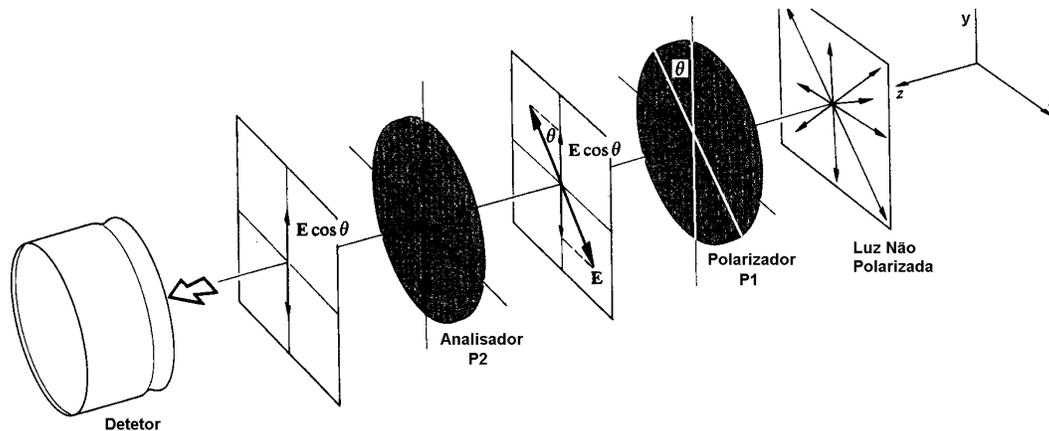


**Figura 3.4: Polarizador linear.**

Um dos inconvenientes do polaróide comum é a absorção relativamente alta, da ordem de **50%**, também para a polarização que deve ser transmitida. Além deste problema, polaróides comuns não funcionam muito bem para luz ultravioleta e para infravermelho. Mesmo nos extremos do espectro visível (vermelho e violeta), já é possível observar a deficiência.

## Lei de Malus

Um polarizador ideal transmite perfeitamente uma determinada polarização e elimina perfeitamente a outra. A **figura 3.5** mostra uma onda não polarizada, incidente na direção- $z$ , com o campo elétrico oscilando em todas as direções do plano  $x$ - $y$ . Se um polarizador ideal  $P_1$  com o eixo de transmissão alinhado numa direção qualquer, somente as componentes  $\mathbf{E}$  do campo elétrico de todas as ondas incidentes, paralelas a essa direção, serão transmitidas.



**Figura 3.5: Polarizador linear e analisador para verificação da lei de Malus.**

No caso considerado de luz incidente não polarizada, qualquer leitura feita pelo detetor colocado imediatamente após o polarizador  $P_1$ , é independente do ângulo em que o eixo de transmissão desse polarizador é colocado, porque a luz não

polarizada é totalmente simétrica, ou seja, a amplitude do campo elétrico resultante em qualquer direção é a mesma. Assim, se colocarmos  $\mathbf{P}_1$  com o eixo alinhado com a direção  $\mathbf{y}$ , somente serão transmitidas as componentes na direção  $\mathbf{y}$  do campo elétrico incidente, a somatória ou resultante dessas componentes podemos chamar de  $\mathbf{E}_0$ .

Se um segundo polarizador  $\mathbf{P}_2$  (que chamaremos de polarizador analisador), for colocado na frente do feixe de forma que seu eixo de transmissão faça um ângulo  $\theta$  com a direção  $\mathbf{y}$ , (ou que forme um ângulo  $\theta$  com o eixo de transmissão do polarizador  $\mathbf{P}_1$ ), somente a componente de campo elétrico paralela ao eixo de transmissão desse segundo polarizador,  $\mathbf{E}_t$ , ( $\mathbf{t} \equiv$  transmitida) é transmitida:

$$E_t = E_0 \cos\theta \quad (3.3)$$

Ter em mente que apesar de estarmos lidando com ondas, em razão da alta frequência da luz, nosso detector (fotodiodo) vai medir a **irradiância** que é a energia média por unidade de área por unidade de tempo, incidente no detector.

Uma vez que a irradiância da onda é proporcional ao quadrado do campo elétrico (veja **seção 3.3.2 do capítulo 3** do livro **Optics** de E. Hecht), resulta que a irradiância transmitida pelo polarizador analisador ideal  $\mathbf{P}_2$  é:

$$I_t = I_0 \cos^2 \theta \quad (3.4)$$

onde  $\mathbf{I}_0$  é a irradiância máxima, que ocorre quando  $\theta = 0$ , quando os dois polarizadores  $\mathbf{P}_1$  e  $\mathbf{P}_2$  estão com os eixos de transmissão paralelos ( $\mathbf{I}_0$  também é a irradiância transmitida pelo primeiro polarizador  $\mathbf{P}_1$  e será a irradiância que ocorre para  $\theta=0$ , somente quando os

polarizadores são ideais, ou seja, não há absorção por qualquer outra razão). Quando  $\theta=90^\circ$  a intensidade transmitida é nula, porque o campo elétrico transmitido pelo primeiro polarizador é perpendicular ao eixo de transmissão do segundo, que é o analisador (esse arranjo de polarizadores é dito cruzado). Este resultado, **equação 3.4**, é conhecido como **Lei de Malus**.

Experimentalmente, pode existir uma luminosidade ambiente que não vem do polaróide. Além disso, uma fração da polarização indesejável pode ser transmitida pelo polaróide, que não é ideal. E mais, polaróides não funcionam igualmente bem para a faixa de comprimentos de onda que vai do infravermelho ao ultravioleta e que geralmente estão presentes numa experiência desse tipo. Assim, do ponto de vista experimental, pode-se admitir a **Lei de Malus** na forma:

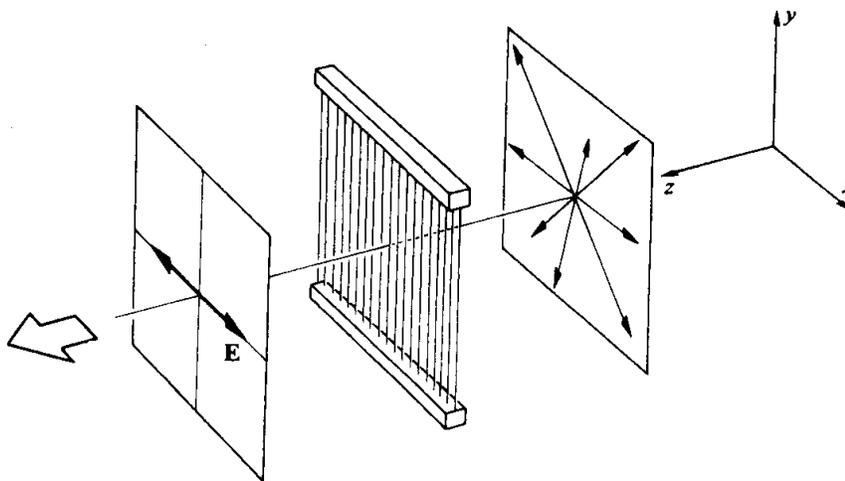
$$I_t = I_0 \cos^2 \theta + I_f \quad (3.5)$$

onde  $I_f$  é uma irradiância residual, que pode existir para  $\theta=90^\circ$ , que dá conta de todos os efeitos indesejáveis descritos acima.

## Polarizadores de Grade

O mais simples dos polarizadores dicróicos, ou seja, dos dispositivos capazes de absorver somente uma componente do campo elétrico, sendo essencialmente transparente à outra, é uma grade de condutores paralelos.

Vamos imaginar que um feixe de luz não polarizada incida numa grade de fios condutores paralelos, vindo da direita. O campo elétrico pode ser decomposto em duas componentes ortogonais, uma paralela aos fios da grade e outra perpendicular a eles, como se pode observar na **figura 3.6** a seguir:



**Figura 3.6: Polarizador de grade de fios condutores paralelos.**

Como os fios da grade estão orientados na direção  $y$ , a componente  $y$  do campo elétrico incidente,  $E_y$ , induz a oscilação dos elétrons de condução ao longo do comprimento de cada fio, gerando uma corrente. Esses elétrons, por sua vez, colidem com os átomos da rede, fornecendo-lhes energia que aquece os fios (efeito joule). Dessa maneira energia é transferida do campo para a grade.

Paralelamente a esse efeito, os elétrons de condução acelerados ao longo dos fios irradiam nas duas direções: para frente e para trás. Nessas condições, a onda incidente tende a ser cancelada pela onda re-irradiada para frente, resultando em pouca ou nenhuma transmissão da componente  $y$  do campo elétrico. A radiação emitida para trás vai aparecer como uma onda refletida.

Em contraste, a componente do campo elétrico perpendicular à direção dos fios da rede,  $E_x$ , encontra elétrons de condução que, praticamente, não podem se mover na direção  $x$ . Portanto, não vai haver onda re-irradiada nessa direção e a componente  $E_x$  da onda incidente propaga-se através da grade praticamente sem alterações. Isso quer dizer que o **eixo de transmissão de um polarizador de grade é perpendicular aos fios da grade.**

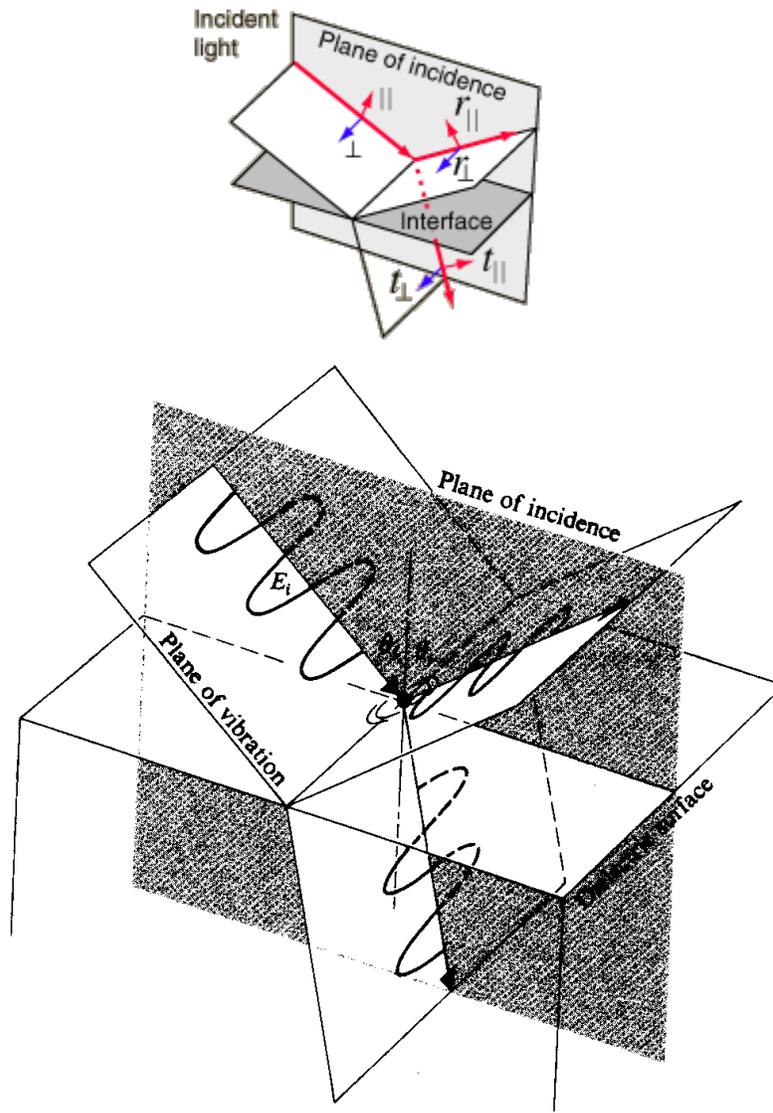
Os filmes polaróides que vão ser utilizados nesta experiência são análogos aos polarizadores de grade só que na escala molecular.

## Polarização por Reflexão

O método mais direto de obter luz polarizada a partir de fontes luminosas comuns é por meio de reflexão em meios dielétricos. A luz refletida em janelas de vidro, na superfície polida de objetos plásticos, em bolas de bilhar, folhas de papel com um pouco de brilho e até numa careca lustrosa, é sempre parcialmente polarizada.

Para explicar a polarização por reflexão, vamos utilizar o modelo de elétrons osciladores, que fornece uma explicação bastante simples do fenômeno. Infelizmente esse modelo não proporciona uma descrição completa, porque ele não explica o comportamento observado com materiais magnéticos não condutores. Mas para o nosso estudo esse modelo é mais vantajoso, por sua simplicidade e por fornecer explicações satisfatórias para as observações que vamos fazer.

Vamos supor uma onda plana linearmente polarizada, de maneira que seu campo elétrico  $\mathbf{E}$  seja perpendicular ao plano de incidência. Essa onda penetra num meio dielétrico, proveniente do ar. Veja a ilustração disso na **figura 3.7** a seguir:

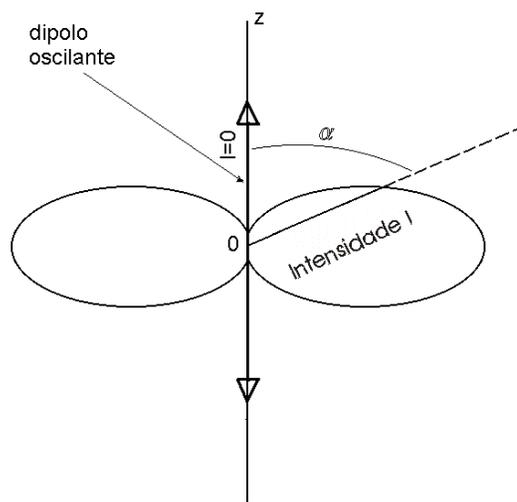


**Figura 3.7: Onda incidente, num meio dielétrico, polarizada perpendicularmente ao plano de incidência.**

A onda sofre refração na interface de separação entre os dois meios e entra no meio dielétrico fazendo um ângulo  $\theta_{\uparrow}$  (ângulo de transmissão ou de refração) com a normal à superfície dielétrica. O campo elétrico dessa onda vai obrigar os elétrons ligados do material do meio a vibrar na direção normal ao plano de incidência (a mesma direção do campo). Essa configuração é, na verdade, um dipolo, de um lado uma carga negativa (elétron) que vibra em relação a uma

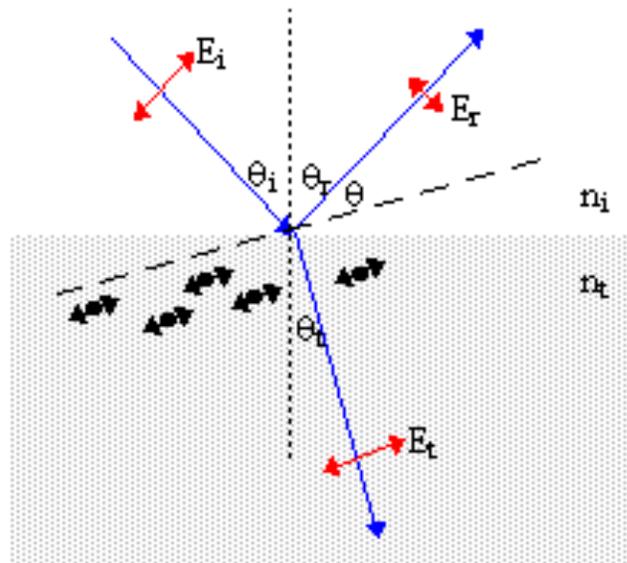
carga positiva (o átomo onde o elétron está ligado). Essa configuração de cargas, por sua vez, re-irradia e essa radiação é, obviamente, do tipo dipolar.

Uma parte dessa energia re-emitada vai aparecer na forma de uma onda refletida. Da geometria desse arranjo e das características da radiação dipolar (veja a **figura 3.8** a seguir), tanto a onda refletida, como a refratada, vão também estar polarizadas na direção perpendicular ao plano de incidência.



**Figura 3.8: Distribuição angular da radiação de um dipolo oscilante.**

Por outro lado, se o campo elétrico  $\mathbf{E}$  vibra no plano de incidência, ou seja, a onda incidente tem o plano de polarização paralelo ao plano de incidência, esse campo ao penetrar o material dielétrico, vai fazer com que os dipolos osciladores próximos à superfície, vibrem sob influência da onda refratada, como mostrado na **figura 3.9**:



<http://www.sparknotes.com/physics/optics/phenom/section3/page/2/>

**Figura 3.9: Onda incidente num meio dielétrico, polarizada paralelamente ao plano de incidência, mostrando os elétrons oscilantes.**

Só que neste caso, uma coisa muito peculiar está acontecendo com a onda refletida. A intensidade da onda refletida é, agora, relativamente baixa, porque a direção do feixe refletido faz um ângulo pequeno com o eixo dos dipolos que irradiam. Observando a distribuição de intensidade da radiação dipolar na **figura 3.8**, vemos que a intensidade da radiação emitida cai muito à medida que a direção de vibração do campo elétrico da onda incidente se aproxima da direção do eixo dos dipolos. E na direção do eixo dos dipolos a intensidade de radiação emitida é nula.

Se pudermos montar um aparato experimental de maneira que o ângulo  $\theta$  na **figura 3.9** seja igual a **zero** (e, portanto,  $\theta_r + \theta_t = 90^\circ$ ), a onda refletida desaparece completamente, porque o ângulo de reflexão coincide com o eixo dos dipolos e estes não emitem nessa direção.

Nessas condições,  $(\theta_r + \theta_t) = 90^\circ$ , se a onda incidente for não polarizada, (lembrando que ela pode ser decomposta em duas componentes polarizadas, ortogonais e incoerentes), apenas a componente polarizada na direção normal ao plano de incidência (e, portanto com a direção de vibração paralela à superfície do dielétrico) será refletida. A outra componente, polarizada paralelamente ao plano de incidência, desaparece.

O particular ângulo de incidência para o qual essa situação ocorre será chamado de  $\theta_B$ , **ângulo de Brewster** ou de polarização. Aplicando a **Lei de Snell** à interface de separação entre os meios ar e dielétrico:

$$n_i \text{sen} \theta_i = n_t \text{sen} \theta_t \quad (3.6)$$

em que  $n_i$  é o índice de refração do ar e considerado igual a **1**,  $n_t$  é o índice de refração do meio, no caso, o lucite,  $\theta_i$  é o ângulo de incidência e  $\theta_t$  é o ângulo de refração. Tendo em vista a condição  $\theta_r + \theta_t = 90^\circ$ , que  $\theta_r = \theta_i$  e que o particular ângulo de incidência para o qual a onda polarizada paralelamente ao plano de incidência desaparece chama-se  $\theta_B$ , vamos ter:

$$n_i \text{sen} \theta_B = n_t \text{sen} \theta_t \quad (3.7)$$

mas  $\theta_t = 90 - \theta_B$ , portanto  $\text{sen} \theta_t = \text{cos} \theta_B$ :

$$n_i \text{sen} \theta_B = n_t \text{cos} \theta_t \quad (3.8)$$

$$\text{tg} \theta_B = \frac{n_t}{n_i} \quad (3.9)$$

$$\text{tg} \theta_B = n_{\text{lucite}} \quad \text{para} \quad n_i = n_{\text{ar}} = 1 \quad (3.10)$$

A **equação 3.9** é conhecida como **Lei de Brewster** em homenagem a Sir David Brewster, professor da St. Andrews University e inventor do caleidoscópio, que a descobriu empiricamente na segunda metade do século XIX.

Em resumo, para incidência no **ângulo de Brewster**, a luz refletida é completamente polarizada na direção perpendicular ao plano de incidência, como mostrado a **figura 3.10** a seguir:

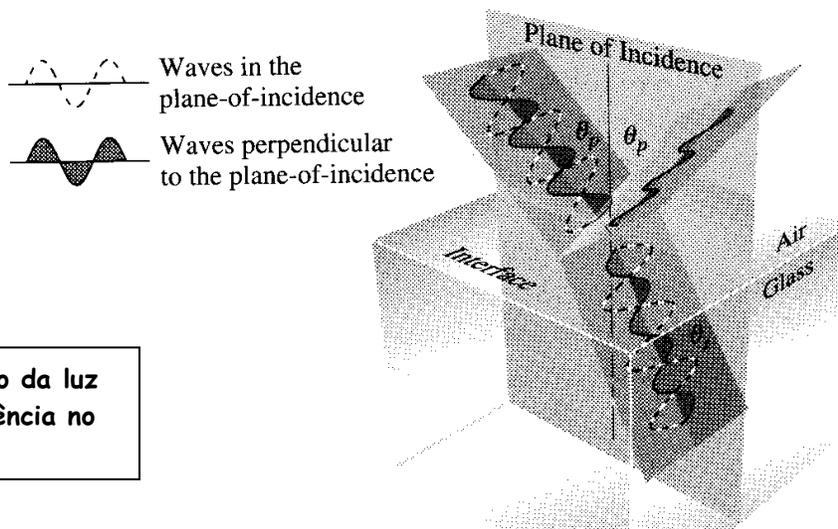
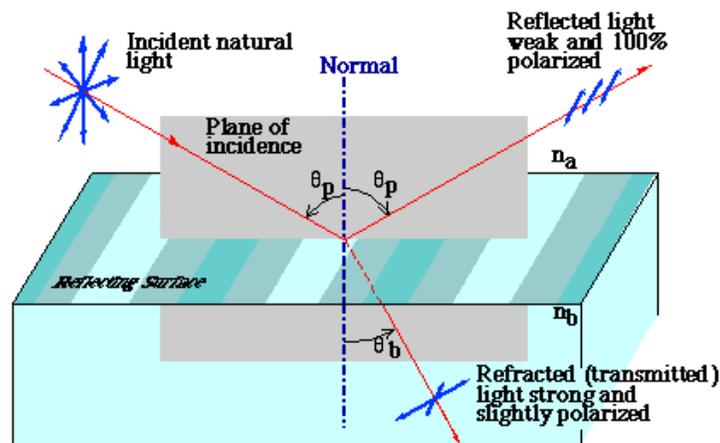


Figura 3.10: Polarização da luz por reflexão para incidência no ângulo de Brewster.



## Coeficientes de Reflexão

Vamos considerar a luz, ou radiação eletromagnética, incidindo na interface de separação entre dois meios dielétricos com índices de refração diferentes. O coeficiente de reflexão  $R$ , ou **refletância**, é definido como sendo a razão entre a densidade de fluxo de energia radiante refletido na interface de separação entre dois meios, pela densidade de fluxo de energia radiante incidente.

A densidade de fluxo de energia radiante é a irradiância cuja unidade é **Watt/m<sup>2</sup>**. Essa é a energia média, por unidade de tempo, cruzando uma unidade de área, perpendicularmente à direção de propagação.

Analogamente define-se o coeficiente de transmissão  $T$ , ou **transmitância**, como sendo a razão entre a densidade de fluxo de energia radiante transmitido através da interface, pela densidade de fluxo incidente.

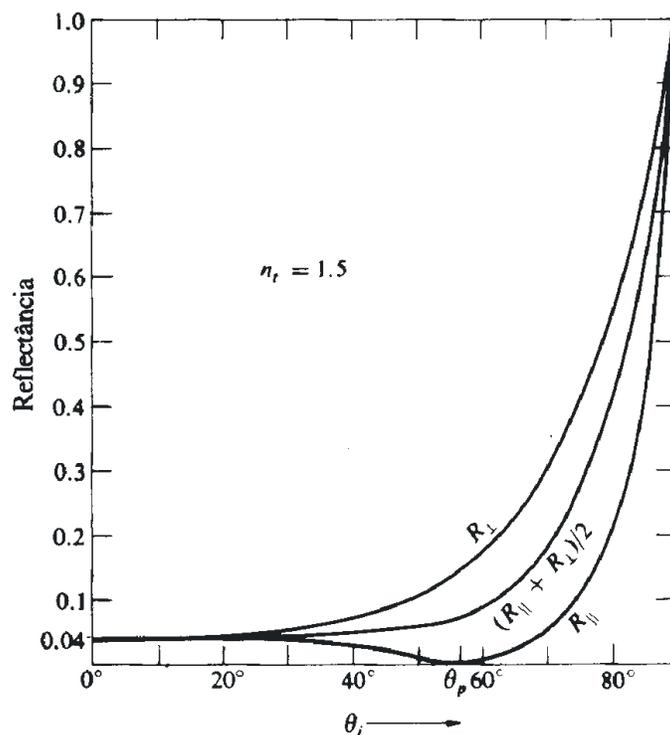
Esses coeficientes podem ser decompostos em duas componentes, uma delas com estado de polarização paralelo ao plano de incidência e outra com estado de polarização perpendicular ao plano de incidência. Assim teremos  $R_{\parallel}$  e  $R_{\perp}$  e  $T_{\parallel}$  e  $T_{\perp}$ . As propriedades da reflexão dependem da polarização, pois as condições de contorno para os campos na separação entre os meios dependem diretamente da polarização. A dedução das expressões para esses coeficientes não vai ser feita aqui, mas pode ser encontrada na **seção 4.6.2, capítulo 4** e na **seção 8.6.1 do capítulo 8** do livro **Optics** de E. Hecht.

Os **coeficientes de reflexão** para polarização perpendicular ao plano de incidência ( $R_{\perp}$ ) e para polarização paralela ( $R_{\parallel}$ ) são dados por:

$$R_{//} = \frac{\text{tg}^2(\theta_i - \theta_t)}{\text{tg}^2(\theta_i + \theta_t)} \quad (3.11)$$

$$R_{\perp} = \frac{\text{sen}^2(\theta_i - \theta_t)}{\text{sen}^2(\theta_i + \theta_t)}$$

onde  $\theta_i$  e  $\theta_t$  são os ângulos de incidência e de refração indicados na **figura 3.9**. O comportamento dos coeficientes de reflexão numa superfície dielétrica pode ser visto na **figura 3.11**, a seguir, em função do ângulo de incidência:



**Figura 3.11: Coeficientes de reflexão versus ângulo de incidência.**

O coeficiente  $R_{//}$  se anula quando  $(\theta_i + \theta_t) = 90^\circ$ , porque o denominador da **equação 3.11** para  $R_{//}$  se torna infinito ( $\text{tg}90 = \infty$ ). Ou seja, a refletância com polarização paralela ao plano de incidência desaparece nessas condições, que, como foi visto, corresponde ao ângulo de Brewster  $\theta_B$ . Já  $R_{\perp}$  não pode nunca ser zero. Essa é a essência da lei de Brewster.

## Birrefringência

Há uma classe de materiais chamados de birrefringentes porque são materiais que apresentam dois índices de refração diferentes. Essa característica resulta de uma anisotropia nas forças de ligação dos elétrons aos átomos desses materiais.

Na birrefringência, um meio material anisotrópico separa a luz em dois feixes polarizados. O chamado **feixe ordinário** tem polarização perpendicular ao plano que contém o eixo ótico. O outro feixe é chamado extraordinário e é polarizado perpendicularmente ao feixe ordinário. Na medida que a onda se propaga pelo meio haverá uma diferença de fase entre os dois feixes que aumenta progressivamente, pois os índices de refração,  $n_o$  e  $n_e$  são diferentes. Se escolher uma espessura,  $d$ , do meio material, haverá uma diferença de fase entre os feixes ordinário e extraordinário de  $\theta$ .

Uma das aplicações do fenômeno da birrefringência é a construção de elementos ópticos chamados retardadores, capazes de mudar o estado de polarização de uma onda. Com base nesse conceito pretendemos construir dois retardadores: a **placa de 1/2 onda** e a **placa de 1/4 de onda** e estudar seu efeito sobre feixes de luz polarizada.

Outra característica de certos materiais, que pode ser fenomenologicamente descrita como birrefringência, é sua capacidade de fazer girar o plano de polarização da onda incidente, quando isso acontece, se diz que esses materiais são opticamente ativos, e, o fenômeno é chamado de atividade óptica. Vamos, então, também estudar a atividade óptica numa solução de água com açúcar.

## Placas de onda

O princípio de funcionamento de uma placa de onda é simples. O que esse tipo de elemento óptico faz é atrasar um dos dois estados coerentes de polarização de uma onda em relação ao outro. Ao emergir do elemento a onda que incidiu linearmente polarizada pode emergir circularmente polarizada (ou vice-versa), ou o plano de vibração da onda linearmente polarizada pode sofrer uma rotação, dependendo do valor do atraso. Vamos estudar dois tipos de placas de onda, a **placa de  $\frac{1}{2}$  onda** e a **placa de  $\frac{1}{4}$  de onda**.

Esse tipo de comportamento ocorre com cristais de calcita, entre outros materiais. Se uma onda plana incide sobre o cristal na orientação apropriada, observam-se dois feixes na saída, um é chamado de feixe **ordinário**, ou **feixe-o**, e o outro será o feixe **extraordinário**, ou **feixe-e**. Esses feixes têm estados de polarização diferentes como mostra a **figura 3.12** a seguir, o que sugere imediatamente que feixes com estados de polarização diferentes viajam dentro do cristal com velocidades diferentes. E isso afeta sua trajetória dentro do cristal, de tal maneira que, na saída, aparecem dois feixes.

A explicação é que dependendo da orientação do feixe de luz em relação ao eixo óptico do cristal, o feixe polarizado perpendicularmente ao eixo óptico “enxerga” um índice de refração diferente do feixe polarizado paralelamente ao eixo óptico do cristal. Uma discussão mais completa desse comportamento está na **seção 8.4.1** do **capítulo 8** do livro **Optics** de E. Hecht.



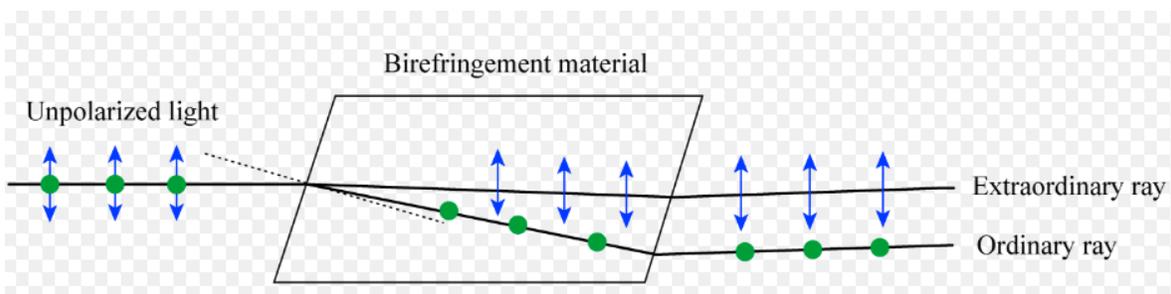
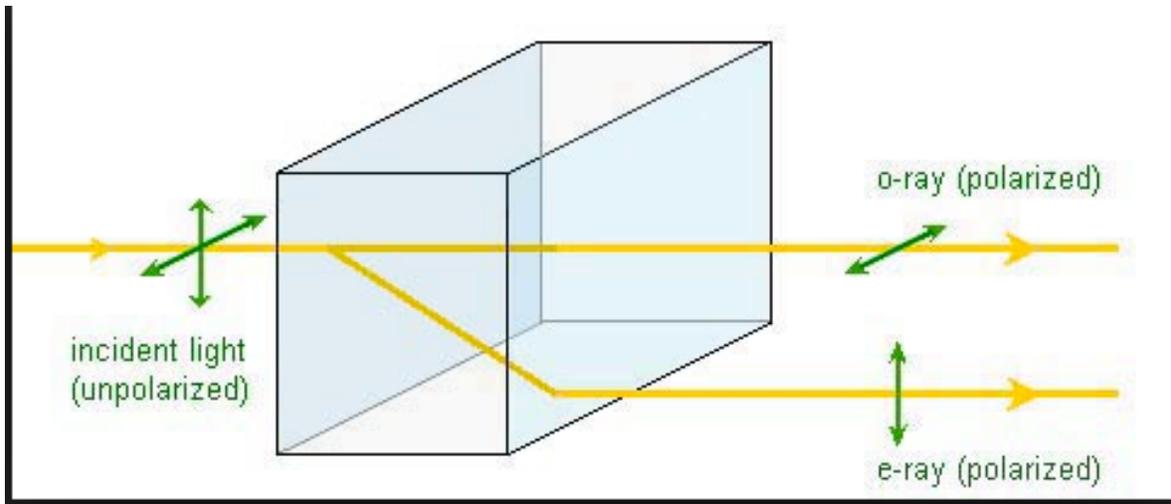
<https://images.fineartamerica.com/images-medium-large/birefringence-in-a-calcite-crystal-dirk-wiersma.jpg>

**Figura 3.12: Cristal de calcita sobre uma imagem. Veja que o cristal proporciona uma imagem duplicada do objeto. Os dois polarizadores colocados sobre a imagem têm eixos de transmissão paralelos ao seu lado menor. Portanto, os eixos dos dois polarizadores são perpendiculares entre si.**

As definições de feixe ordinário e feixe extraordinário podem ser mais facilmente compreendidas observando-se a **figura 3.12** acima: o feixe chamado ordinário é aquele que forma a imagem inferior, e, que, portanto, não foi defletido. Por isso o nome ordinário. O feixe que forma a imagem logo acima, sofreu uma deflexão e por isso foi chamado de feixe extraordinário. Nota-se

nessa figura que esses dois feixes têm estados de polarização perpendiculares entre si, isso fica evidente pelos dois polaróides. Um esquema da trajetória dos feixes pode ser visto na **figura 3.13** a seguir:

<http://www.science20.com/files/images/birefringence.jpg>



[https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e9/Ordinary\\_extraordinary\\_ray\\_in\\_birefringence.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e9/Ordinary_extraordinary_ray_in_birefringence.png)

**Figura 3.13: Desenho esquemático de um feixe com duas componentes ortogonais de campo elétrico incidente num cristal de calcita apropriadamente orientado.**

## Placa de $\frac{1}{2}$ onda

A placa de  $\frac{1}{2}$  onda é uma placa de material dielétrico do tipo retardador que introduz uma diferença de fase relativa de  $180^\circ$  entre os feixes ordinário e extraordinário. Essa diferença de fase aparece porque o índice de refração do material da placa varia dependendo da orientação dos estados de polarização do feixe incidente, em relação ao eixo óptico do material, à medida que o feixe de luz o atravessa. Então, a espessura da placa é escolhida de maneira que a diferença de fase seja exatamente de  $180^\circ$ .

Vamos supor que o plano de vibração do campo elétrico de um feixe incidente com polarização linear, numa placa de meia onda faça um ângulo arbitrário,  $\theta$ , com o eixo óptico da placa, como mostrado na **figura 3.14** logo a seguir. Se a velocidade de propagação do feixe polarizado paralelamente ao eixo óptico for maior que a velocidade de propagação do feixe polarizado perpendicularmente ao eixo óptico, o **feixe-e** vai se mover através do material mais rapidamente que o **feixe-o**, portanto o índice de refração para o **feixe-e**,  $n_e$ , é menor que o índice de refração para o **feixe-o**,  $n_o$ . Se a placa de material tiver uma espessura  $d$ , a onda eletromagnética resultante na saída é uma superposição de **ondas-e** e **ondas-o** que, agora, têm uma diferença de fase relativa  $\Delta\phi$ . Sendo essas ondas harmônicas, de mesma frequência e com campos elétricos ortogonais, a diferença de caminho óptico entre elas,  $\Lambda$ , é:

$$\Lambda = d(n_o - n_e) \quad (3.12)$$

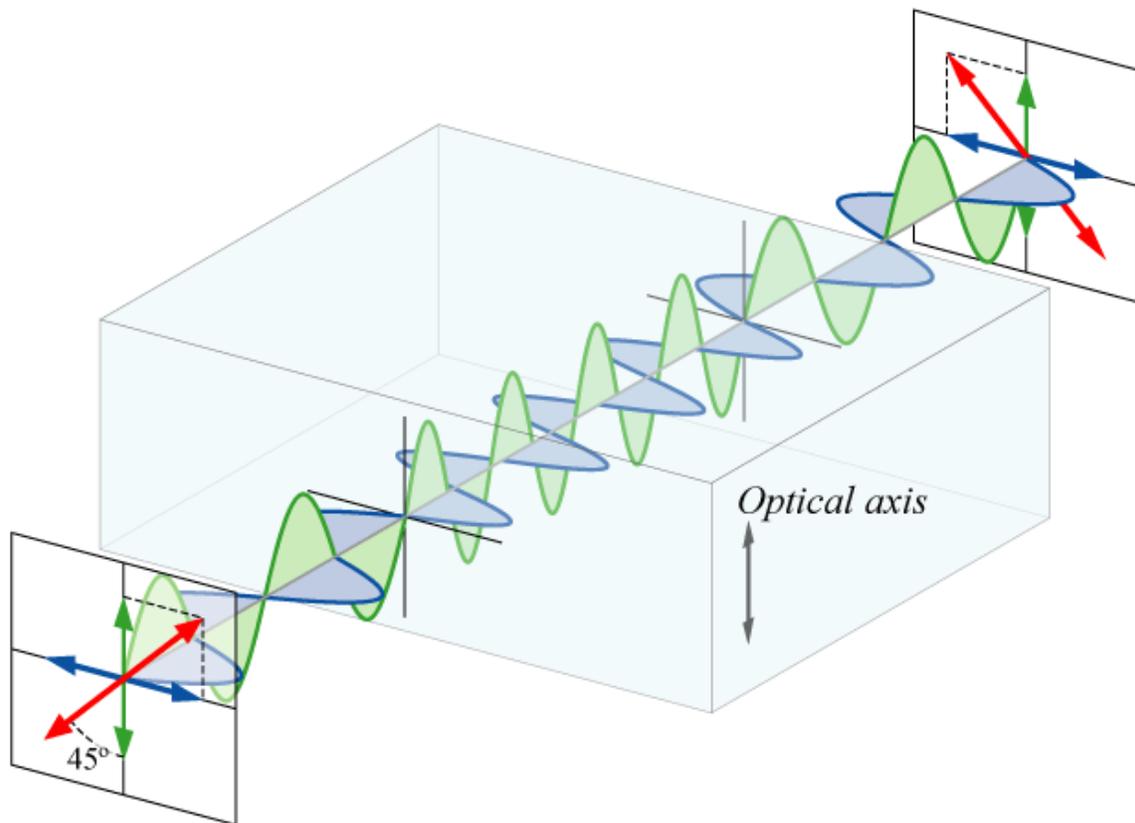
essa expressão pode ser deduzida tendo em mente que a diferença de caminho  $\Lambda$  é igual à velocidade da luz pela diferença de tempo entre os feixes **o** e **e**, ou seja:

$$\Lambda = c(t_o - t_e) \quad (3.13)$$

como  $n_o = c/v_o$  e  $n_e = c/v_e$ , obtém-se a **expressão 3.12**. E, como a diferença de fase é  $\Delta\phi = k_o\Lambda$ , teremos:

$$\Delta\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right) d(|n_o - n_e|) \quad (3.14)$$

onde  $\lambda_0$  é o comprimento de onda da luz no vácuo.



wikipedia

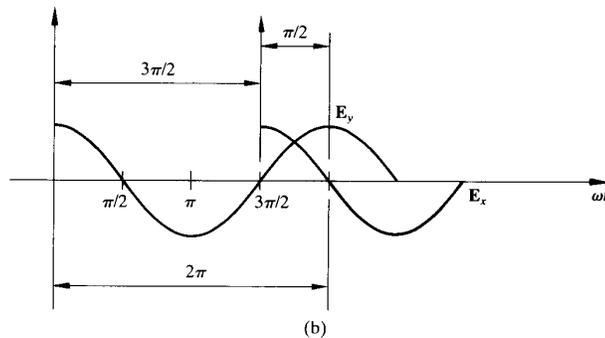
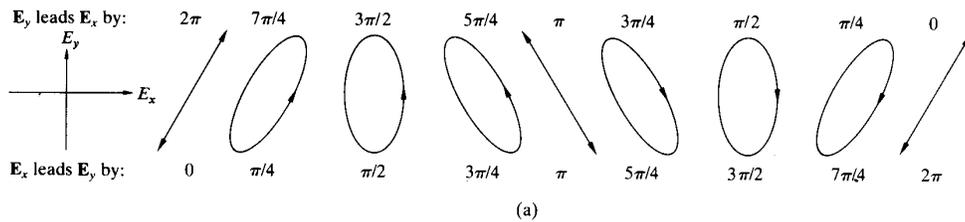
**Figura 3.14: Funcionamento de uma placa de meia onda.**

Para a placa de  $\frac{1}{2}$  **onda**  $\Delta\varphi$  pode ser qualquer múltiplo ímpar de  $\pi$ :  $\pi$ ,  $3\pi$ ,  $5\pi$ , etc, o importante é que uma das componentes do campo elétrico da onda incidente sofra um atraso que gere uma diferença de fase de  $\pi$  nessa componente. **O que vai fazer com que, na saída, apareça uma onda, linearmente polarizada, cujo plano de vibração sofreu uma rotação de  $2\theta$  em relação ao plano de vibração da onda incidente, como se pode ver na figura 3.14.** Portanto, para observar esse comportamento, a espessura da placa deve ser tal que:

$$d(|n_o - n_e|) = \frac{(2m+1)\lambda_0}{2} \quad m = 0,1,2,\dots \quad (3.15)$$

## Placa de $\frac{1}{4}$ de onda

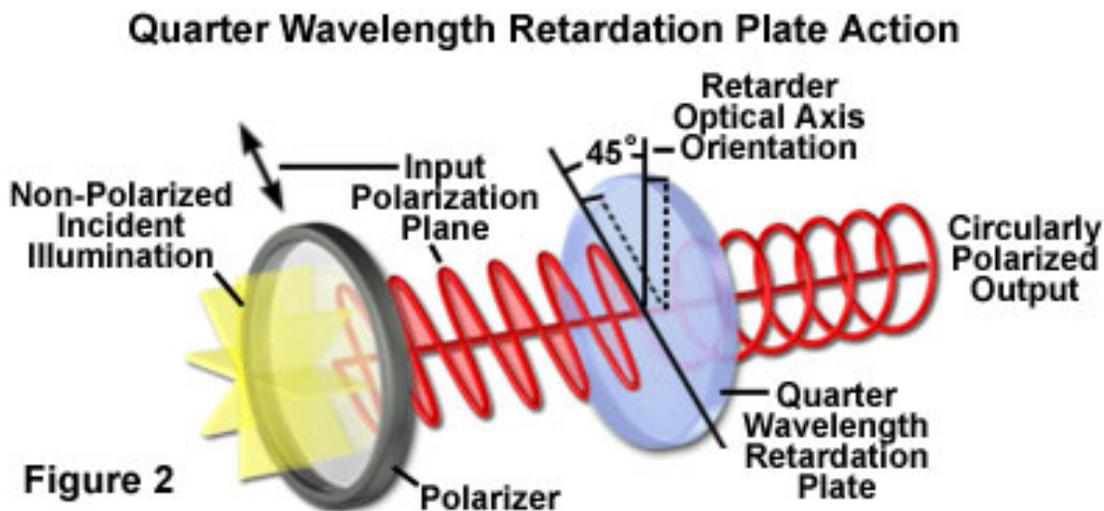
Por sua vez a **placa de  $\frac{1}{4}$  de onda** é um elemento óptico que introduz uma diferença de fase relativa  $\Delta\varphi = \pi/2$  entre os feixes  $\underline{o}$  e  $\underline{e}$ . Uma diferença de fase de  $90^\circ$  converte a luz linearmente polarizada em luz elipticamente polarizada e vice-versa, como se pode ver na **figura 3.15** a seguir:



**Figura 3.15 (a):** Várias configurações de polarização dependendo da diferença de fase entre as componentes do campo elétrico,  $E_x$  e  $E_y$ .

Para obtermos luz circularmente polarizada as amplitudes  $\mathbf{E}_{0x}$  e  $\mathbf{E}_{0y}$  devem ser iguais. Fica aparente também, que luz linearmente polarizada na direção de um ou outro dos eixos principais não é

afetada por qualquer tipo de retardador ou placa de onda. Não é possível ter uma diferença de fase relativa sem ter duas componentes de campo elétrico, cada uma vibrando na direção de um eixo principal.



<http://www.olympusmicro.com/primer/techniques/polarized/quarterwavelengthplate.html>

**Figura 3.15 (b): ação da placa de  $\frac{1}{4}$  de onda**

Se fizermos incidir luz natural numa placa de onda, seja de  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{1}{4}$  de onda ou qualquer outra, os dois estados de polarização perpendiculares são incoerentes, quer dizer, suas fases relativas mudam de maneira rápida e aleatória, então a introdução de uma alteração de fase adicional não vai provocar nenhum efeito que se possa notar. Mas quando fizermos incidir luz polarizada linearmente e fazendo um ângulo de  $45^\circ$  com qualquer um dos dois eixos principais da **placa de  $\frac{1}{4}$  de onda**, as componentes  $\underline{o}$  e  $\underline{e}$  terão a mesma amplitude. Nessas condições a **placa de  $\frac{1}{4}$  de onda** introduz uma diferença de fase entre essas duas componentes que converte a luz linearmente polarizada incidente em luz circularmente polarizada (veja a **figura 3.2**).

Analogamente ao caso da **placa de  $\frac{1}{2}$  onda**, a espessura da placa é de fundamental importância para o funcionamento de uma **placa de  $\frac{1}{4}$  de onda** e deve obedecer à expressão:

$$d(|n_o - n_e|) = \frac{(4m+1)\lambda_0}{4} \quad m = 0,1,2,\dots \quad (3.16)$$

**Placas de  $\frac{1}{4}$  de onda** podem ser construídas “em casa” usando durex ou plástico de embrulhar alimentos ou papel celofane. Esses materiais têm moléculas alongadas alinhadas numa direção, o que os torna birrefringentes. Adicionando camada a camada desses materiais sobre uma placa de vidro, se consegue placas de  $\frac{1}{2}$  **onda** ou de  $\frac{1}{4}$  **de onda** bastante razoáveis (razoável quer dizer que introduzem uma diferença de fase dentro de **10%** dos valores previstos).

## Atividade Óptica

No início do século XIX foi observado que alguns materiais tinham a propriedade de induzir uma rotação contínua no plano de vibração da luz linearmente polarizada que incidia sobre eles. Essa propriedade foi chamada de atividade óptica. E qualquer material que faça com que o campo elétrico  $\mathbf{E}$  de um feixe de luz linearmente polarizado pareça ter sofrido uma rotação é dito opticamente ativo.

Além disso, algumas substâncias faziam o campo girar para a direita e outras o faziam girar para a esquerda, isto é, quando se olha na direção da fonte, se o plano de vibração parece ter girado no sentido **horário** a substância é dita **dextro-rotatória**, e quando parece ter girado no sentido **anti-horário** a substância é dita **levo-rotatória**. Se a substância é um cristal esse comportamento pode ser decorrente tanto dos átomos em si como de seu arranjo dentro do cristal. Em substâncias líquidas esse comportamento é um atributo das próprias moléculas.

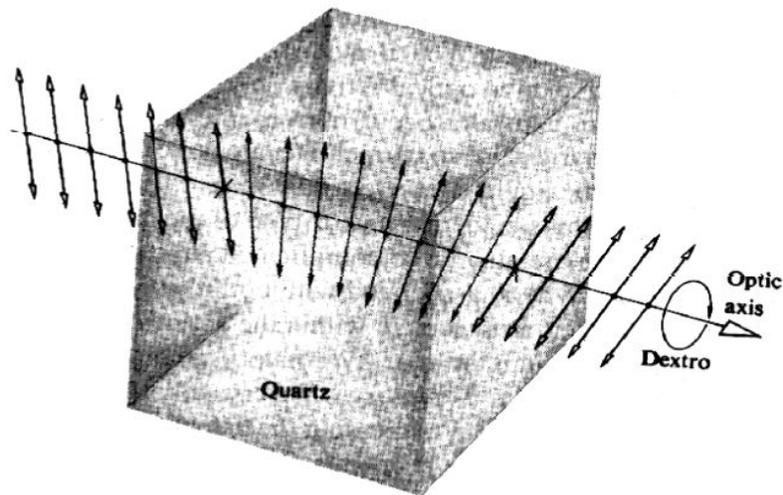
Em 1825 Fresnel propôs uma explicação fenomenológica simples para a atividade óptica, que apesar de não descrever o mecanismo que realmente ocorre, explica bastante bem as observações ao nível que vamos fazer. Ele propôs o seguinte. A onda de luz linearmente polarizada incidente pode sempre ser representada como uma superposição de duas ondas circularmente polarizadas, nos sentidos horário e anti-horário.

Existem substâncias líquidas ou cristais orgânicos em solução que, por causa de sua estrutura molecular assimétrica, apresentam índices de refração diferentes para luz polarizada para a esquerda e para a direita. Ao passar por uma coluna de uma substância desta descrição, uma das componentes circulares da onda polarizada atrasa em relação à outra. A onda resultante, ao sair da coluna de matéria é uma onda polarizada linearmente, recomposta dos componentes circulares, que apresenta uma rotação de seu plano de polarização relativo à onda inicial.

Pode ser verificado analiticamente que esse modelo funciona, para isso veja a **seção 8.10** do **capítulo 8** do livro **Optics** de E. Hecht.

## Optical Activity

Unlike birefringence, optical activity maintains a linear polarization throughout. The rotation angle is proportional to the distance.



**Figura 3.16 - Atividade óptica de um cristal de quartzo.**