Computador Óptico

Física Experimental 4
2016

Profs.: Eloisa e Nelson

Fontes: apostila de óptica do lab4, Optics de E. Hecht, cap 13.2

Programação da Experiência 2

- Aula 1: óptica geométrica
  - Medidas com lentes convergente e divergente
- Aula 2: óptica geométrica
  - Lente espessa
- Aula 3: difração
  - Em fendas simples, dupla e rede
- Aula 4: computador ótico
  - Filtro na transformada de Fourier e recompor a imagem filtrada

Três “aproximações” para o ótica:

- **Ótica geométrica**

  $\lambda \to 0$ e a luz é tratada como raio

- **Ótica física**

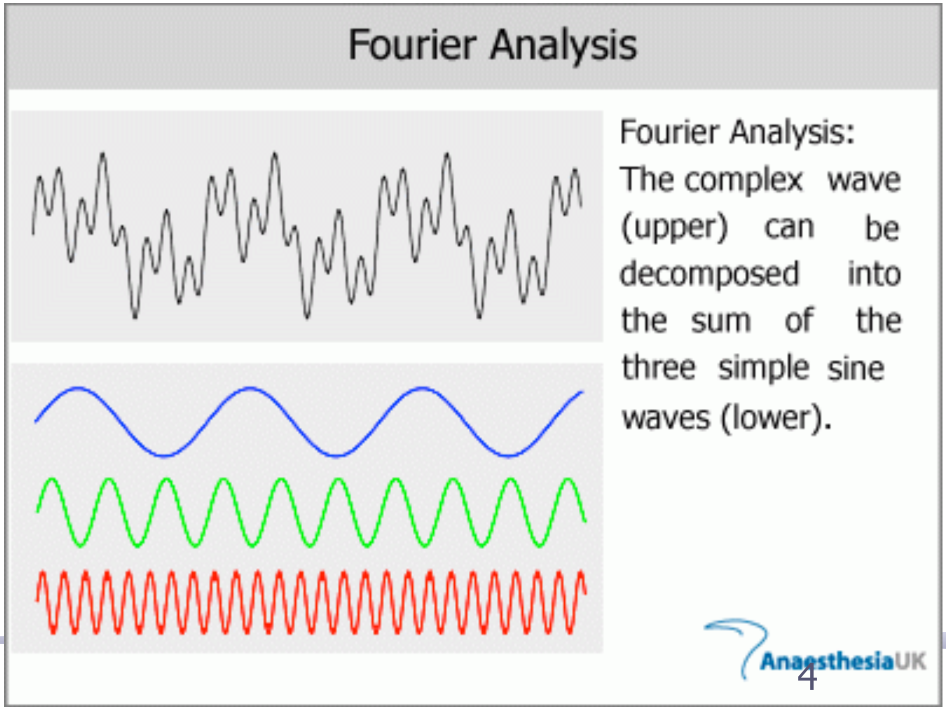
  Princípio de Huygens-Fresnel: cada frente de onda é uma superposição de ondas esféricas

- **Ótica de Fourier**

  Trata a propagação da luz como uma série de ondas planas: para cada ponto de uma frente de onda há uma onda plana cuja propagação é normal àquele ponto

Série de Fourier

- Para relembrar: a teoria de Fourier afirma que qualquer sinal pode ser representado por uma série de ondas senoidais:
  - isso funciona para qualquer tipo de onda, seja no espaço ou no tempo
  - qualquer imagem pode ser representada por uma série de ondas senoidais



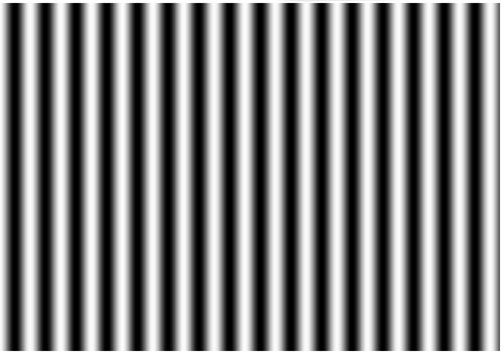
Série de Fourier: imagens bidimensionais

– A amplitude é representada pelo contraste: a diferença entre o claro e escuro na imagem.

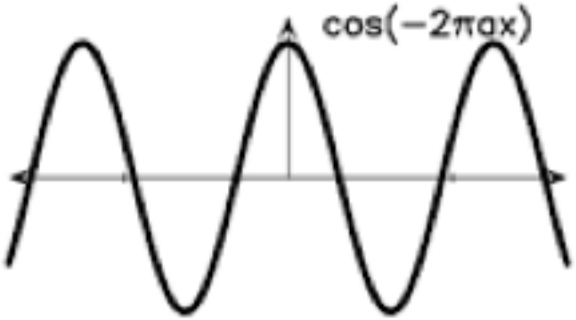
– A freqüência espacial é a freqüência com que linhas claras e escuras se alternam ao longo de eixo **x**.

- Uma transformada de Fourier de uma imagem bidimensional incluirá toda uma série de senóides com amplitudes e freqüências espaciais diferentes, partindo da freqüência zero. Para cada dimensão.

Transformada de Fourier: bidimensional

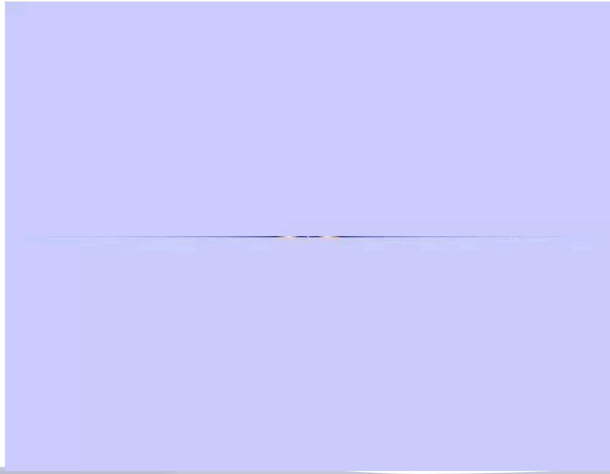


- Linhas: modulação senoidal

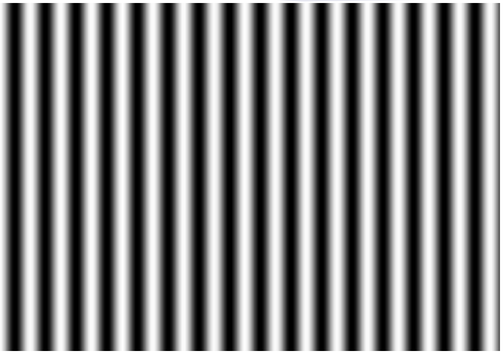


- A transformada: é constante exceto na linha horizontal:

  Porque a imagem das linhas é invariante ao longo do eixo vertical



Transformada de Fourier: bidimensional

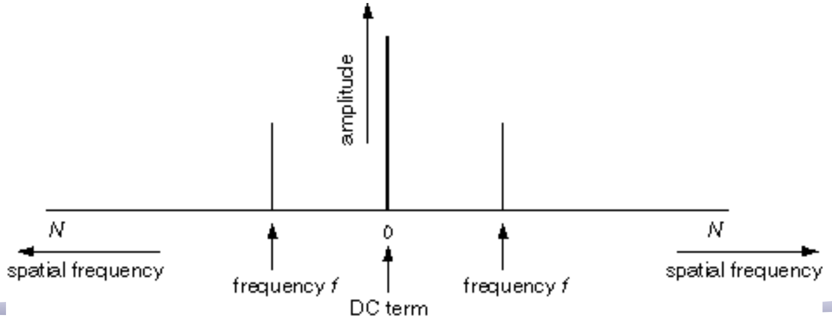


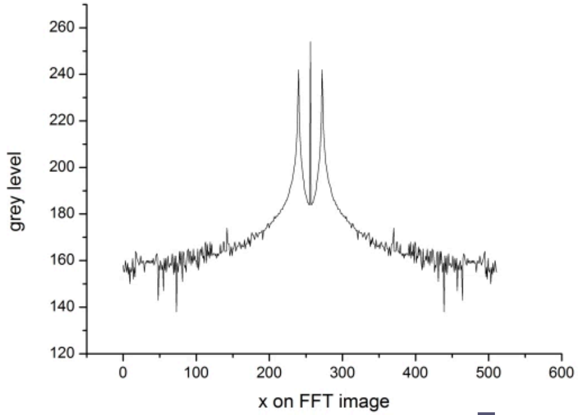
- Linhas: modulação senoidal

- A transformada: é constante exceto na linha horizontal:

  Porque a imagem das linhas é invariante ao longo do eixo vertical

- Olhando a intensidade

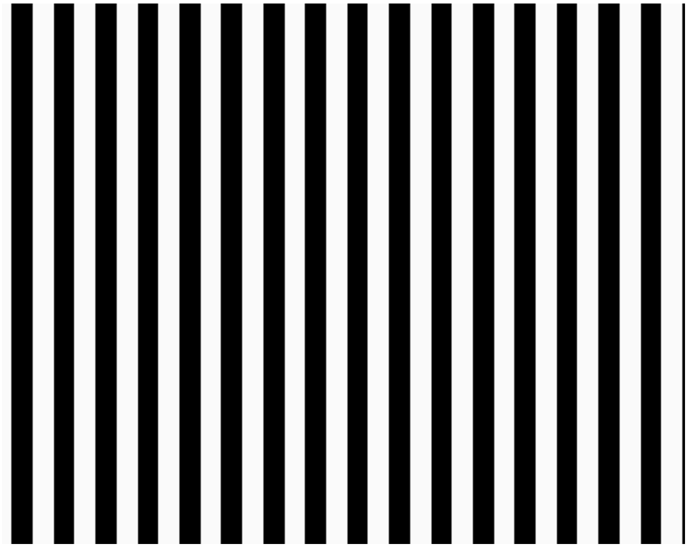


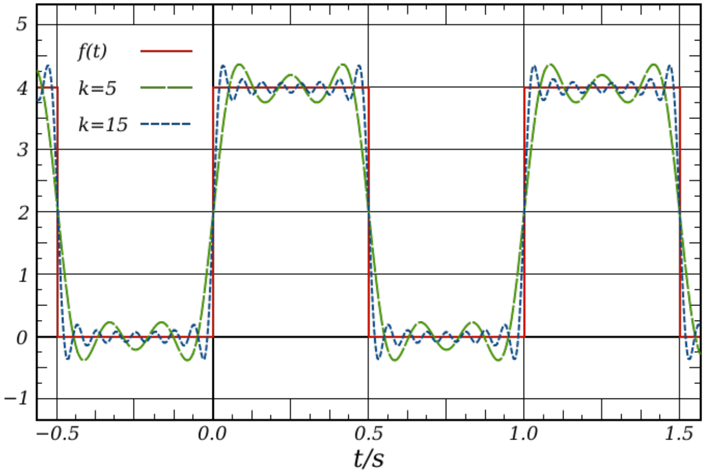


Transformada de Fourier: bidimensional

- Linhas bem definidas:
  - Mesma frequência mas agora os cantos são "vivos"

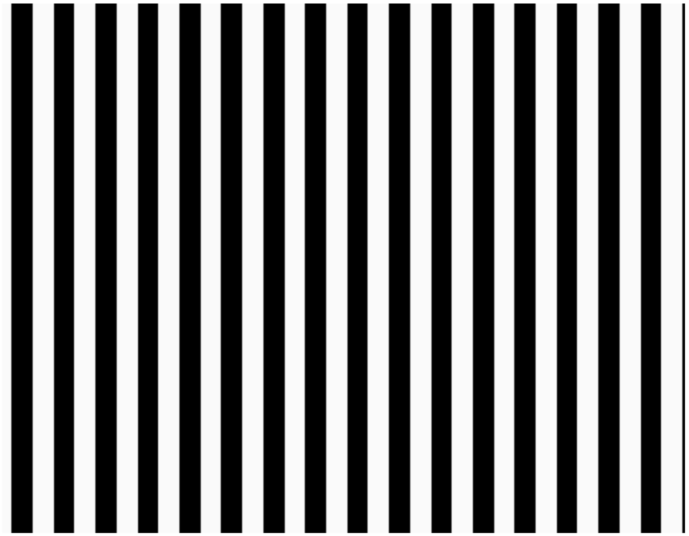
- É um padrão equivalente ao padrão unidimensional da onda quadrada



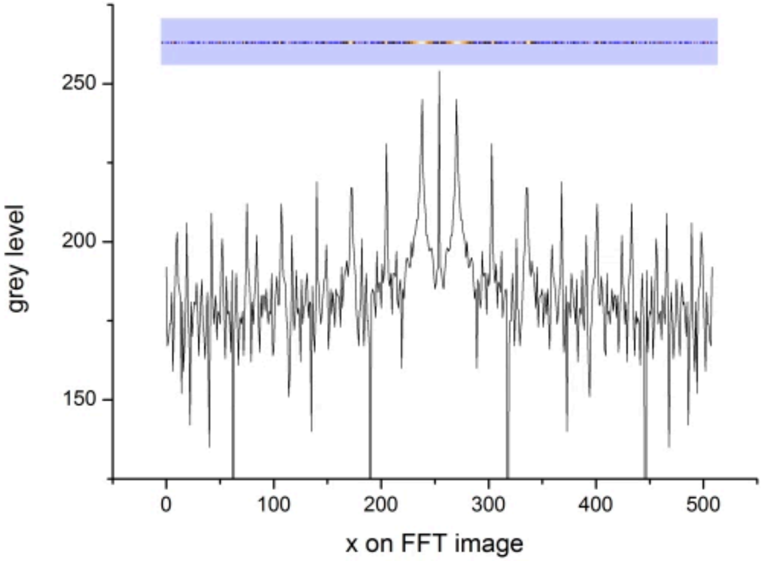


Transformada de Fourier: bidimensional

- Linhas bem definidas:
  - Mesma frequência mas agora os cantos são "vivos"

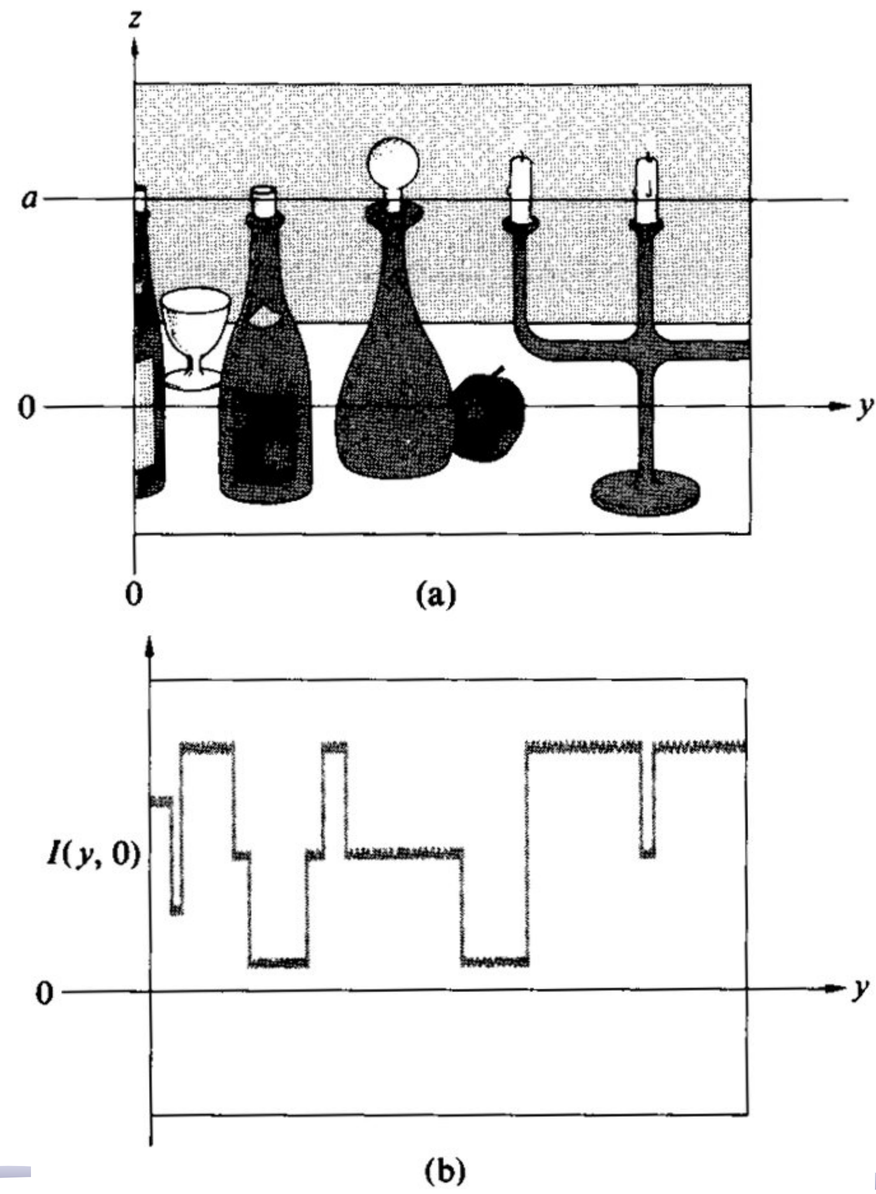


- Aparecem as mesmas 2 linhas que representam a frequência de oscilação:
  - E muitas outras linhas que representam os cantos vivos
  - A linha central é o termo DC



Freqüência Espacial

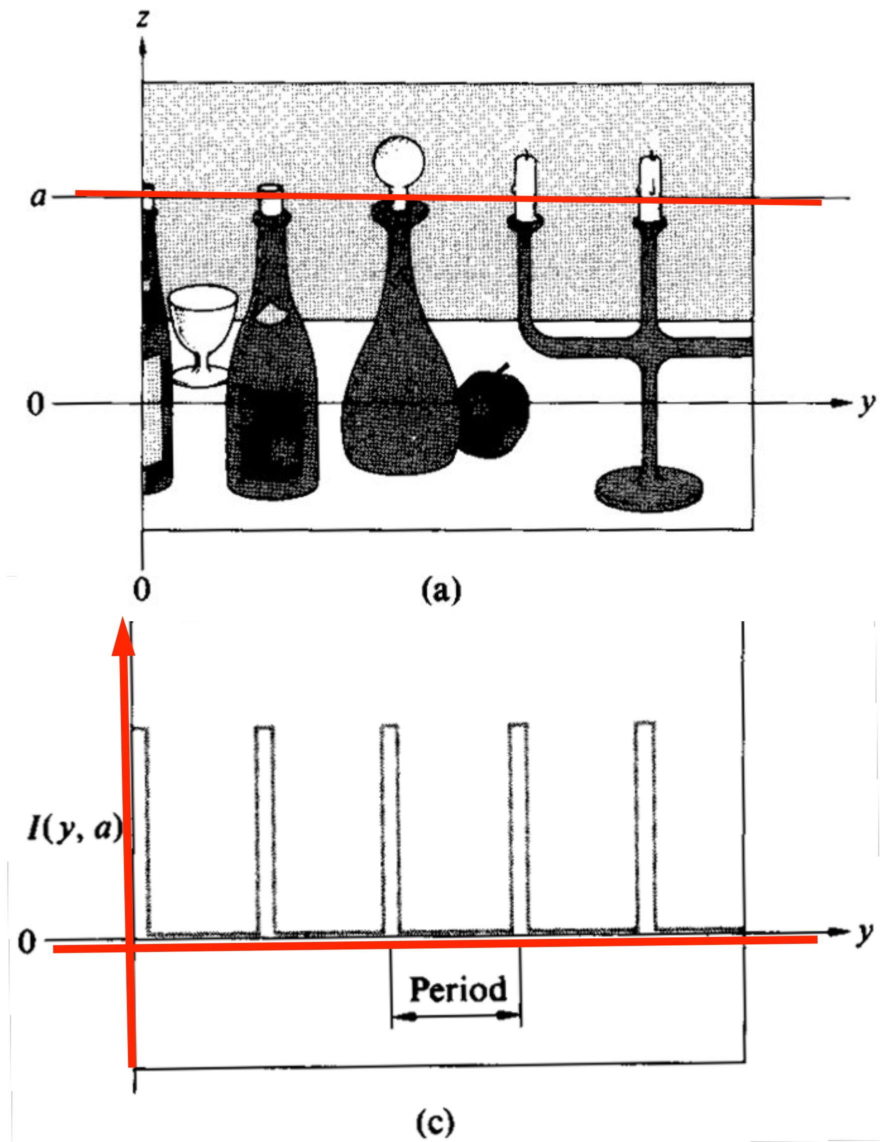
- Há um valor de intensidade **I** para cada ponto da imagem.
- Como se comporta **I** ao longo do eixo **z=0**?



- A função **I(y,0)** é uma superposição de "ondas quadradas" que se pode representar por uma série de funções harmônicas usando a técnica de análise de Fourier.

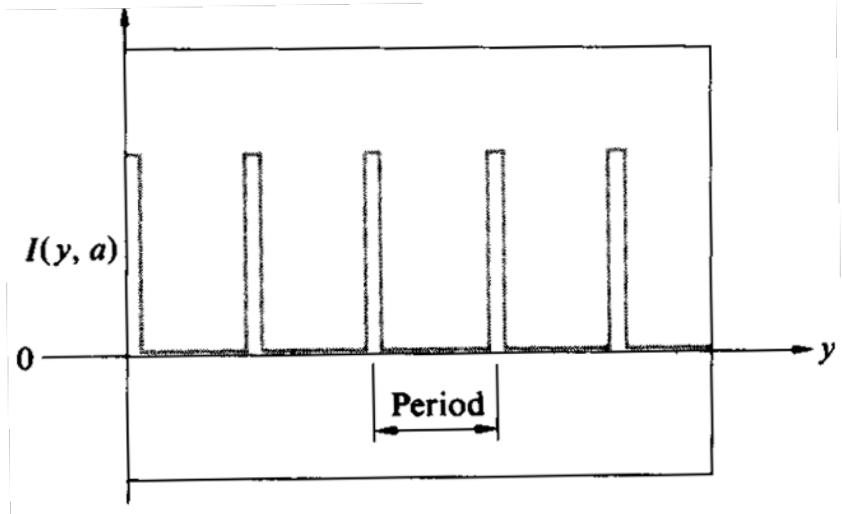
Freqüências Espaciais

- Para ficar mais fácil de se compreender: vamos ver o que acontece em uma outra linha, **z=a**:
  - Essa função agora é uma série de pulsos retangulares igualmente espaçados, que pode ser descrita por uma série de funções harmônicas que são as suas componentes de Fourier.



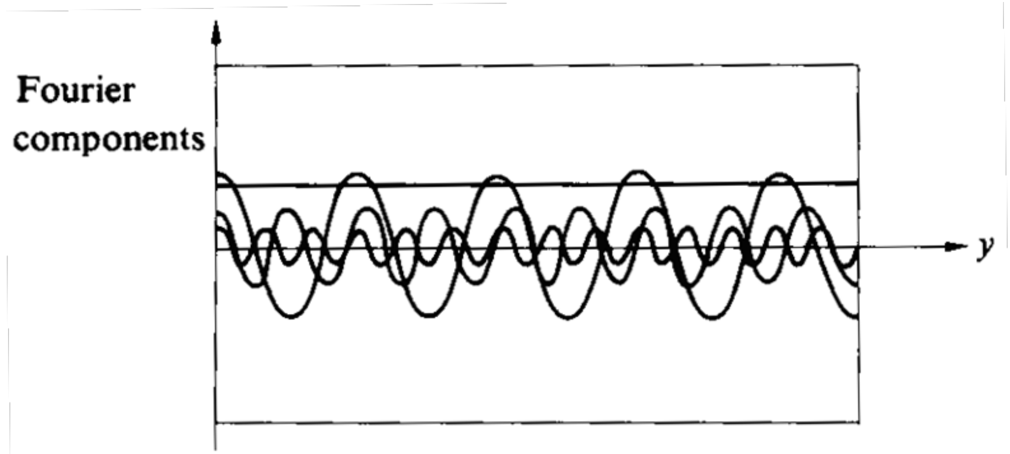
Espectro de Fourier

- Se os pulsos retangulares estão separados, centro a centro, por intervalos de, digamos, **1cm**:
  - o **período espacial** é igual a **1cm**;
  - seu inverso é a **freqüência espacial** que é igual a **1 ciclo por centímetro**.



(c)

Esses são os conceitos básicos da óptica de Fourier. Vamos aplicá-la para entender melhor.



(d)

Ótica de Fourier

- Pode ser demonstrado (Optics cap 11, seção 11.3) que a figura de difração de Fraunhofer, ou difração de campo distante, de uma abertura está relacionada à transformada de Fourier da função da abertura.

- A função da abertura é uma função que descreve as variações de fase e de amplitude produzidas pela abertura na onda plana que nela incidiu.

Difração de Fraunhofer:

- Para cada ponto da **figura de difração** há uma freqüência espacial correspondente (ou seja um $\mathbf{k_x}$ e um $\mathbf{k_y}$) e o campo difratado é escrito como:

$$\hat{E}\left(k_x, k_y\right) = \iint \varepsilon\left(x, y\right) e^{-j\left(k_x x + k_y y\right)} dx dy$$

- Isso quer dizer que a <u>distribuição de campo elétrico na figura de difração de Fraunhofer é a transformada de Fourier da distribuição do campo elétrico na abertura.</u>

- Essa distribuição é dada pela transformada inversa:

A função da abertura é prop ao campo incidente transformado pelo objeto/ fenda/lente/etc, onde ocorre a difração.

$$\varepsilon\left(x, y\right) = \frac{1}{2\pi} \iint E\left(k_x, k_y\right) e^{j\left(k_x x + k_y y\right)} dk_x dk_y$$

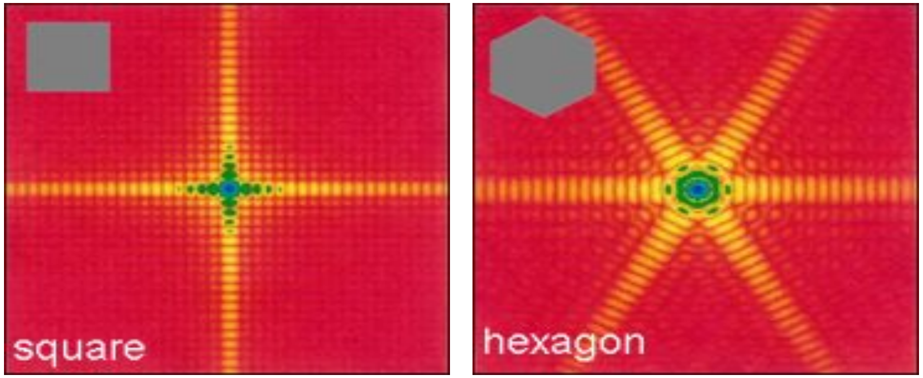
Difração e Transformada de Fourier

- Resumindo, a figura de difração está relacionada à transformada de Fourier do objeto iluminado.

$$\hat{E}\left(k_x, k_y\right) = \iint \varepsilon\left(x, y\right) e^{-j\left(k_x x + k_y y\right)} dx dy$$

A intensidade luminosa, que é o quadrado de E, está diretamente relacionada às componentes da T.F. para cada freqüência espacial.

A difração é a TF do campo elétrico, mas medimos a intensidade, que é prop a E^2

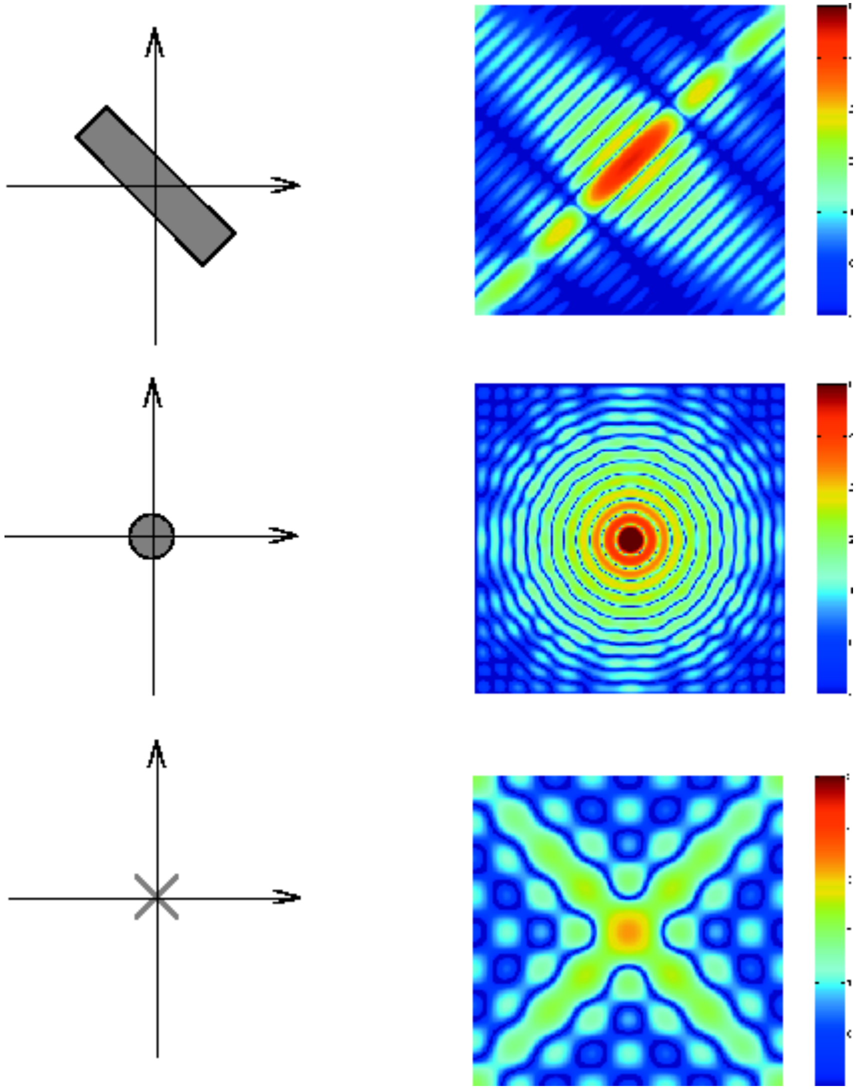


$$\hat{E}(\vec{R}) \rightarrow \hat{E}(R_x, R_y) \rightarrow \hat{E}(k_x, k_y)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \begin{cases} k_x = k \sin\theta \cos\phi \\ k_y = k \sin\theta \sin\phi \end{cases}$$

Transformadas de Fourier

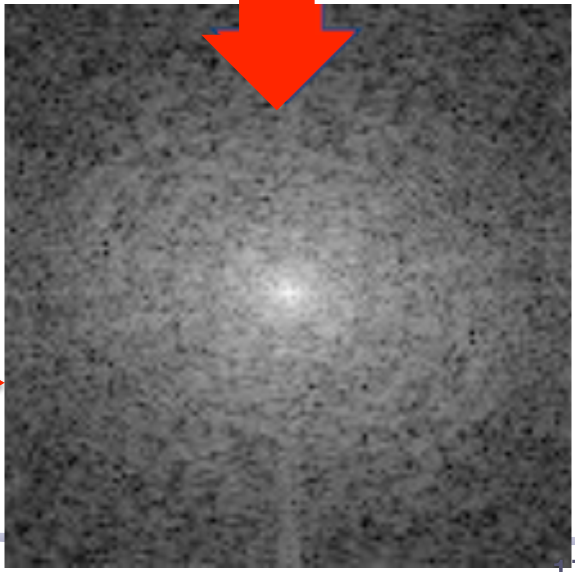
- Portanto há uma relação geométrica e quantitativa entre a forma e sua transformada, isto é, entre a figura de difração e o objeto que a gerou



Transformadas de Fourier

- Mesmo em figuras mais complicadas há uma relação geométrica entre a forma e sua transformada, embora seja mais sutil.

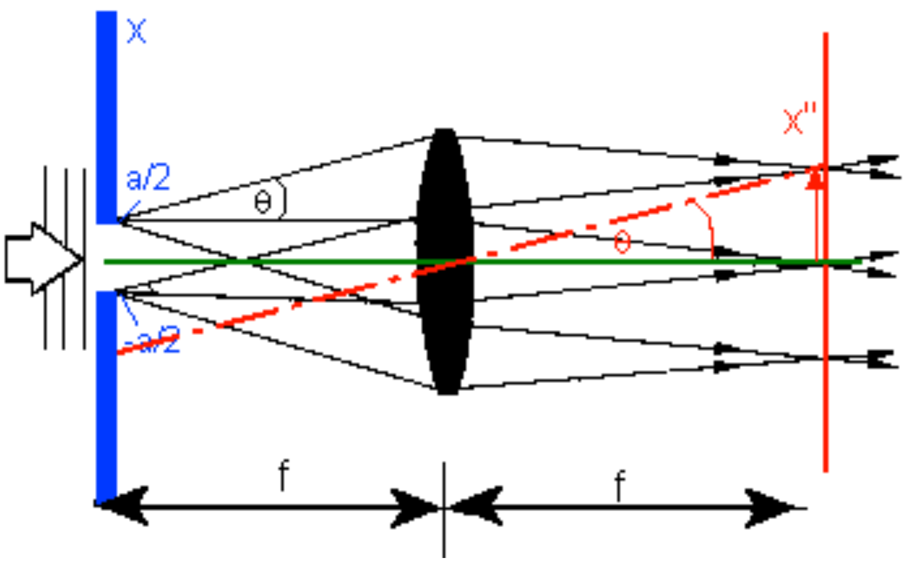
Jean Baptiste Joseph Fourier
21 March 1768 in Auxerre, Bourgogne, France
16 May 1830 in Paris, France



É a transformada de Fourier do Fourier...

Computador ótico

- Para que a lente produza a transformada de Fourier da **função da abertura** do objeto é preciso:
  - que o objeto seja iluminado por ondas planas (laser)
  - que o objeto esteja no plano focal anterior da lente (o=f)

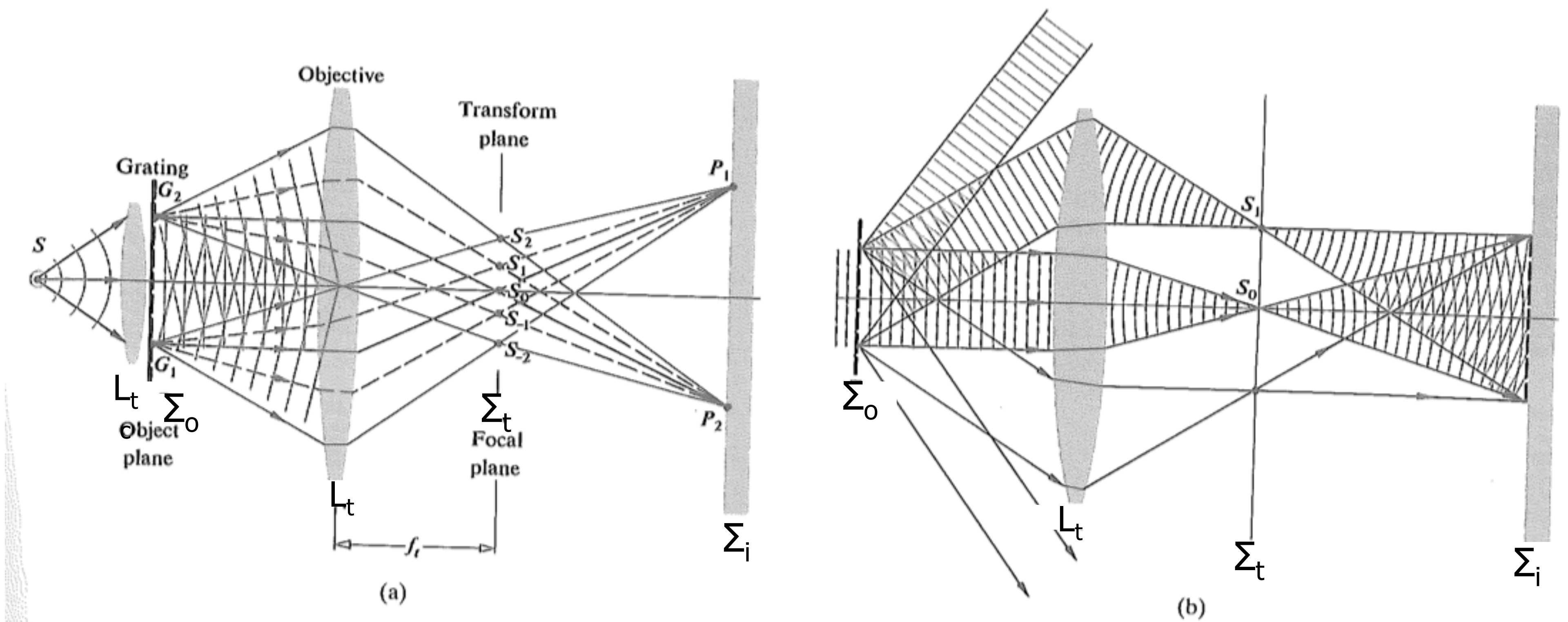


A “transformada” vai aparecer no plano focal posterior da lente

Computador ótico: formação da imagem

- Ondas planas incidem numa grade e são difratadas. A frente de onda resultante pode ser resolvida em conjuntos de ondas planas, um para cada ordem, m=0,±1,±2.. Elas atingem a lente Lt (lente da transformada) que forma a imagem da grade no plano imagem Σi:

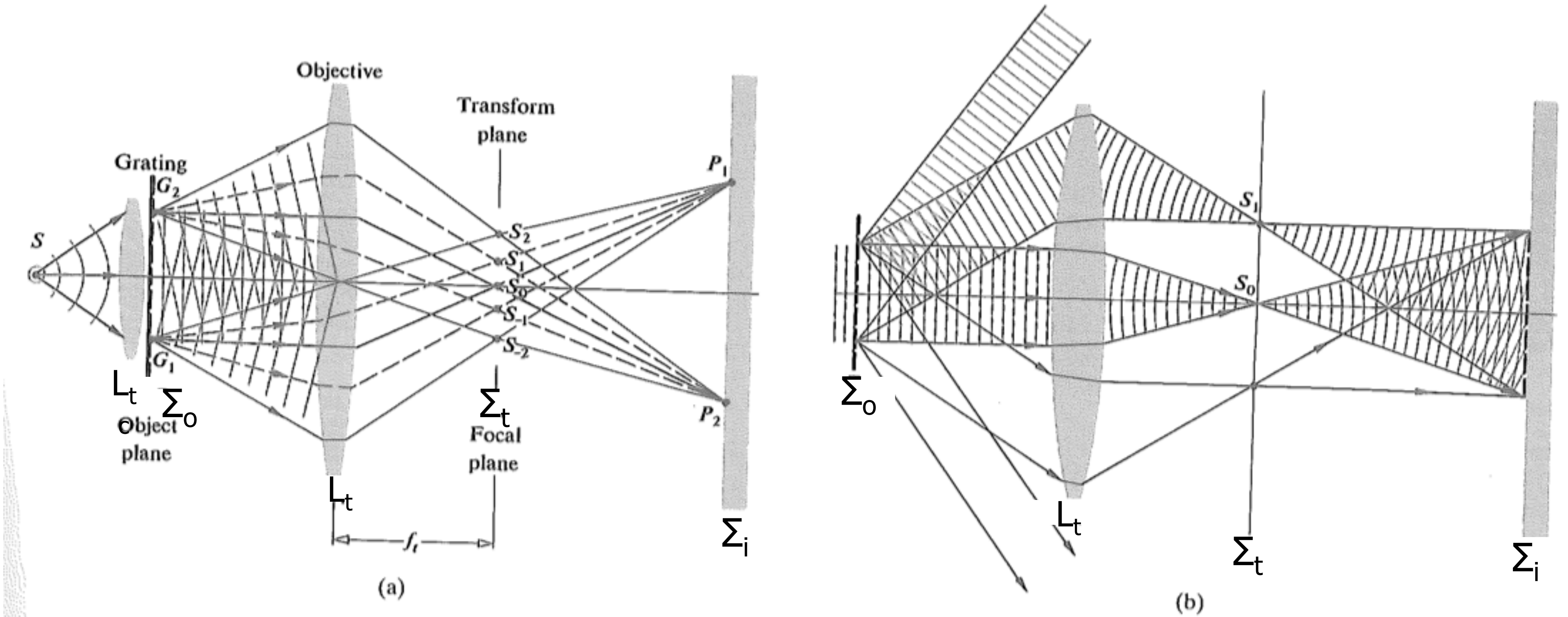
P_1 e P_2 são a imagem de G_1 e G_2:



Teoria de formação da imagem de Abbe Optics cap 13.2.2

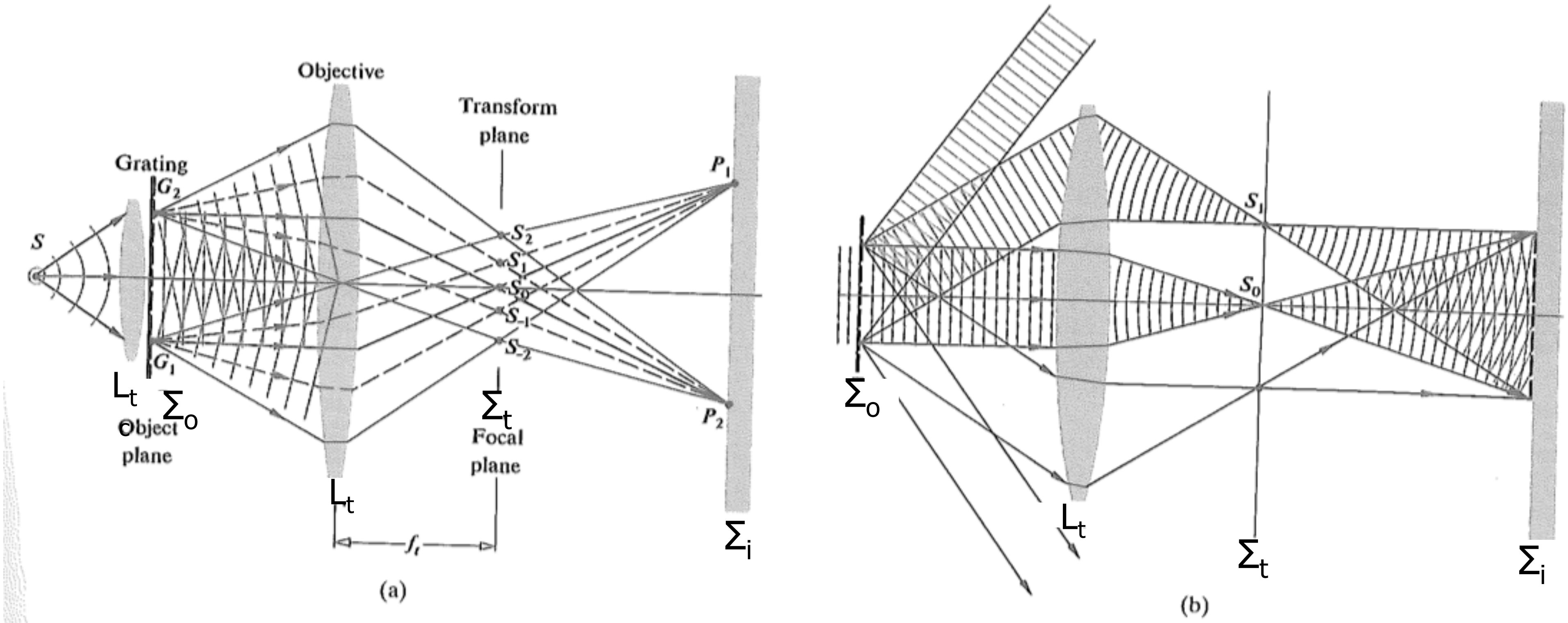
Computador ótico: formação da imagem

- Os raios que formam a imagem cruzam o plano focal de Lt, Σt, em S_0,S_1,S_2,etc formando a imagem de difração de Fraunhofer. Podemos imaginar que cada ponto S_0,S_1,S_2..no plano Σt seja um emissor pontual de ondas esféricas



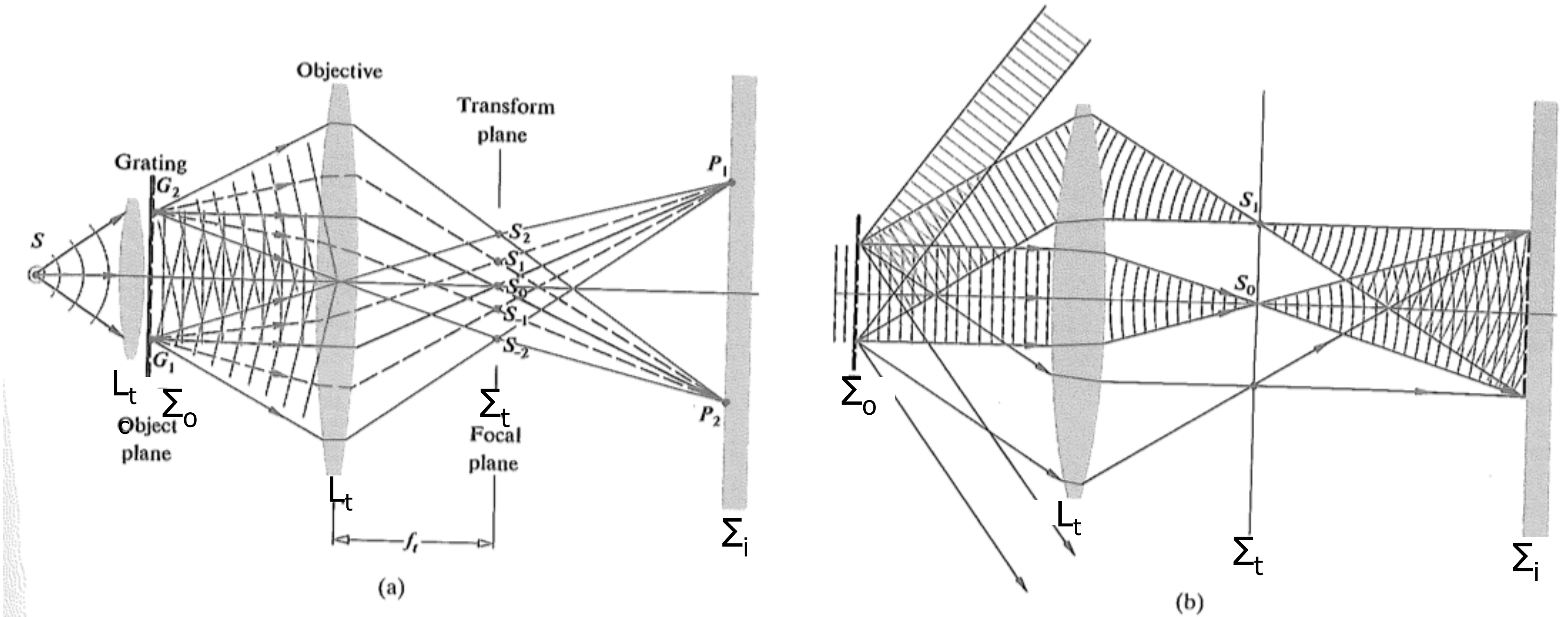
Computador ótico: formação da imagem

- E que essas ondas vão interferir e formar uma imagem de difração no plano Σi que é a imagem da grade. Isso foi possível graças à lente Lt.



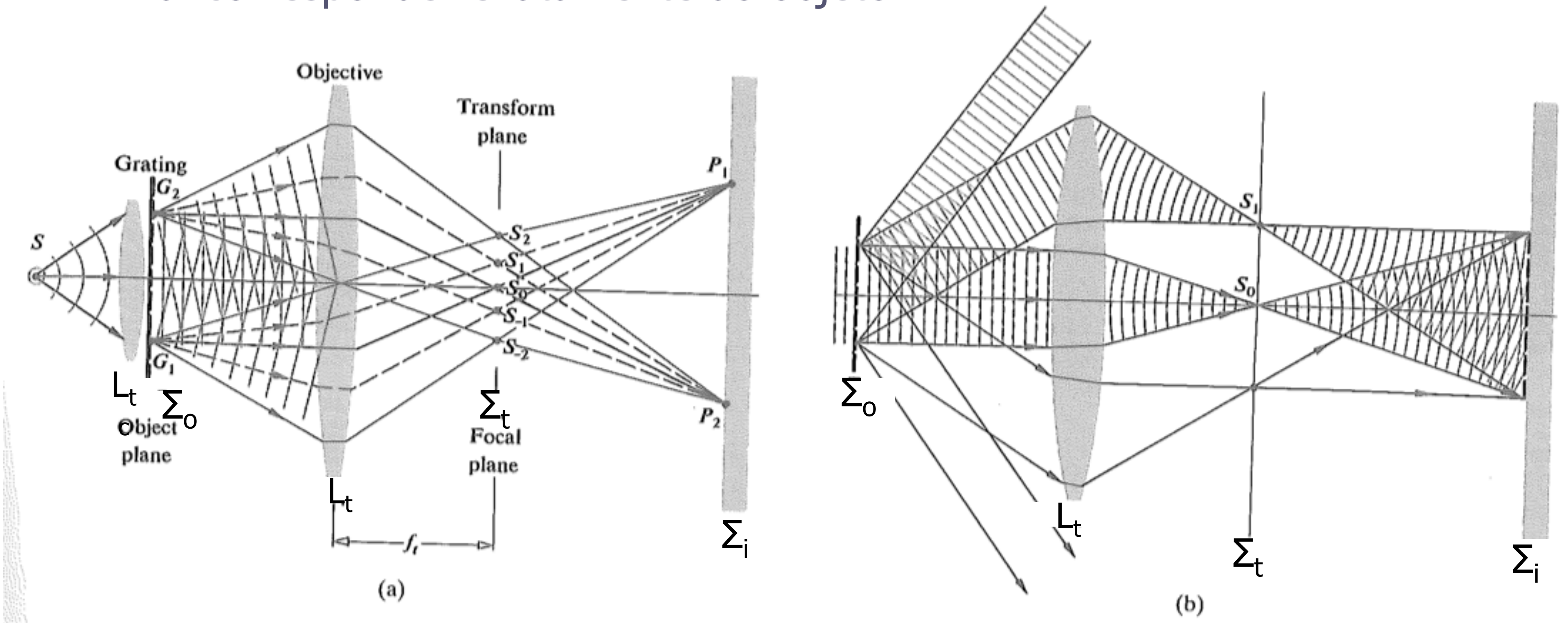
Computador ótico: formação da imagem

- Em outras palavras, a imagem em Σi apareceu devido a uma dupla difração: a onda plana incidente é difratada pelo objeto e essa onda é difratada de novo pela lente Lt, formando a imagem em Σi.



Computador ótico: formação da imagem

- Se a lente Lt não estivesse presente a imagem de difração do objeto apareceria no plano imagem Σi, no lugar da imagem. Veja que se nem todos os raios luminosos que partem do objeto atingem a lente Lt, como na figura (b), parte da informação é perdida e a imagem não vai corresponder exatamente ao objeto



Computador Ótico

- A imagem de difração do objeto se forma no plano focal posterior da lente. E é proporcional à transformada de Fourier da distribuição do campo elétrico no objeto.

$$\hat{E}(k_x, k_y) = \iint \varepsilon(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

$$\varepsilon(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint E(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

A transformada da transformada é a própria função!

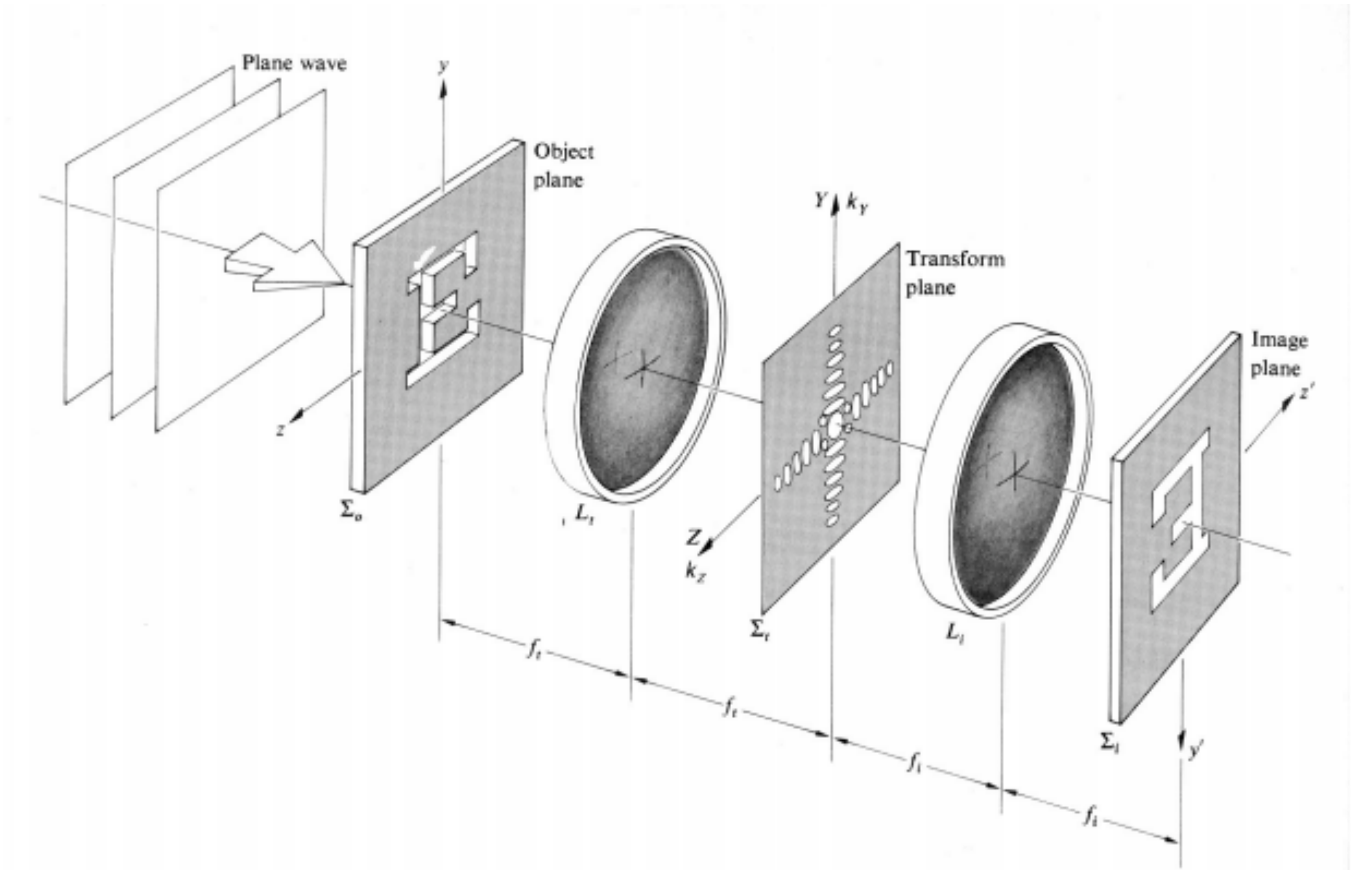
  - se colocarmos esta **TF** como objeto de uma 2ª lente, a imagem da 2ª lente será a imagem original do objeto!
  - A imagem recomposta aparece no plano focal posterior da 2ª lente.

Computador Ótico

$$\hat{E}(k_x, k_y) = \iint \varepsilon(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

$$\varepsilon(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint E(k_x, k_y) e^{j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

A transformada da transformada é a própria função!

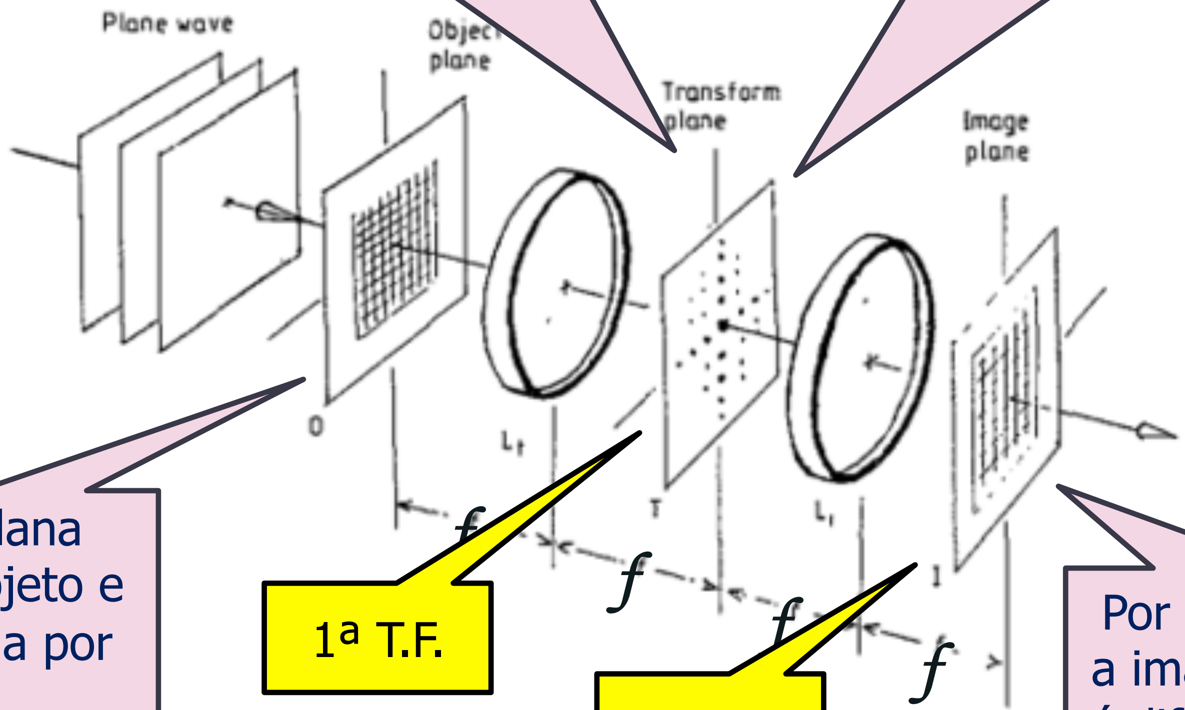


TF como objeto de uma 2ª lente, a imagem da 2ª lente será a imagem original do objeto

Filtragem espacial

Toda a informação óptica da imagem original está na transformada de Fourier espacial.

Quando colocamos um anteparo nesta posição, bloqueamos algumas frequências espaciais.



A onda plana atinge o objeto e é espalhada por ele

1ª T.F.

2ª T.F.

Por isto, ao recompor a imagem, o resultado é diferente da imagem original, pois tiramos alguma freqüências.

Alguns exemplos

Filtro para fazer contorno

- Neste caso, remove-se as baixas frequências

Aumento de contraste

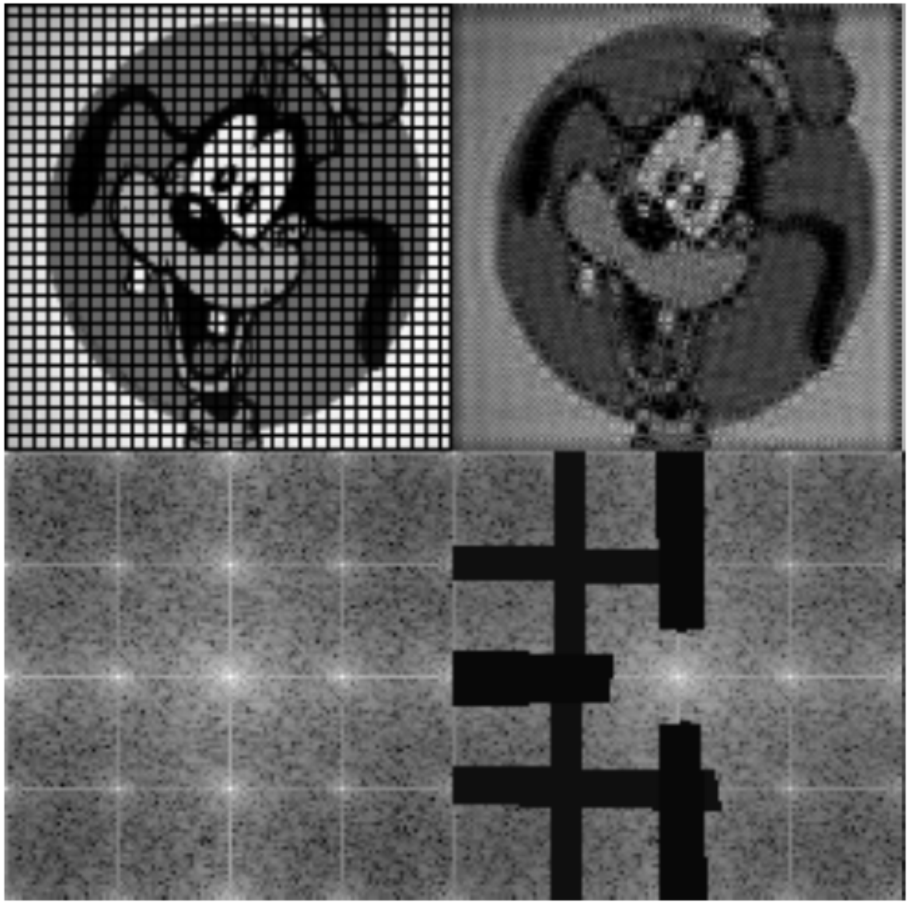
- Neste caso, amplia-se as altas frequências, que amplificam as bordas

Remoção de sombras

- Neste caso, a sombra possui estrutura muito característica em frequência

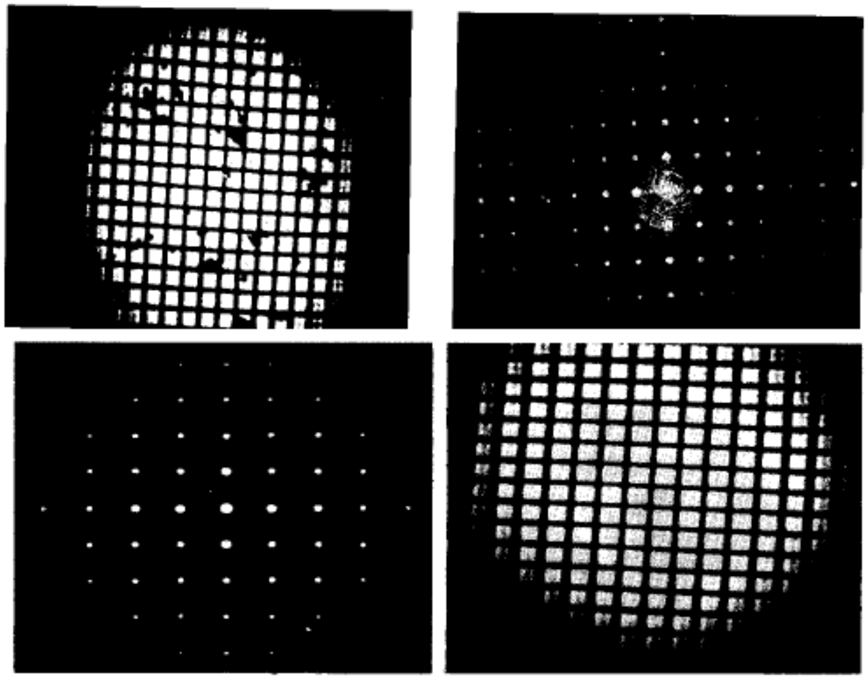
Outros métodos

- Por exemplo, remoção de uma estrutura espúria



Removendo impurezas de uma figura

- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a grade



Quando o interessante é a “sujeira”

- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a sujeira

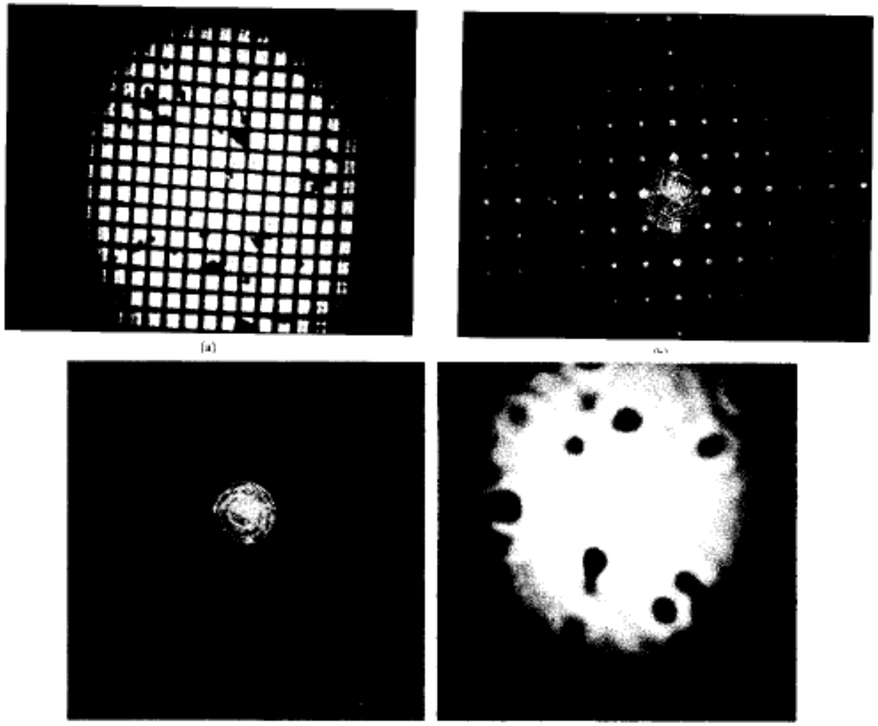
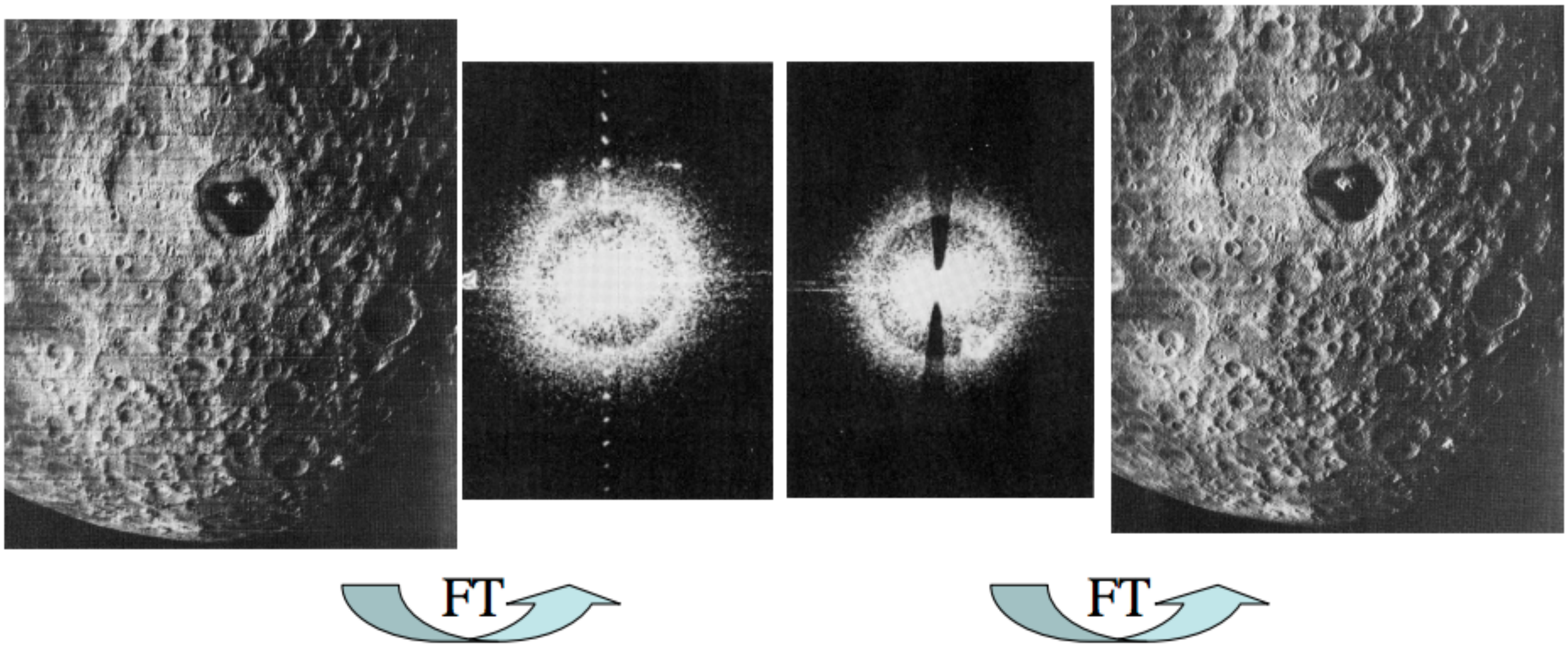
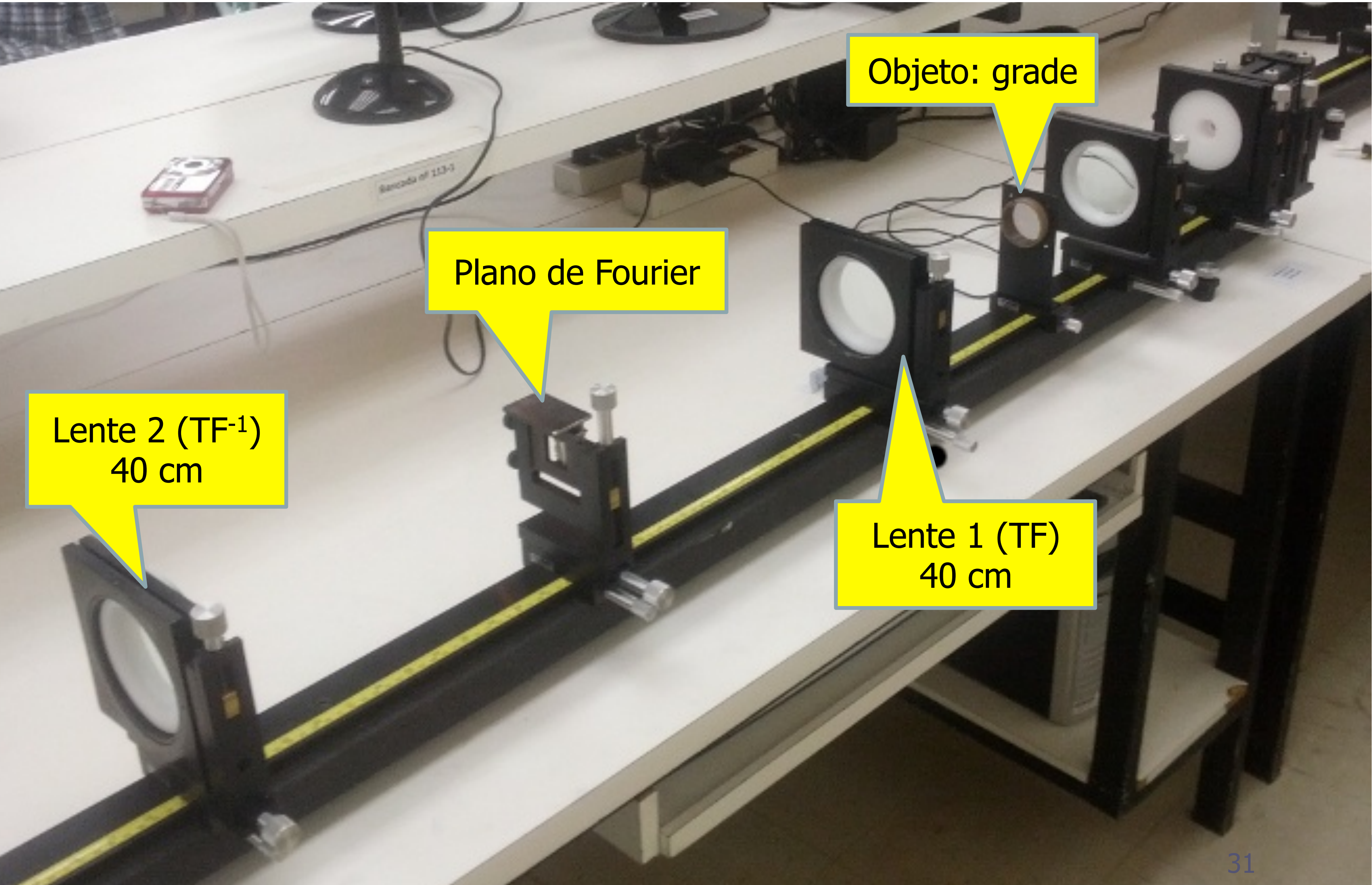


Foto da lua antes e depois de filtragem

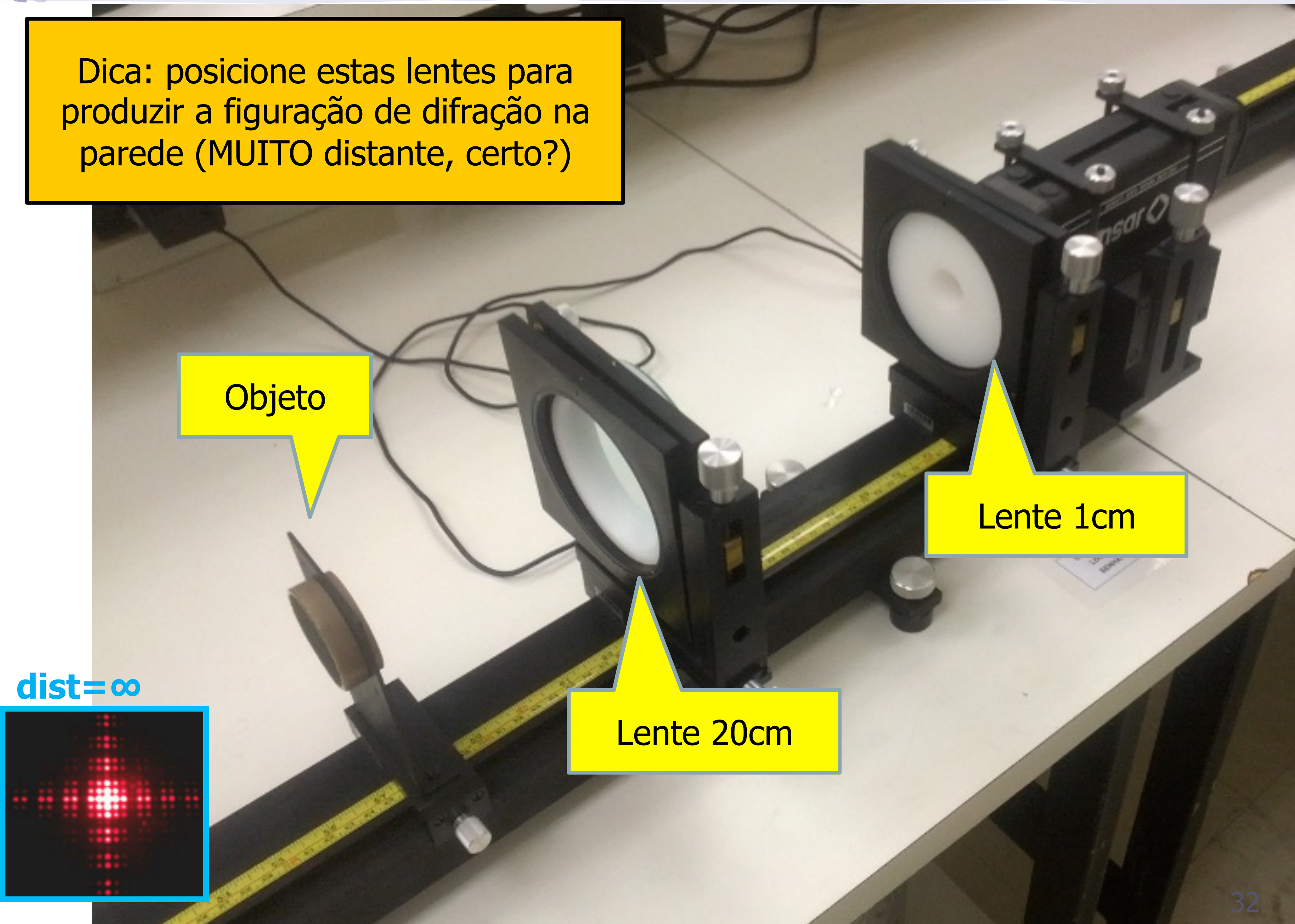
From Hecht, Handbook of Optics



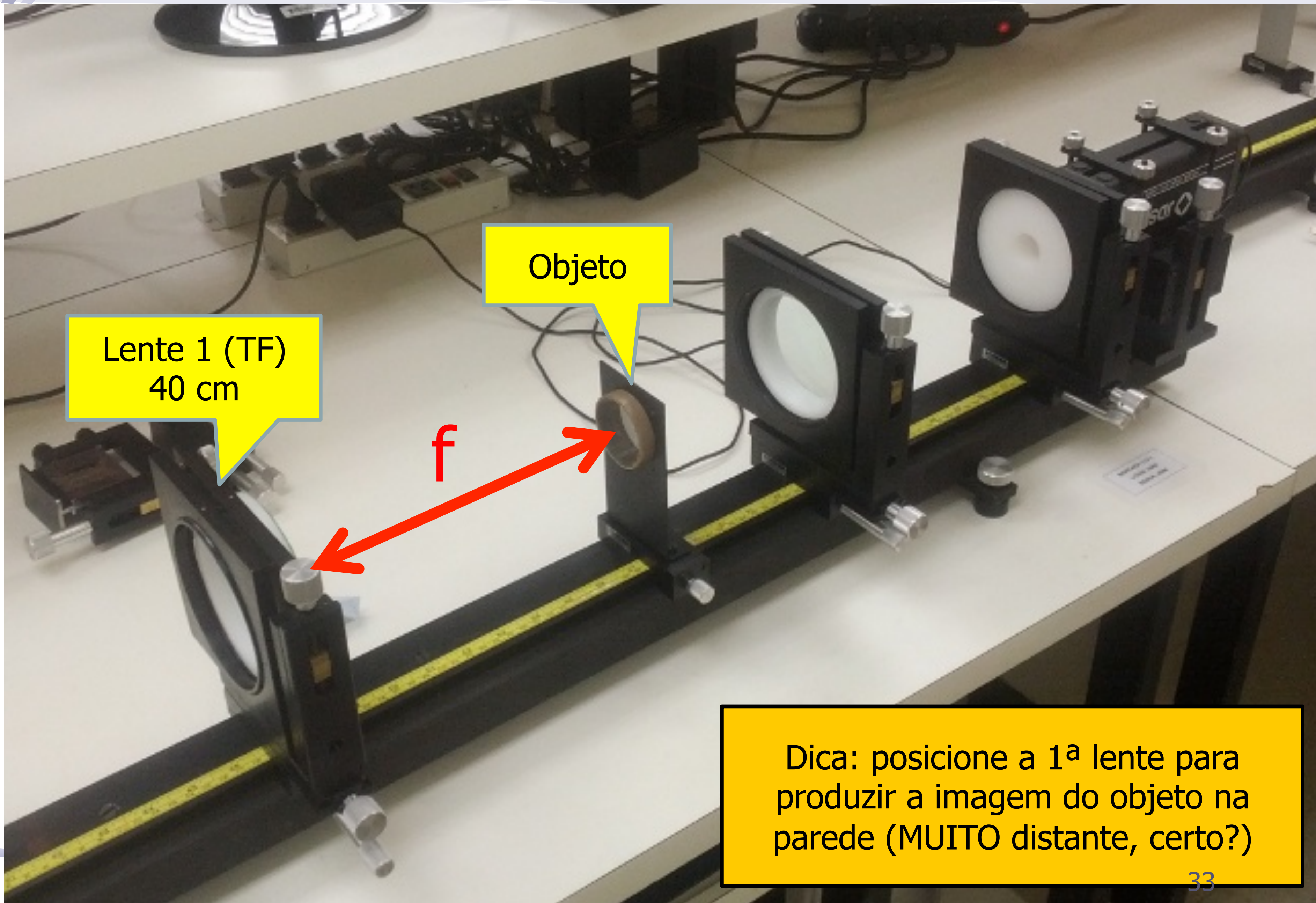
Computador Óptico



Iluminação do objeto

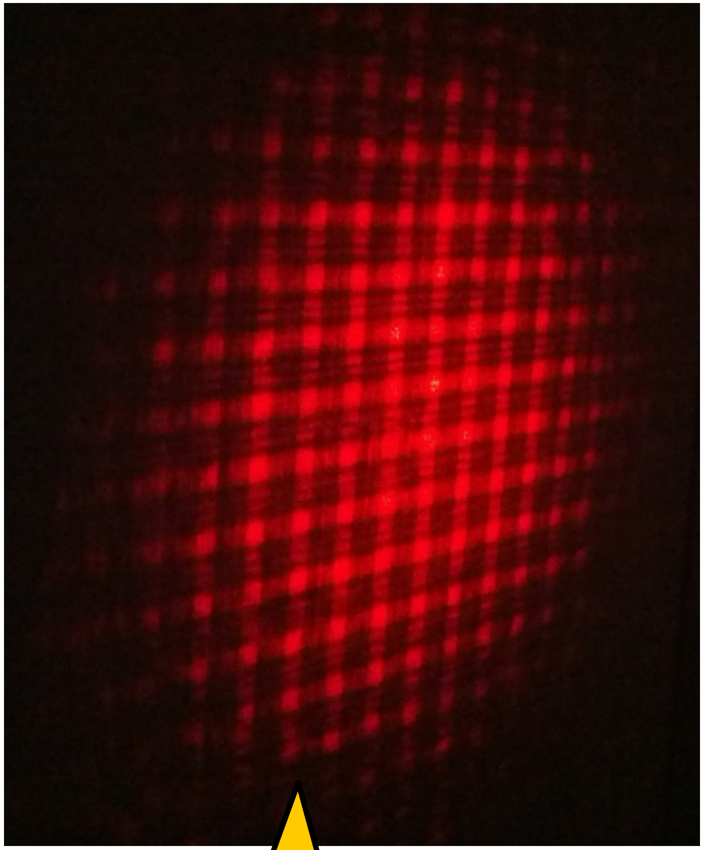


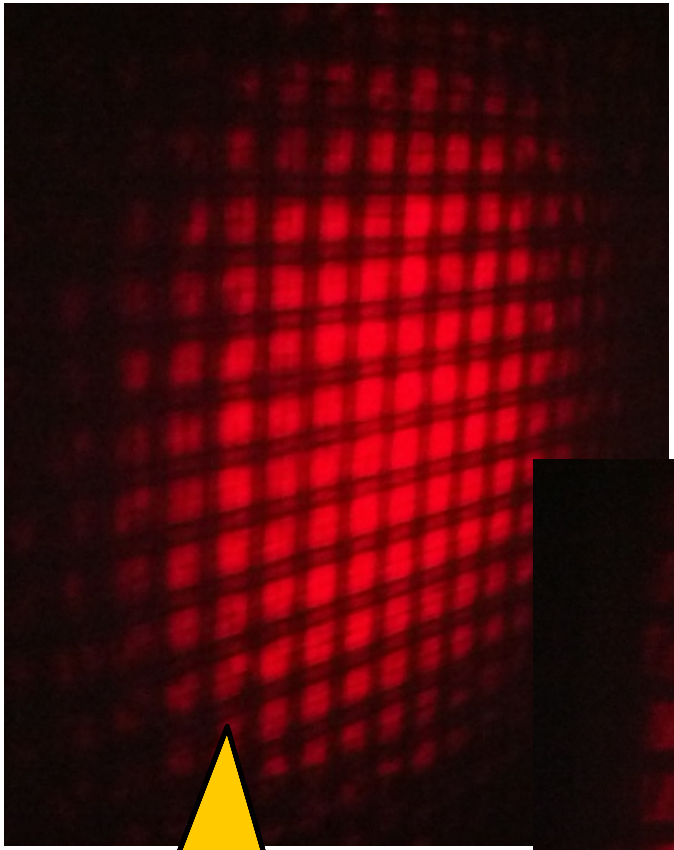
Posição da 1ª lente da T.F.

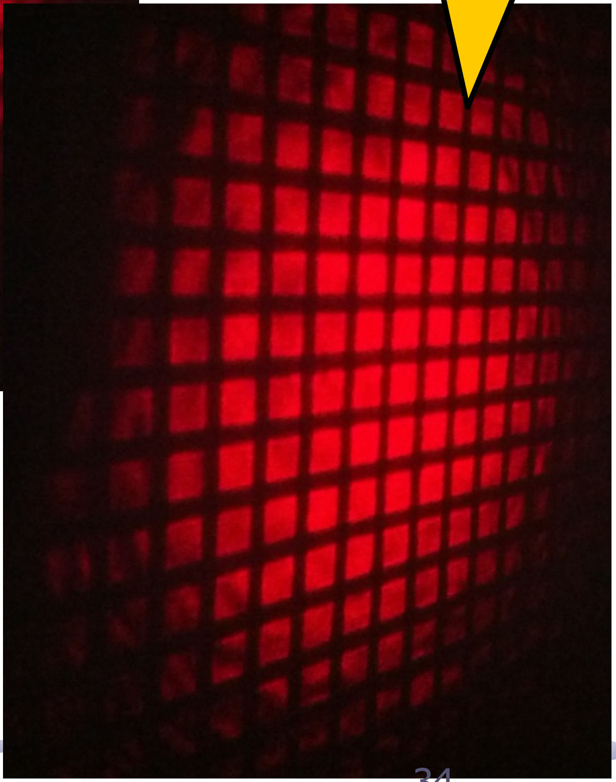


Dica: posicione a 1ª lente para produzir a imagem do objeto na parede (MUITO distante, certo?)

CUIDADO 1





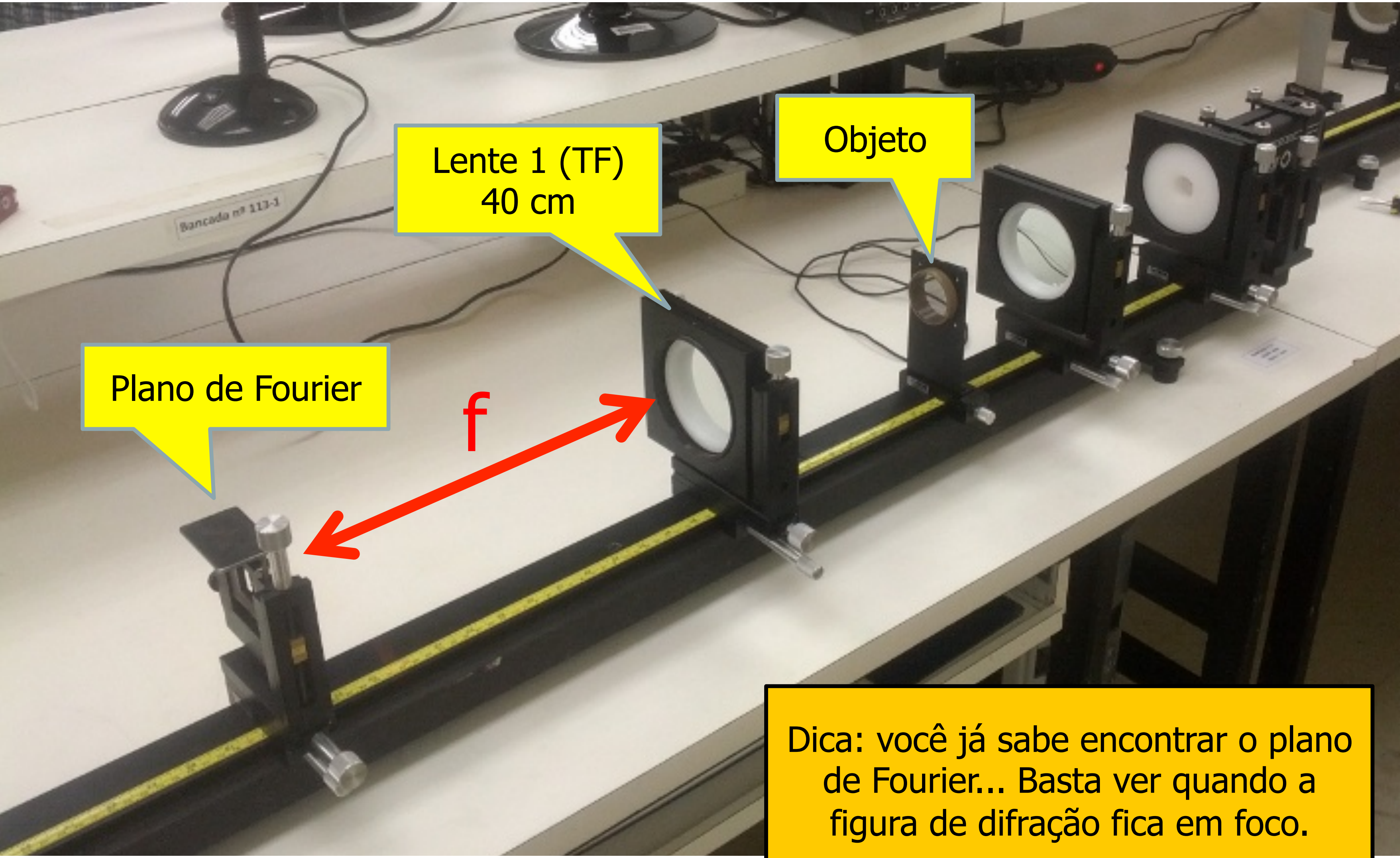


Perfeito

Totalmente fora de foco...

Ruim, vejam as linhas entre as quadriculas....

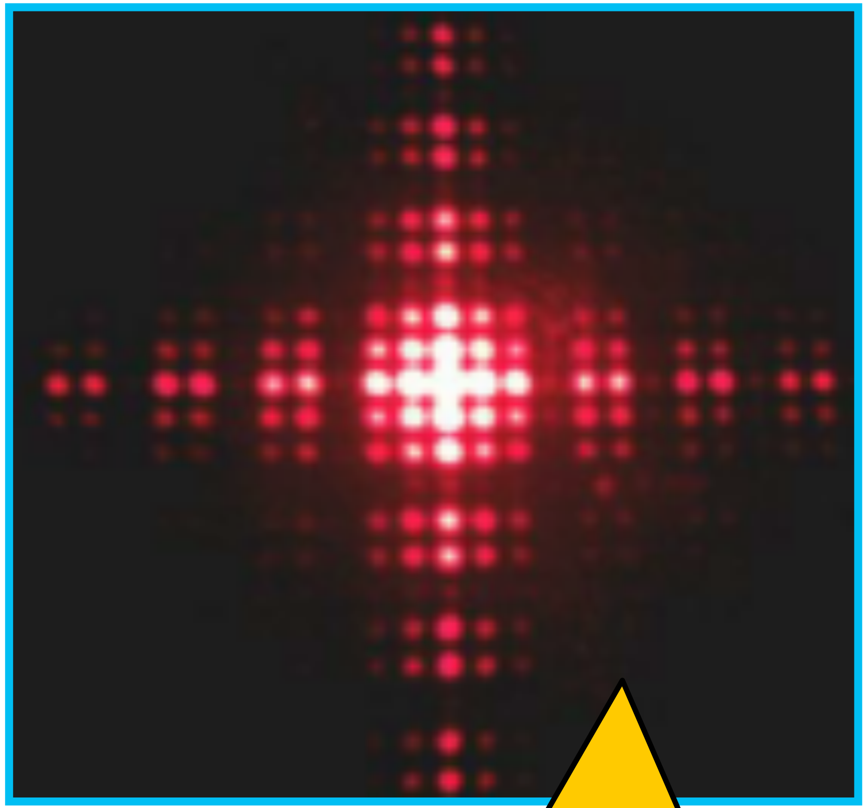
Posição do Plano de Fourier



Dica: você já sabe encontrar o plano de Fourier... Basta ver quando a figura de difração fica em foco.

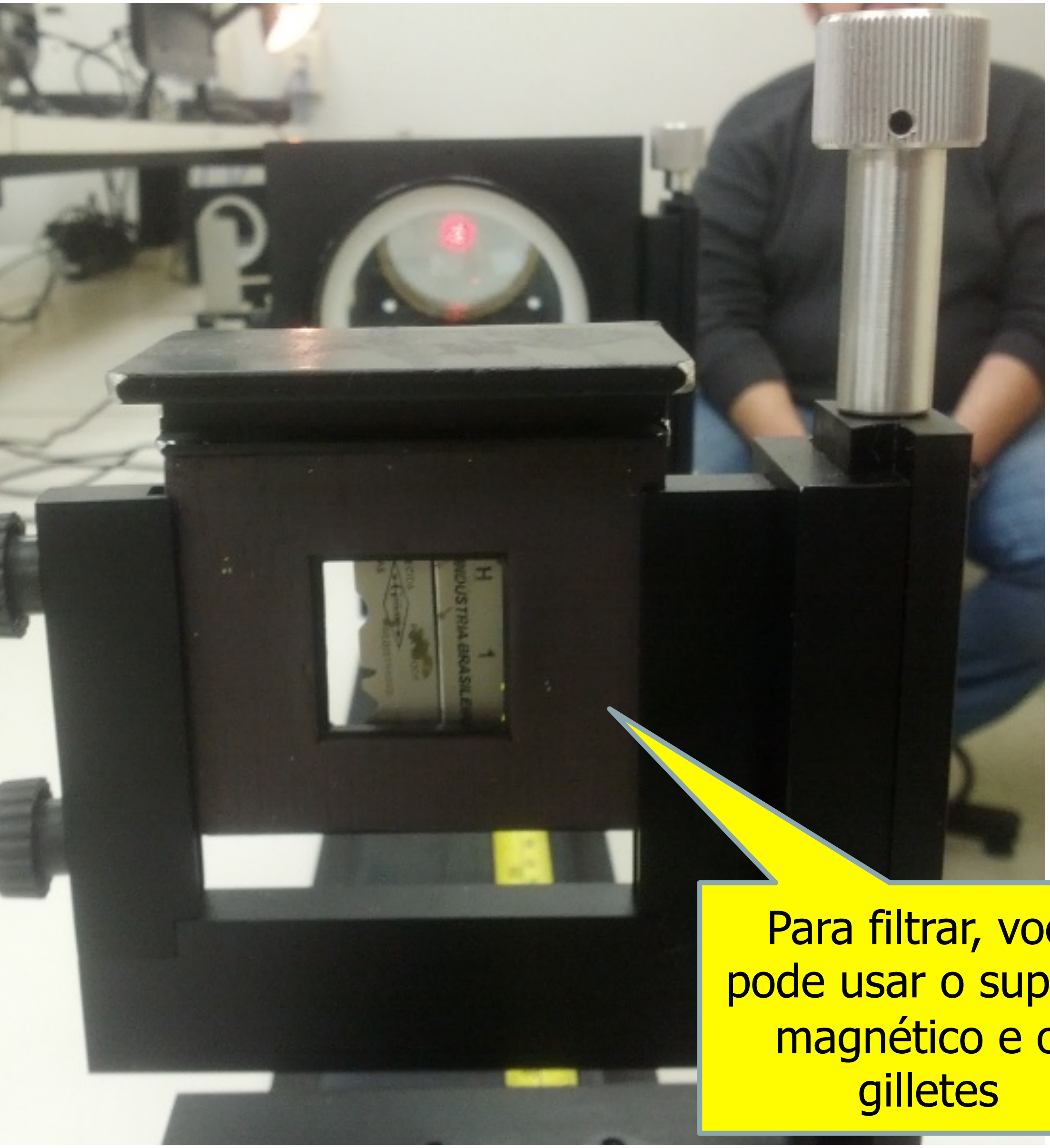
CUIDADO 2

Cuidado ao fotografar...
E na distância objeto-lente 1



Isso é que esperamos como difração de uma grade regular, certo?

Filtro



Para filtrar, você pode usar o suporte magnético e os gilletes

Use o botão de ajuste lateral para mover o suporte e "acertar" a filtragem

CUIDADO 3

- A fenda que funciona como filtro não pode:
- estar aberta demais ou aparecem ainda alguns padrões verticais
- estar fechada demais pq o feixe incidente começa a sofrer difração nessa fenda, apresentando máximos e mínimos
- A figura ao lado aparece com a abertura ideal e com todos os outros cuidados mencionados tomados.

//: objeto grade

- Inicio, ter figuras (fotos) como:

objeto	**imagem do objeto**	**transformada do objeto**

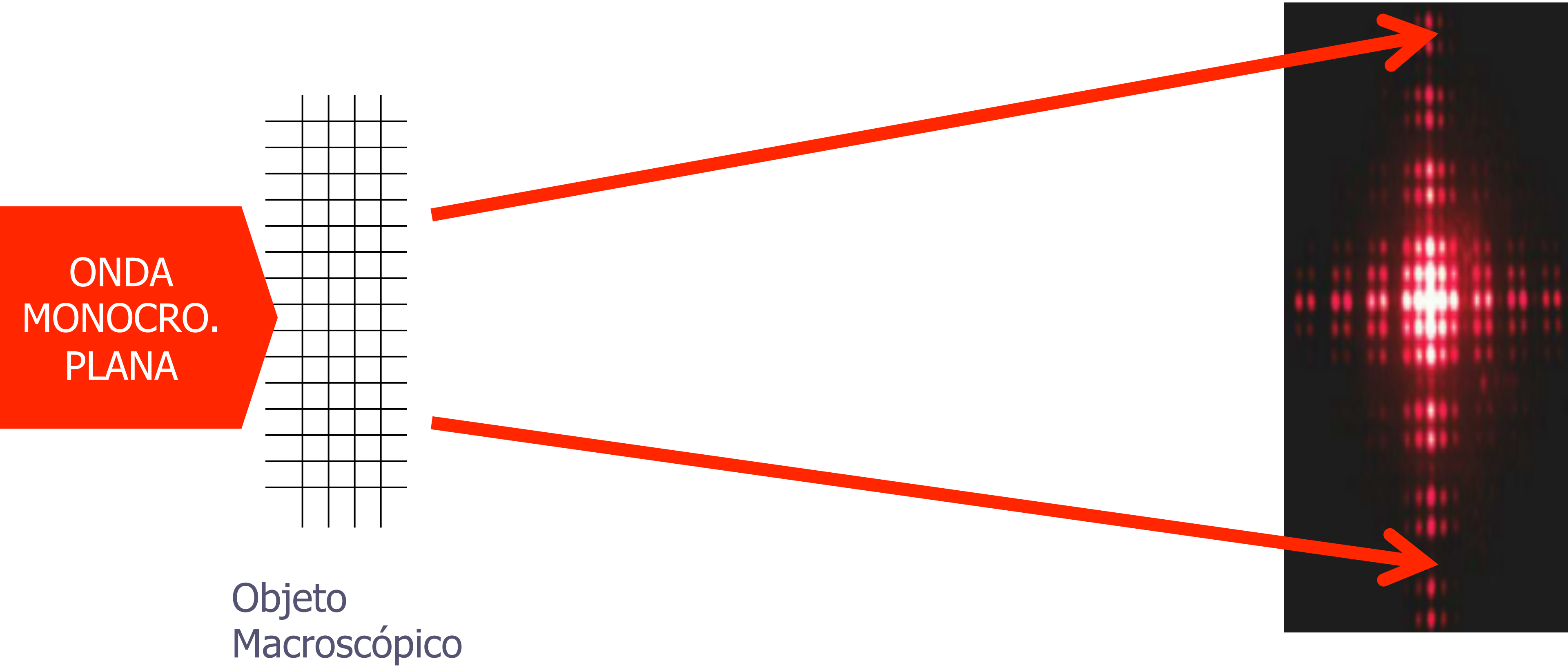
- Depois, para o filtro, outras figuras assim:

Imagem do objeto, sem filtro	**filtro aplicado na transformada**	**imagem filtrada do objeto**

- A partir das fotos, discuta no mínimo os seguintes pontos:
  - descreva o filtro e justifique sua escolha em termo das freqüência que são eliminadas e do papel delas na figura
  - compare a imagem do objeto (sem filtro) com a imagem filtrada

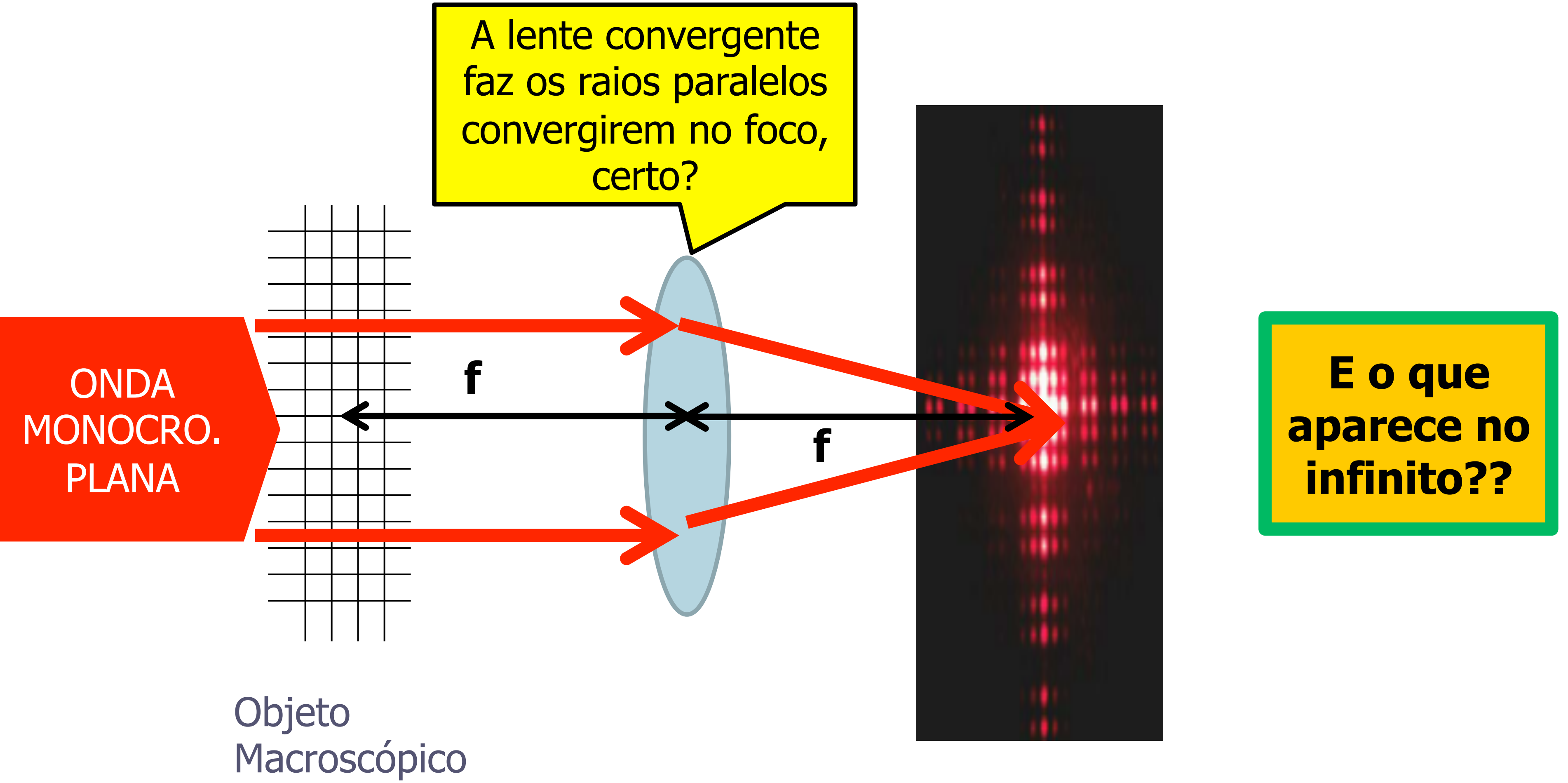
Fim

Outra maneira de entender (1)



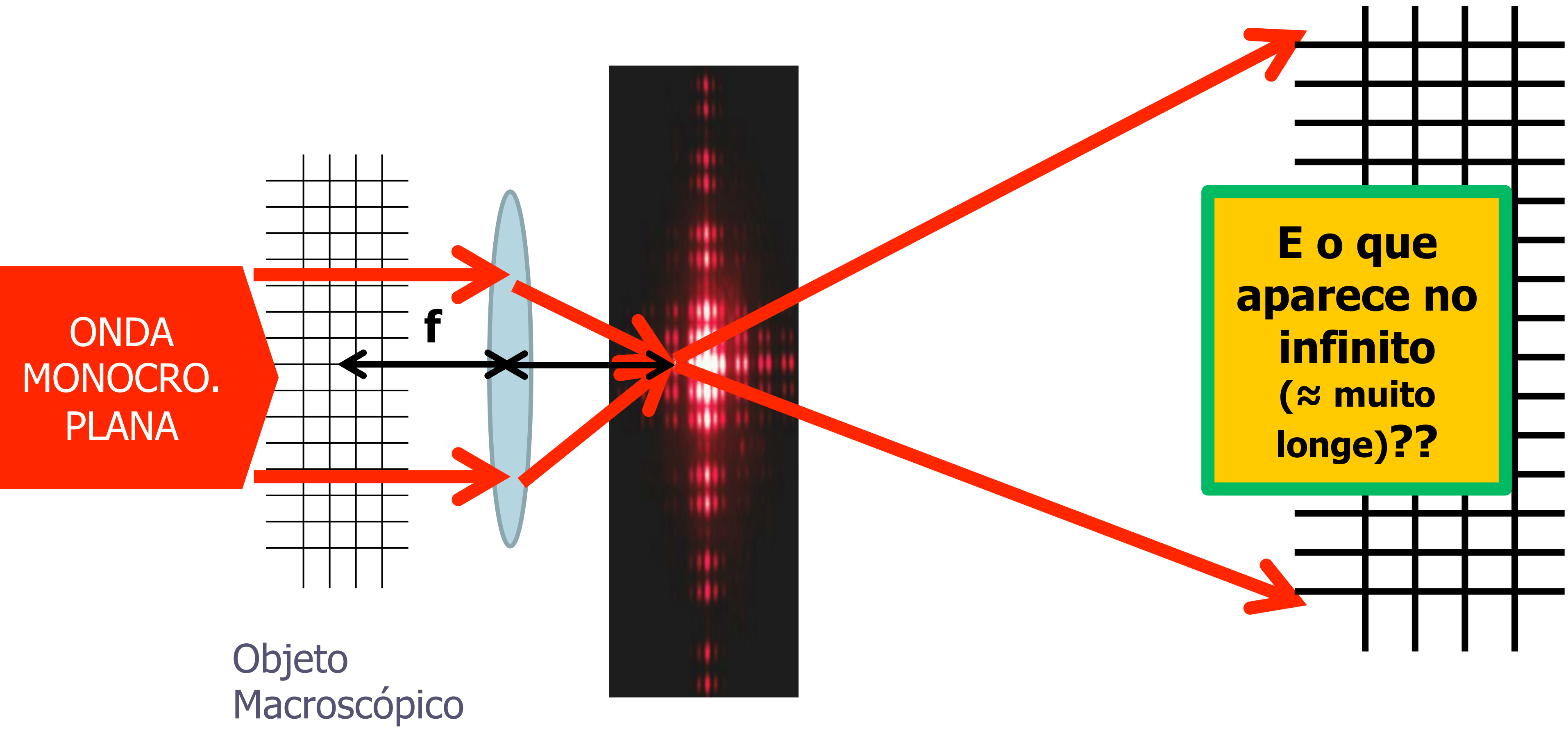
Pela condição de Fraunhofer, como o objeto é macroscópico, precisamos estar MUITO longe para observar a difração!!

Outra maneira de entender (2)



Agora, a condição de Fraunhofer é satisfeita em uma distância = foco

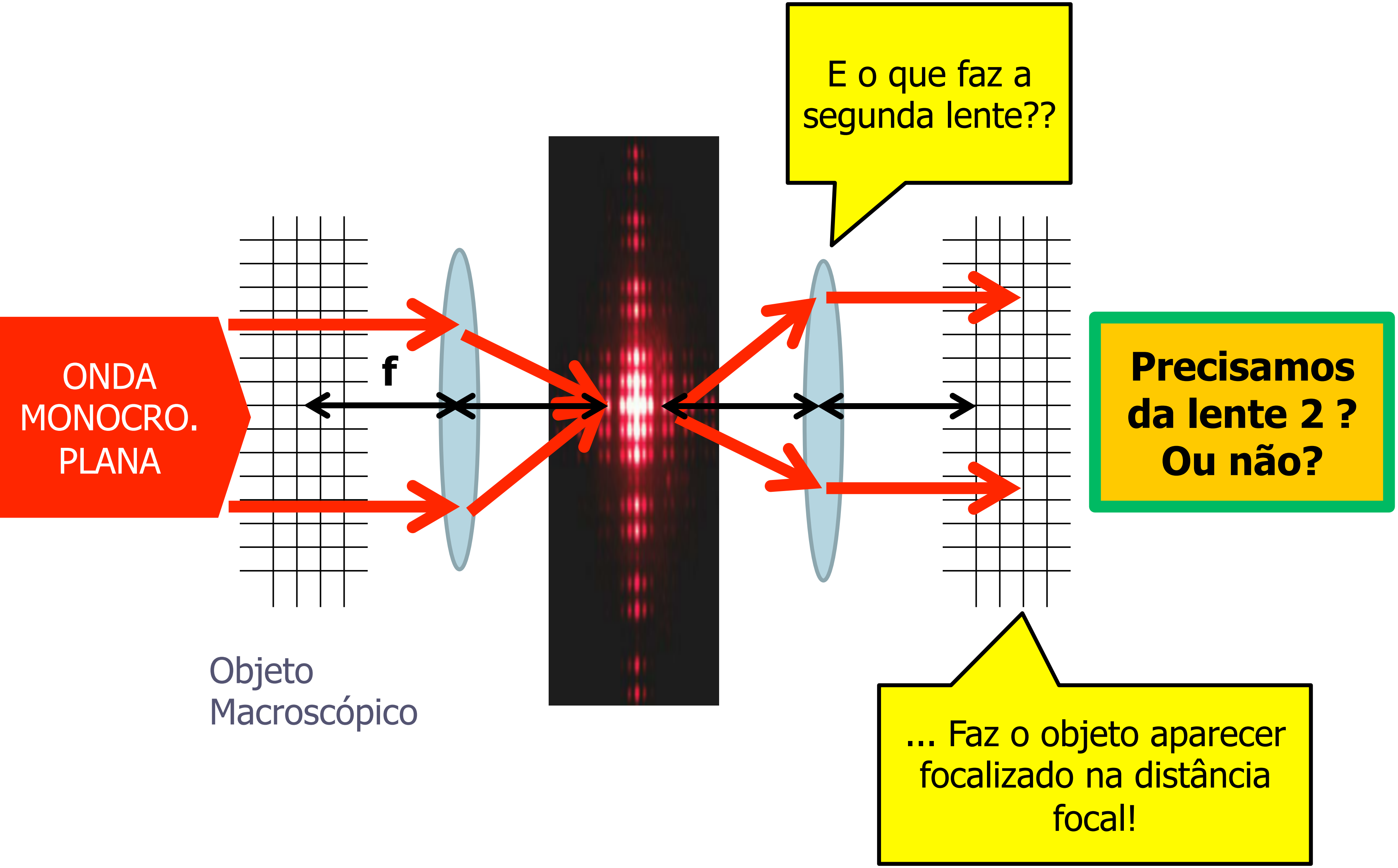
Outra maneira de entender (3)



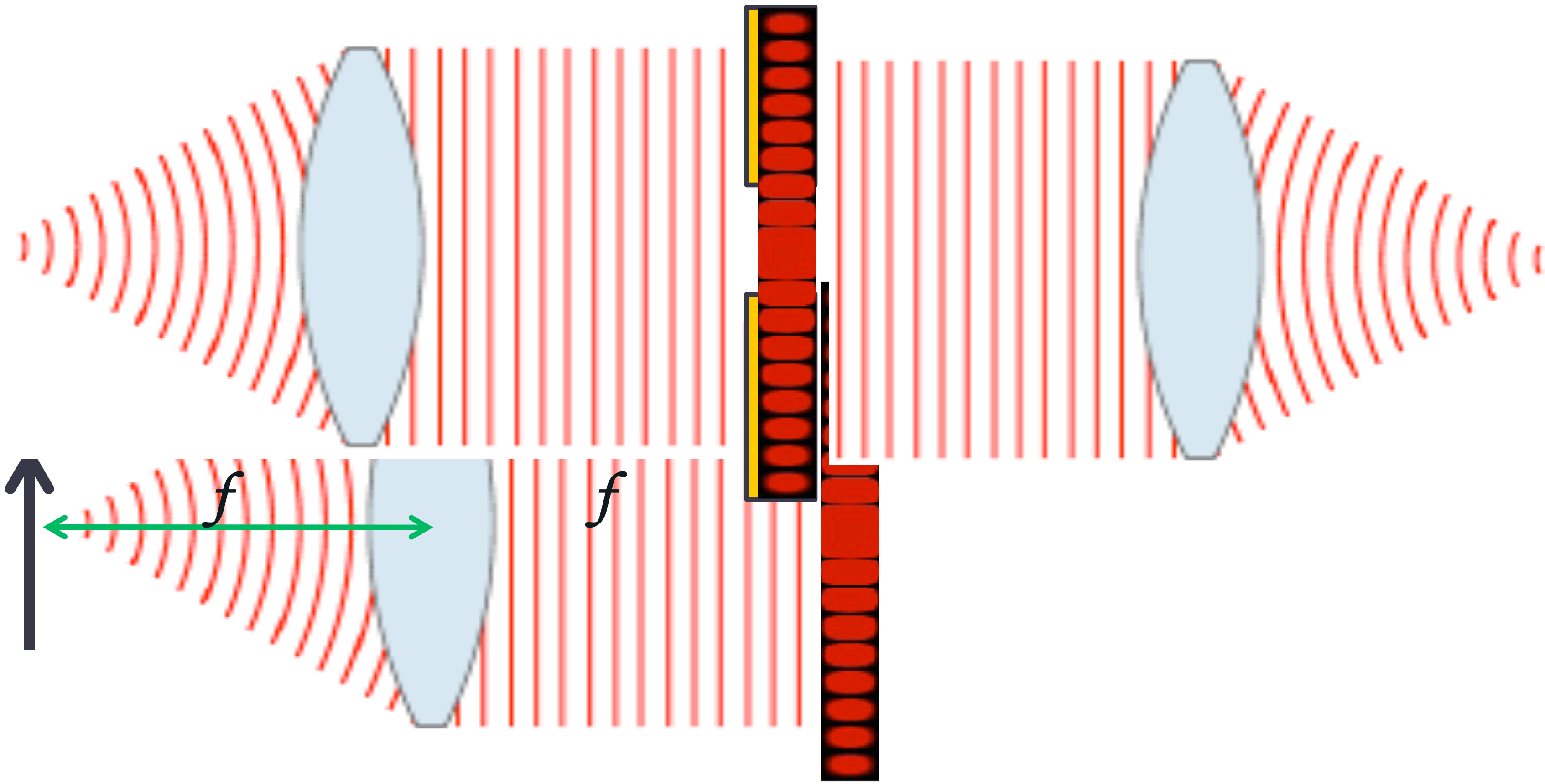
Tem que ser o objeto
ampliado! Afinal:

$$1/f = 1/i + 1/o$$

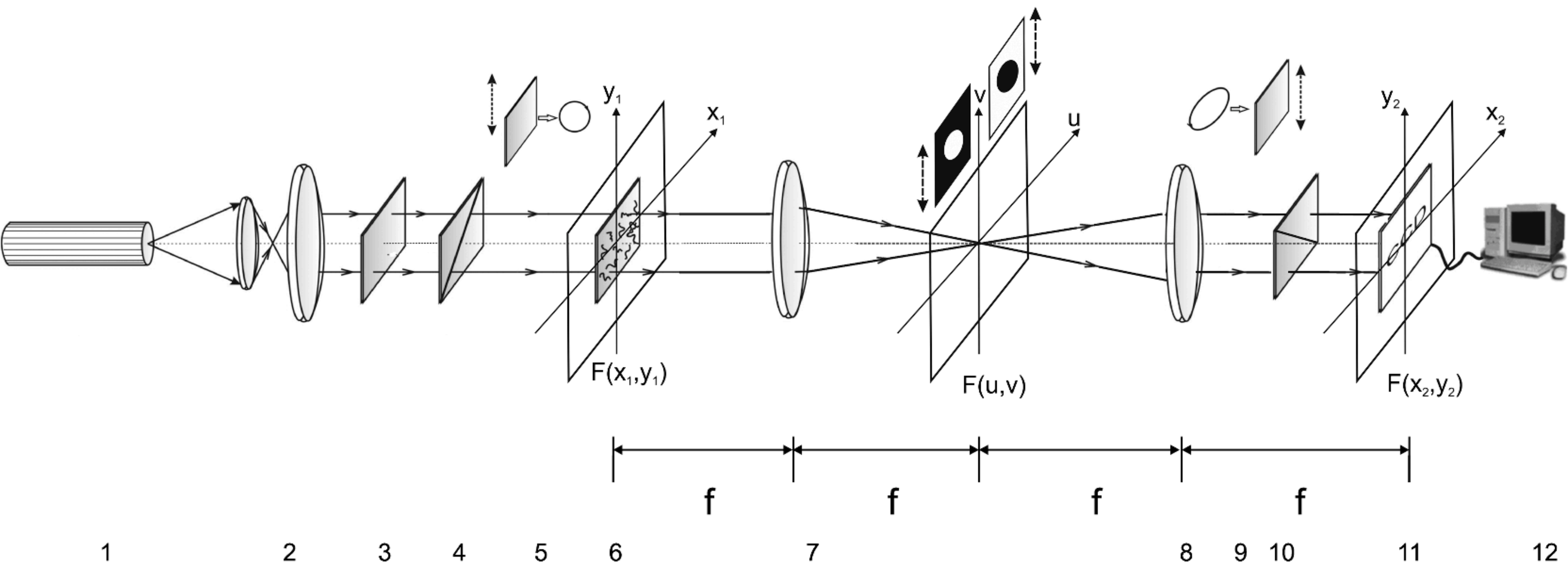
Outra maneira de entender (3)



- a



- a



Tarefa : Fenda

Faça as medidas usando a uma fenda como objeto:

- Fabricar uma fenda usando 2 lâminas gillette, você pode escolher a largura (é você que vai montar no suporte)
- Analise a transformada no plano de Fourier e fora dele. Quais são as diferenças? Você pode justificar qualitativamente a diferença, se houver?
- Compare com a figura da difração de 2 semanas atrás. Há diferenças? Sim? Não? comente....

//: objeto fenda

- Para discutir o "objeto fenda", pelo menos 4 figuras são necessárias:

objeto	**Imagem recomposta do objeto**
Figura de difração da fenda	**Transformada do objeto**

- A partir das fotos, discuta os seguintes pontos:
  - relacione a geometria do objeto com a da transformada
  - compare a foto do objeto com a da imagem recomposta (transformada inversa)
  - compare a transformada com a figura de difração da fenda