

Física Experimental IV

Segundo semestre de 2019

Aula 4 - Experimento II - semana 1

Página da disciplina:

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=70354>

10 de setembro de 2019

Experimento II - Óptica ondulatória - Análise de imagens



1 Experimento

- Experimento II
- Transformada de Fourier (TF)
- O computador óptico
- Atividades do experimento

1 Experimento

- Experimento II
- Transformada de Fourier (TF)
- O computador óptico
- Atividades do experimento

1 Experimento

- Experimento II
 - Transformada de Fourier (TF)
 - O computador óptico
 - Atividades do experimento

Objetivos do experimento

- Investigar a natureza ondulatória da luz através do estudo da difração e interferência
- Estudar a difração de objetos bi-dimensionais
- Estudar a difração como uma transformada de Fourier
- Construir um computador óptico

O que é um computador óptico?

- Computador óptico é um dispositivo que permite a manipulação de uma imagem de maneira “analógica”, controlada, sem a necessidade de efetuar cálculos complicados
- Esse dispositivo pode e vai ser construído e estudado no laboratório: o desafio do experimento é entender os princípios de funcionamento e aplicá-los em alguns casos

- 6 semanas
- SuperGrupos de até 9 integrantes (Grupões)
- Os SuperGrupos não podem misturar turmas (professores)
- Atividades (mínimas, não necessariamente na ordem, a serem executadas ...)
 - ▶ Estudar o padrão de difração (em 2D) em função da forma do objeto
 - ★ Entender a relação entre difração e transformada de Fourier
 - ▶ Montar o computador óptico
 - ★ Modificar a imagem por meio do computador óptico

Avaliação - IMPORTANTE!

- Síntese da semana
 - ▶ Apresentação nas aulas das terças-feiras (limite de 20 minutos)
 - ▶ Fazer o upload da apresentação, em pdf, até:
 - ★ Diurno: 18h00 da segunda-feira
 - ★ Noturno: 08h00 da terça-feira
 - ★ Upload no site de reservas como “síntese”
 - ▶ A apresentação deve estar no formato paisagem, razão 4:3 e na primeira página deve conter o nome dos grupos e seus membros
- Apresentação final do experimento (até 3 pontos): Dia 15/10
- Relatório final do experimento (até 4 pontos)
 - ▶ Diurno: 8h00 da terça-feira 22/10
 - ▶ Noturno: 18h00 da terça-feira 22/10

1 Experimento

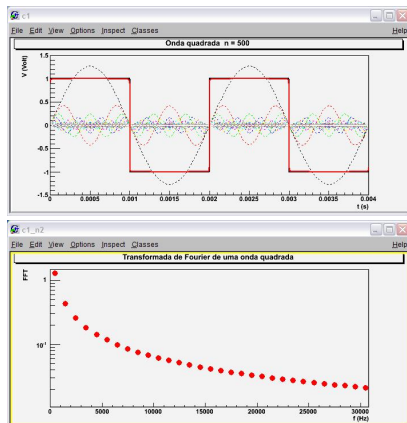
- Experimento II
- Transformada de Fourier (TF)
- O computador óptico
- Atividades do experimento

Transformada de Fourier unidimensional

- No caso unidimensional, a TF de uma função é:

$$y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

- O gráfico de TF mostra a amplitude (y) para cada frequência que compõe o sinal unidimensional



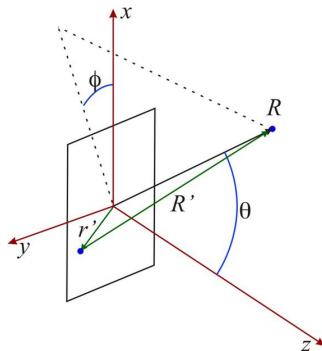
Generalizando a difração de Fraunhofer

- 3ª semana do Experimento 1
- A expressão para o campo

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

- Com:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{cases} k_x = k \sin \theta \cos \phi \\ k_y = k \sin \theta \sin \phi \end{cases}$$



- Joseph Fourier, paper submetido em 1807
 - ▶ Referees: Lagrange, Laplace, Malus e Legendre
 - ▶ Funções trigonométricas podem ser combinadas de tal forma a representar qualquer função matemática

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$$

- ▶ As constantes a_n e b_n podem ser obtidas a partir de

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx \quad \text{e} \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

Séries de Fourier

- Hoje em dia, usamos formalismos mais abrangentes

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$$

- Substituindo a fórmula de Euler $e^{jx} = \cos x + j \sin x$

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnx}$$

- com

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-jnx} dx$$

Séries de Fourier

- Hoje em dia, usamos formalismos mais abrangentes

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_n [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$$

- Substituindo a fórmula de Euler $e^{jx} = \cos x + j \sin x$

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnx}$$

- com

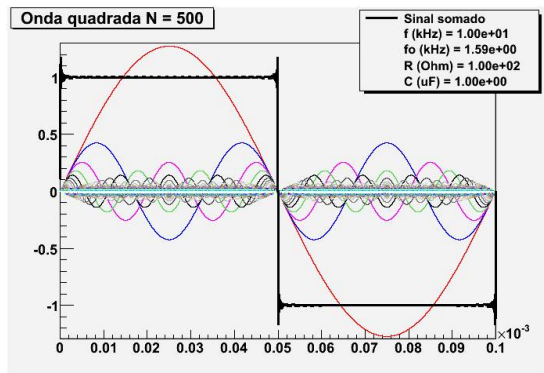
$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-jnx} dx$$

- As constantes a_n e b_n da expressão tradicional podem ser obtidas como:

$$a_n = c_n + c_{-n} \quad \text{e} \quad b_n = j(c_n - c_{-n}) \quad \text{com} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Exemplo: onda quadrada

$$V(t) = V_0 \left[\frac{4}{\pi} \sin(\omega t) + \frac{4}{3\pi} \sin(3\omega t) + \frac{4}{5\pi} \sin(5\omega t) + \dots \right]$$



- Transformada de fourier em 2D

$$f(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{-j(nx+my)} dx dy$$

- Transformada de Fourier em 2D

$$f(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{-j(nx+my)} dx dy$$

- Vamos comparar com a difração

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

- Transformada de Fourier em 2D

$$f(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{-j(nx+my)} dx dy$$

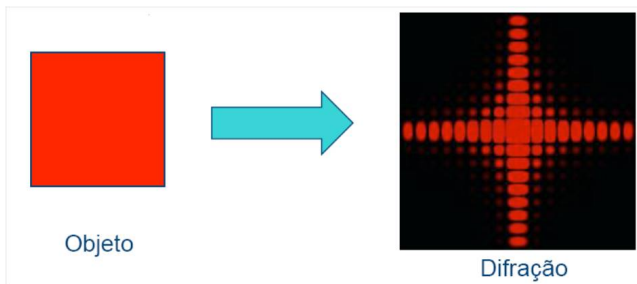
- Vamos comparar com a difração

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$

Difração e transformada de Fourier

- A figura de difração está relacionada à TF do objeto iluminado

$$\hat{E}(\vec{R}) = \frac{e^{jkR}}{R} \int E_0(x, y) e^{-j(k_x x + k_y y)} dx dy$$



- A intensidade luminosa em uma dada posição está relacionada às intensidades para cada frequência espacial

$$\hat{E}(\vec{R}) \rightarrow E(R_x, R_y) \rightarrow E(k_x, k_y)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \left\{ \begin{array}{l} k_x = k \sin\theta \cos\phi \\ k_y = k \sin\theta \sin\phi \end{array} \right.$$

Transformada de Fourier de uma imagem

- Seja uma imagem bidimensional qualquer. Para simplificar, vamos pensar em uma imagem monocromática
- Podemos representar qualquer ponto na imagem por uma intensidade luminosa $I(x, y)$

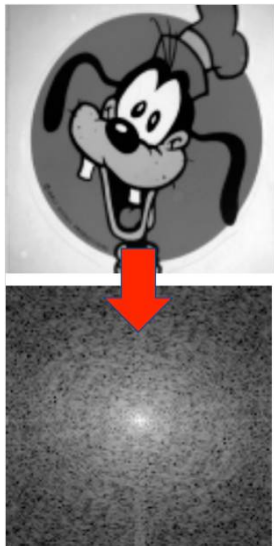


Transformada de Fourier de uma imagem

- No caso bidimensional, basta decompor em duas frequências, uma para cada dimensão da imagem

$$c_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} I(x, y) e^{-j(nx+my)} dx dy$$

- Neste caso, ao invés de fazer um gráfico unidimensional, a transformada de Fourier corresponde a um gráfico bidimensional cujo valor no 3º eixo corresponde a c_{nm} .

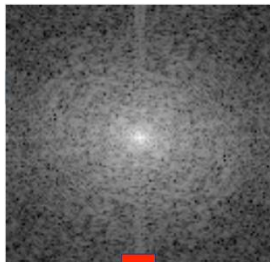


Transformada de Fourier inversa

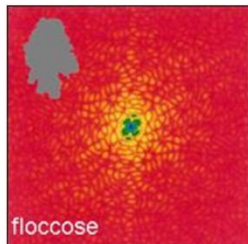
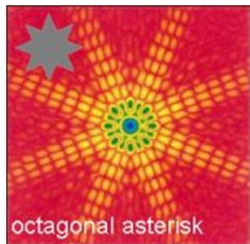
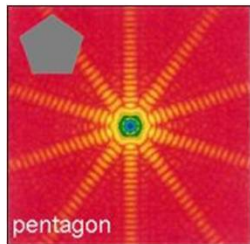
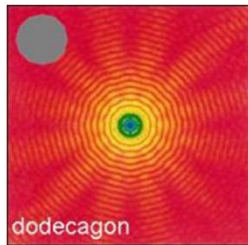
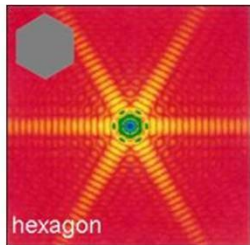
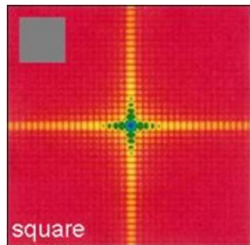
- Se conhecemos c_{nm} , podemos recuperar a informação de intensidade espacial através de

$$I(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_{nm} e^{j(nx+my)}$$

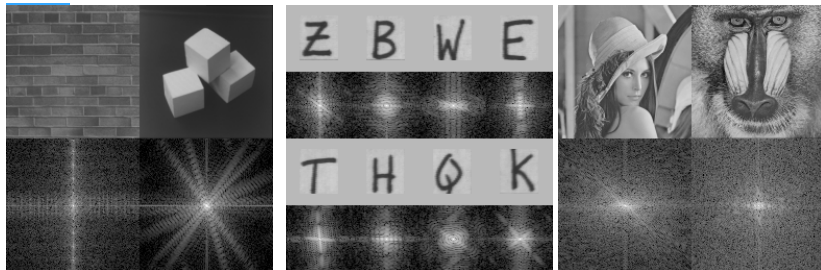
- Isto é chamado transformada de Fourier inversa e nada mais é que a transformada da transformada de Fourier (mas note o sinal trocado na exponencial)



Difração em orifícios = Transformada de Fourier do orifício



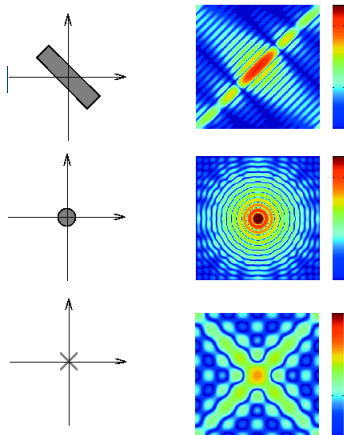
Mais algumas transformadas de Fourier



Imagens do site: <http://www.cs.unm.edu/~brayer/vision/fourier.html>

Padrões possuem estruturas evidentes

- Em uma foto, em geral, há padrões bem definidos que aparecem de forma clara na TF
- Dependendo da imagem, é mais fácil remover o padrão da TF do que da própria foto

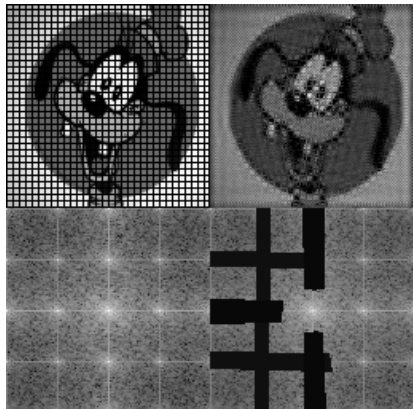


Uso de transformadas de Fourier como método de edição de imagens

- Em algumas circunstâncias, o uso da TF pode ser bastante útil na edição de imagens
- Por exemplo:
 - ▶ Remoção de ruídos e artefatos
 - ★ Quando estes possuem frequência muito bem definida, sendo bem localizada na TF
 - ▶ Remoção de padrões
 - ★ Por exemplo, uma cerca pode ter um padrão de frequências bem definido
 - ▶ Filtros de efeitos especiais
 - ★ A remoção de algumas frequências pode criar efeitos interessantes

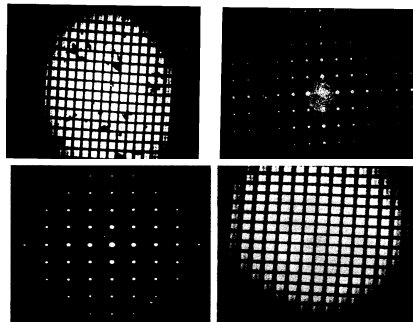
Alguns exemplos

- Filtro para fazer contorno
 - ▶ Removem-se as baixas frequências
- Aumento de contraste
 - ▶ Ampliam-se as altas frequências, que amplificam as bordas
- Remoção de sombras
 - ▶ A sombra possui estrutura muito característica em frequência
- Outros métodos
 - ▶ Por exemplo, remoção de uma estrutura espúria



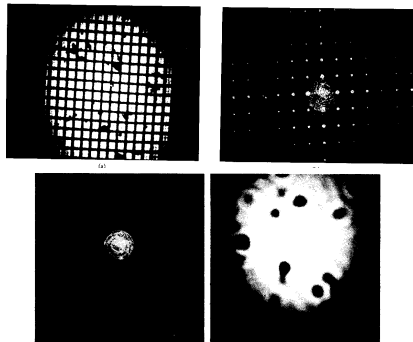
Um outro exemplo: impurezas em uma grade

- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a grade



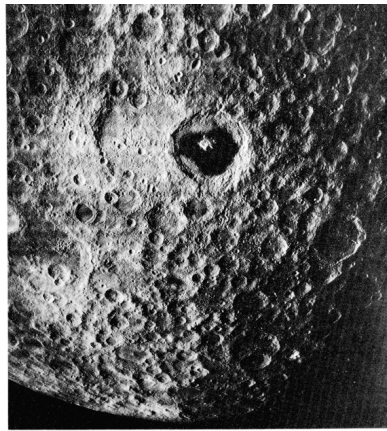
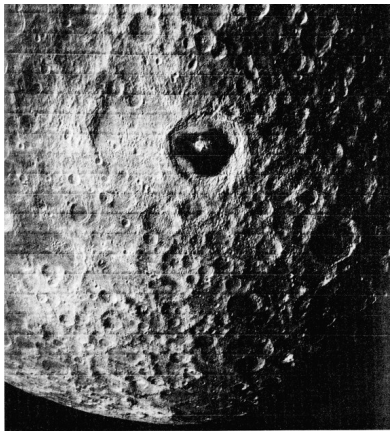
Um outro exemplo: impurezas em uma grade

- Grade com sujeiras
- Filtro para observar somente a sujeira



Aperfeiçoamento de imagens

Foto da lua antes e depois de filtragem

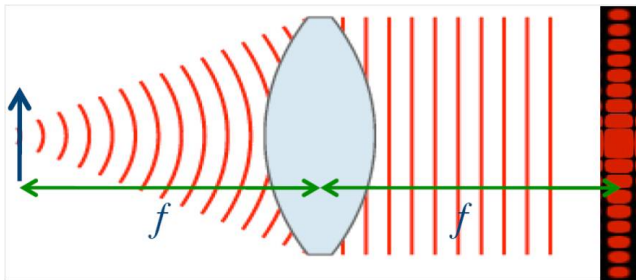


1 Experimento

- Experimento II
- Transformada de Fourier (TF)
- O computador óptico
- Atividades do experimento

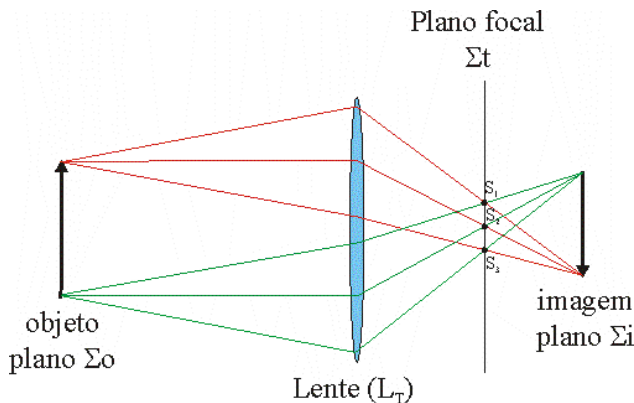
Lente no formalismo de Fourier

- No formalismo de Fourier, colocando um objeto no plano focal de uma lente, a figura no plano focal corresponde à transformada de Fourier (figura de difração) do objeto



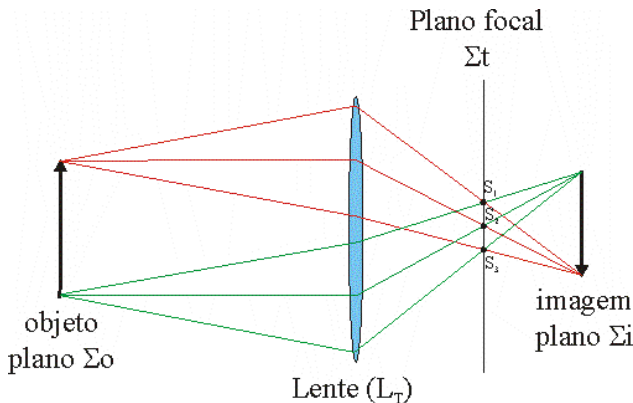
Princípios do computador óptico: Formação da imagem de uma lente

- Seja a imagem formada por uma lente simples. Definimos três planos, conforme a figura abaixo:



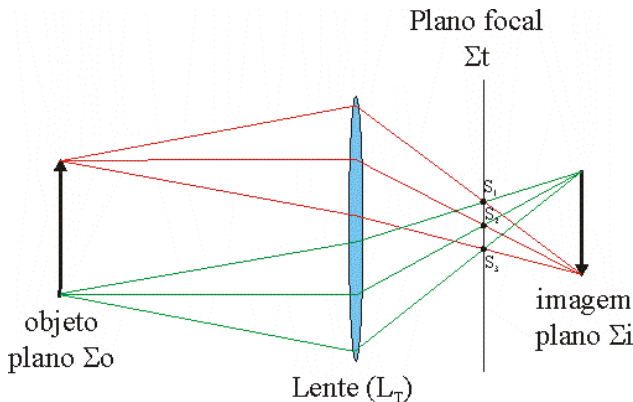
Princípios do computador óptico: Formação da imagem de uma lente

- Se imaginarmos cada ponto (S_i) como uma fonte esférica pontual, então a imagem formada no plano Σ_i corresponde à interferência de todas as fontes S_i



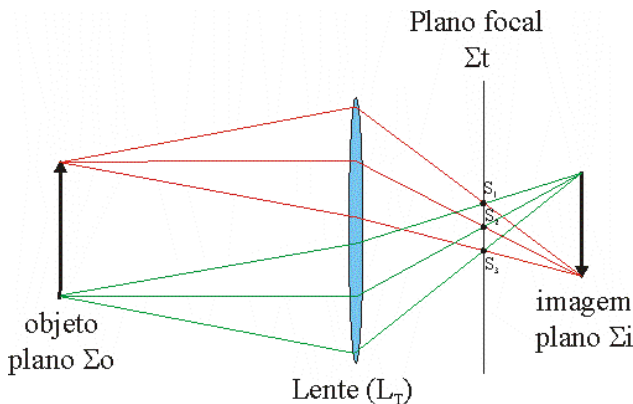
Princípios do computador óptico: Formação da imagem de uma lente

- Como a figura de interferência corresponde à TF então a imagem no plano Σ_i corresponde à TF da figura no plano focal Σ_t



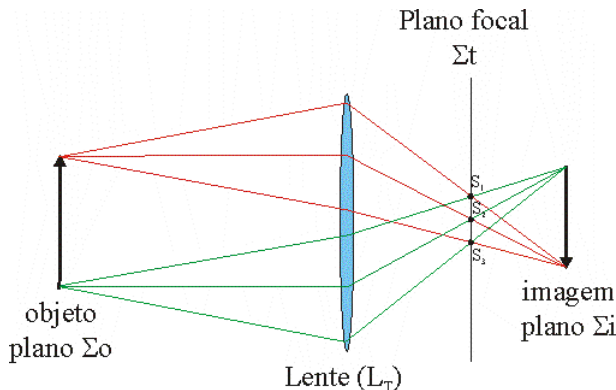
Princípios do computador óptico: Formação da imagem de uma lente

- Como a imagem no plano Σ_i tem a mesma forma do objeto no plano Σ_o , então a figura no plano Σ_t tem que ser a TF do objeto no plano Σ_o



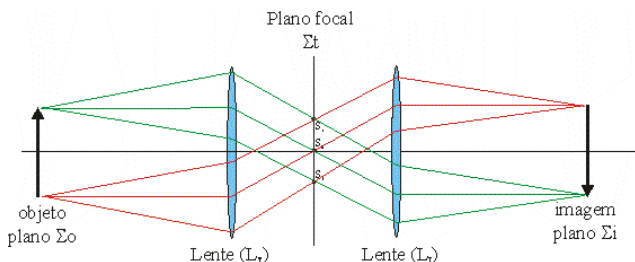
Princípios do computador óptico: Formação da imagem de uma lente

- Assim, em uma lente convergente, a figura formada no plano Σt é sempre a TF do objeto (invertida)
- Pode-se utilizar isso para manipular a imagem (= construção de um computador óptico)

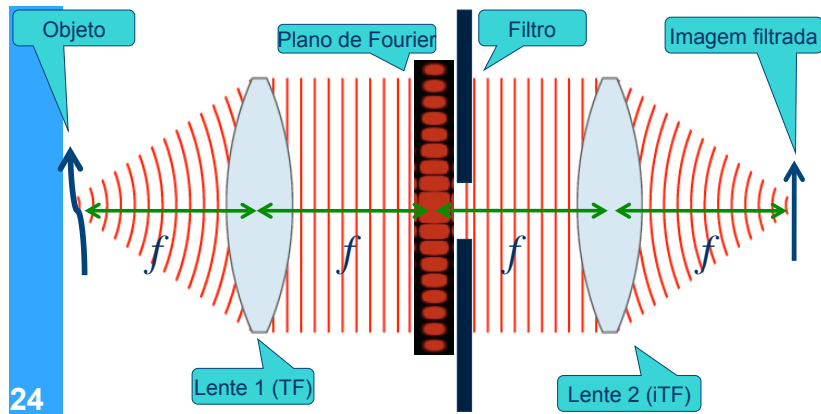


O computador óptico

- O computador óptico tradicional consiste de duas lentes posicionadas em pontos estratégicos
 - ▶ A segunda lente serve apenas para fazer uma imagem mais próxima
 - ▶ No nosso caso, vamos fazer com somente uma lente, por simplicidade



O computador óptico



24

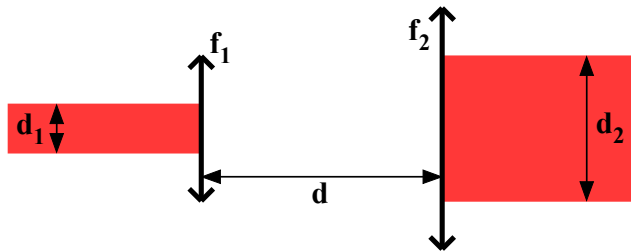
1 Experimento

- Experimento II
- Transformada de Fourier (TF)
- O computador óptico
- Atividades do experimento

- Montar um sistema de lentes conhecido como computador óptico
 - ▶ Verificar que a imagem do plano focal de uma lente corresponde à figura de difração de um objeto colocado no foco desta lente
 - ▶ Manipular a imagem no espaço de frequência

Atividades preparatória útil

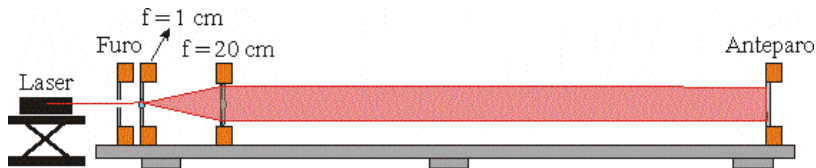
Na atividade “computador óptico” pode ser útil/necessário trabalhar com um feixe de tamanho maior



- Usando o formalismo matricial (2ª semana do Experimento 1) determine a distância de separação d entre as lentes e a relação entre os seus focos para que $\frac{d_2}{d_1} = 20$.
 - (no site da disciplina tem alguns documentos com dicas úteis)

Construção de um computador óptico

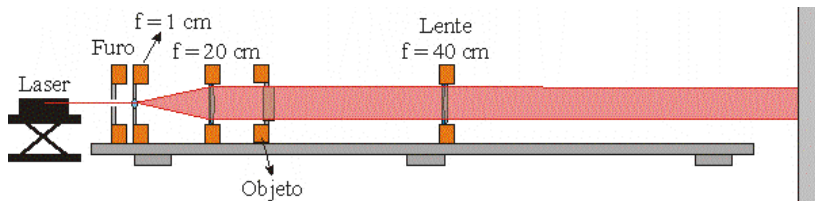
- Ampliar o diâmetro do feixe laser para poder iluminar todo o objeto
 - ▶ Usar as lentes de $f = 1\text{ cm}$ e $f = 20\text{ cm}$ Por que este valores? discutir
 - ▶ Aumento do laser = $20/1 = 20$ vezes Por que? discutir
 - ▶ O que acontece se o laser tiver divergência? Discutir (e, por que não, experimentar?) Qual deve ser a separação entre as lentes para fazer um feixe sem divergência? Encontrar a resposta / medir / discutir os resultados



Construção de um computador óptico

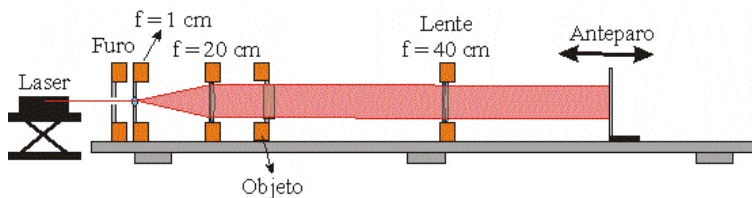
- Montar o computador óptico

- ▶ Colocar o objeto (por exemplo, a grade) na posição vertical
- ▶ Colocar a lente de $f = 40$ cm na posição correta em relação ao objeto
- ▶ Retirar o anteparo e ajustar a posição da lente até formar uma imagem nítida do objeto na parede da sala. Girar a grade para a imagem ficar vertical.



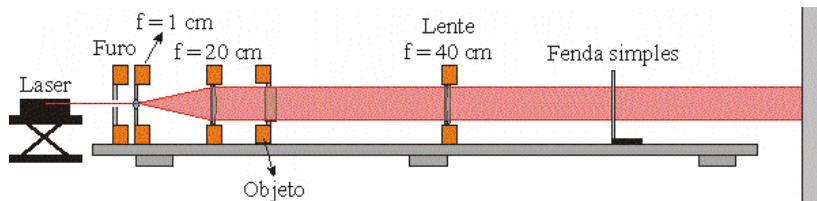
Construção de um computador óptico

- Procurar o plano da transformada de Fourier
 - ▶ Com um segundo anteparo procurar a posição da transformada de Fourier. **CUIDADO com o alinhamento**
 - ★ Deve estar próxima da distância focal nominal da lente
 - ★ Anotar a posição deste ponto
 - ▶ Tirar uma foto da transformada de Fourier

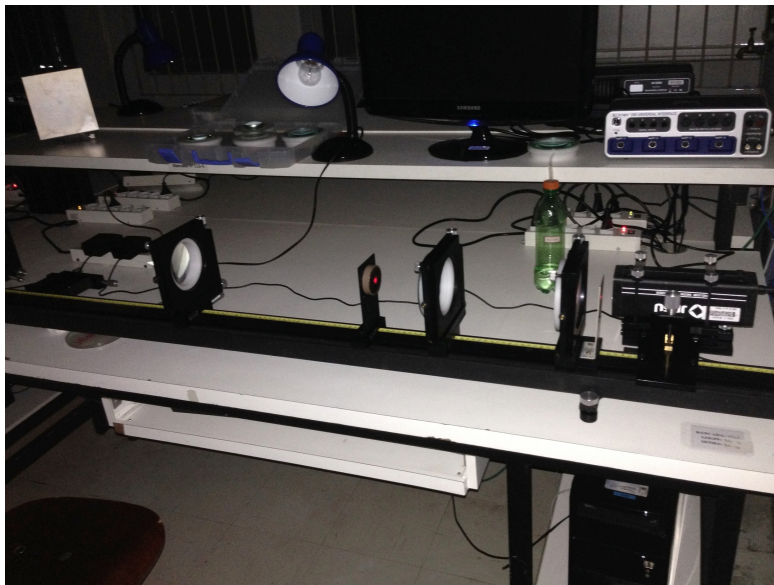


Construção de um computador óptico

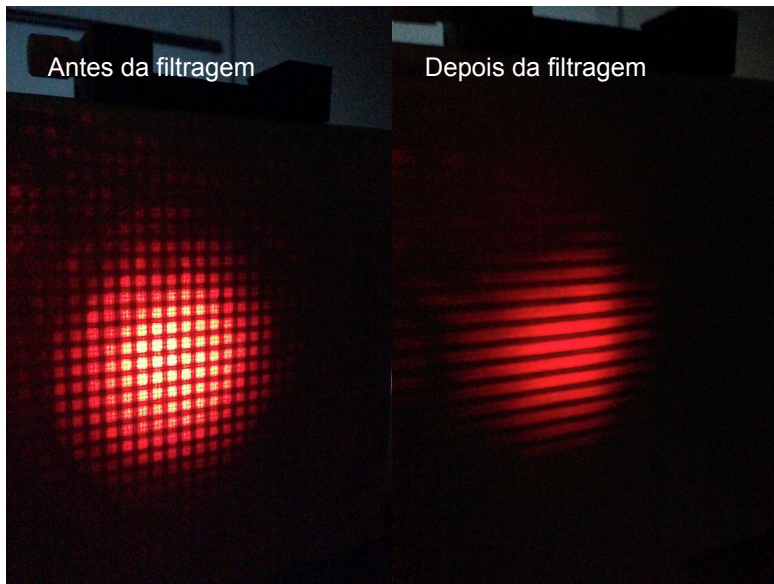
- Fazer a filtragem da imagem
 - ▶ (exemplo: remover as linhas verticais da grade)
 - ▶ Substituir este anteparo pelo filtro escolhido
 - ▶ Fotografar a imagem formada na parede e discutir os resultados



Montagem (sala 1031)



O que observar (caso: a grade)



Algo mais a investigar...

- Na aula foi dito que a figura de difração/interferência está relacionada com a TF espacial do objeto
- Mas foi dito também que no plano de Fourier a lente produz a TF da imagem (as condições para isso acontecer foram discutidas antes)
- Isto significa que uma lente pode “re-transformar” uma figura de difração na imagem do objeto?
 - ▶ Experimente com uma fenda! (caso simples, unidimensional)
 - ▶ É possível, por meio de uma lente, obter uma imagem da fenda?
 - ▶ O que acontece com a imagem se filtrarmos o pico central da figura de difração? (antes da lente)
 - ★ É possível antecipar “teoricamente”, analiticamente ou com uma simulação, o que vai acontecer quando o pico central é removido?
 - ★ Façam esse cálculo e comparem com o experimento

(Dica: quando fizerem a medida, pode ser útil adicionar uma segunda lente antes do anteparo para ampliar o tamanho da imagem e permitir uma medida melhor)

Atividades mínimas - I

1. Medir a divergência do feixe laser
2. Usando o formalismo matricial determine a distância de separação d entre as lentes e a relação entre os seus focos para que $\frac{d_2}{d_1} = 20$.
3. Ampliar o diâmetro do feixe laser em 20 vezes
 - i. Ajustar a distância entre as lentes para que o feixe depois de ampliado não tenha divergência
 - a) Qual a distância entre as lentes? Como se compara com o valor calculado?
 - b) Medir o diâmetro do feixe e mostrar que a divergência é compatível com zero

4. Montar o computador óptico
 - i. Indicar a posição de todos os elementos do arranjo
5. Utilizar como objeto a grade
 - i. Tirar foto da imagem
 - ii. Tirar foto da transformada de Fourier
 - a) Determinar a posição da transformada de Fourier
 - iii. Filtrar a imagem
 - a) Remover as linhas verticais. Tirar foto da imagem.
 - b) Remover as linhas horizontais. Tirar foto da imagem.
6. Caracterizar o filtro utilizado

7. Qual a influência da distância entre o objeto e a lente utilizada para fazer a transformada de Fourier? Investigue
8. Qual a influência da divergência do feixe laser?
 - i. Monte o computador óptico com o diâmetro do feixe laser ampliado, mas com divergência.
 - ii. Mostre e discuta o que acontece.
9. Utilizar o slide usado na semana 3 do experimento 1 e fazer as atividades descritas no item “Algo mais a investigar...” para pelo menos 3 objetos do slide