FORÇA SOBRE BARRAGEM

14. Na face vertical de uma represa que está voltada contra a corrente do rio, a água se en uma profundidade D, como mostra a Fig. 20. Seja L a largura da represa. (a) Determi horizontal exercida sobre a represa pela pressão manométrica da água e (b) o torque t à pressão manométrica da água, aplicado em relação a uma linha que passa pelo pont paralelamente à largura da represa. (c) Onde está a linha de ação da força resultante equivalente?

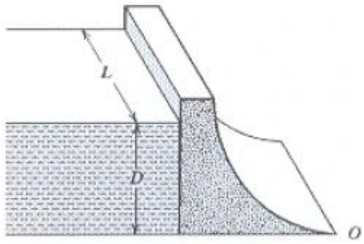
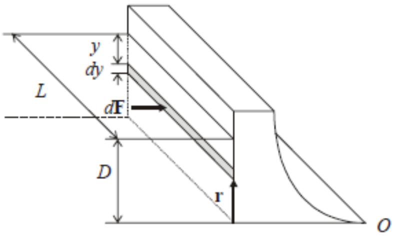


Fig. 20 Problema 14.

Solução.

(a) Considere o seguinte esquema da situação:



Considere um elemento de área dA, de comprimento L e altura dy ($dA = Ldy$), localizado a uma profundidade y ao longo da represa. A pressão hidrostática sobre esse elemento de área vale:

$$p_{(y)} = \frac{dF}{dA} = \rho g y$$

Onde ρ é a densidade da água da represa. Logo:

$$dF = \rho g y dA = \rho g y L dy \qquad (1)$$

$$F = \int dF = \int_0^D \rho g L y dy$$

$$\boxed{F = \frac{\rho g L D^2}{2}}$$

(b) O elemento de torque $d\tau$ provocado por dF, em relação ao eixo que passa pelo ponto O ao long da largura da represa, é dado por:

$$d\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times d\mathbf{F}$$

$$d\tau = (D - y).dF.\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$d\tau = (D - y)dF \qquad (2)$$

Substituindo-se (1) em (2):

$$d\tau = \rho g L y (D - y) dy$$

$$\tau = \int d\tau = \rho g L \int_0^D y(D - y)dy = \rho g L\left(\frac{D^3}{2} - \frac{D^3}{3}\right)$$

$$\boxed{\tau = \frac{\rho g L D^3}{6}}$$

(c) A linha de ação da força resultante (F) é a profundidade h, contada a partir da superfície, onde essa força deve agir na represa para produzir o torque τ. Ou seja:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

$$\tau = (D - h).F.\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = (D - h)F \qquad (3)$$

Substituindo-se os resultados dos itens (a) e (b) em (3):

$$\frac{\rho g L D^3}{6} = (D - h)\frac{\rho g L D^2}{2}$$

$$D - h = \frac{D}{3}$$

$$\boxed{h = \frac{2D}{3}}$$