Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Mecânica

**SEM 0535 – Modelos II Prova II – 28 de novembro de 2017**

Nome:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_No.USP\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. (2.5 pontos) Considere a EDO abaixo:



Para resolvê-la utilizando o Método dos Elementos Finitos, vamos utilizar a formulação fraca onde u é a função que aproxima a solução da EDO e ω é o peso definido de acordo com a proposta de Galerkin ($ω={∂u}/{∂a}$):



Essa abordagem é bem resolvida quando utilizamos para a função que aproxima a solução uma *piecewise function*:



 

Feita essa breve introdução. (a) (1.5) Conecte os conteúdos das duas colunas:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | Ao resolver o seu problema pelo Métodos dos Elementos Finitos,..  |  |  | Você define o tamanho do sistema de equações algébricas que precisa ser resolvido. |
| 2 | Ao definir o tipo de elemento da malha, ... |  |  | Você altera na formulação fraca. |
| 3 | Ao definir o material do componente, ... |  |  | Você altera os coeficientes a,b e c da EDO. |
| 4 | Ao definir as condições de contorno, ... |  |  | você resolve um sistema de equações algébricas ao invés de uma equação diferencial.  |
| 5 | Ao definir quantos nós a sua malha terá e quais o graus de liberdade eles terão, ... |  |  | Você define quais são as *shape functions* H1 e H2 que serão utilizadas. |
| 6 | Ao definir o carregamento, ... |  |  | Você altera  da formulação fraca. |

(b) (1.0) Sabendo que u1=0, u2=0.5, u3=0.7 e u4=0, calcule u(x) quando x=1/6, x=0.5 e x=5/6.

2.) (2.5 pontos) Uma caixa retangular sem tampa é feita de 12m2 de papelão. Utilize para isso o Método dos Multiplicadores de Lagrange. Determine o volume máximo dessa caixa.

3.) (5.0 pontos). Uma bola rola sem deslizar em uma rampa (ver figura, x=Rθ) em uma única direção . A bola tem massa M, momento de inércia I, raio R, a inclinação da rampa é α.



1. (0.5) A energia potencial do Sistema pode ser descrita como V = M g x sin α. Descreva a energia cinética (T), lembrando que o sistema apresenta movimento em x e em θ.
2. (0.25) Descreva o Lagrangiano (L=T-V)
3. (0.25) Descreva a restrição imposta ao movimento (Φ(**q**)= Φ(x,θ)=0), onde **q** são as coordenadas generalizadas.
4. (0.5) Descreva a matrix Jacobiana que é formada pela derivada da restrição com relação as coordenadas generalizadas $B={∂Φ}/{∂q}$
5. (1.5) De acordo com o equacionamento discutido na aula, um sistema multicorpos com restrição pode ser formulada pelas seguintes equações:



onde **R** é o vetor das forças externas não conservativas (não inclua o peso, portanto). Usando essas equações formule as equações de movimento com restrição para uma bola rolando sem deslizar em uma rampa.

1. (1.0) Encontre expressões para $\ddot{x}$, $\ddot{θ}$ e λ. Essas expressões são $f(g,α,M,R,I )$.
2. (1.0) Qual é a força e qual é o momento que a restrição impõe ao sistema?