

Física IV

Teoria da Relatividade

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

Albert Einstein

26 anos, em 1905.

Funcionário do departamento de patentes da Suíça.

- Movimento browniano
- Efeito fotoelétrico
(Prêmio Nobel)
- Teoria da relatividade restrita



A teoria da relatividade nasceu de circunstâncias necessárias, das contradições graves e profundas na teoria antiga, das quais parecia não haver escapatória. A força da nova teoria está na coerência e simplicidade com que resolve todas essas dificuldades, usando apenas poucas, mas convincentes, hipóteses...

Dois postulados bastante simples:

- As leis da física devem ser as mesmas em qualquer sistema de referencial inercial.
- A velocidade com que a luz se propaga no vácuo deve ser sempre a mesma, em qualquer sistema de referencial inercial.

$$c = 299.792.458 m / s$$

∴

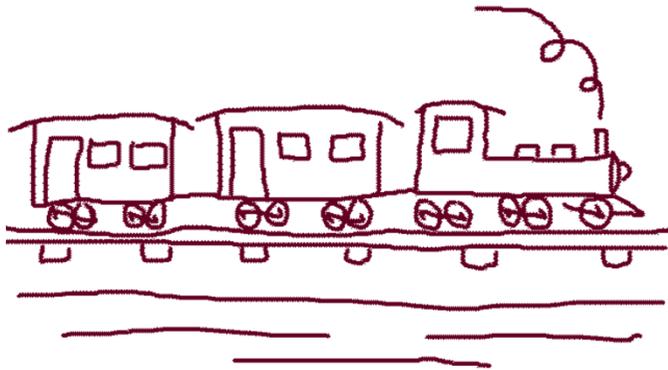
$$c = 3,00 \times 10^8 m / s$$

Consequências:

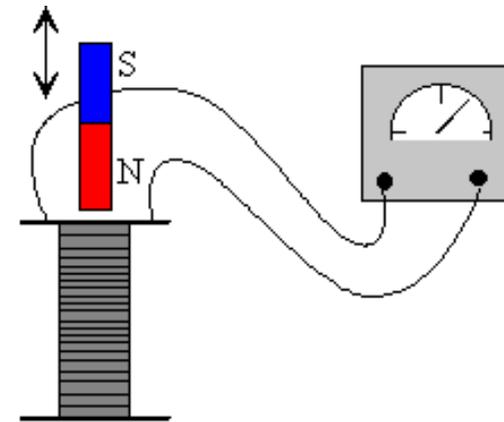
- Um evento que ocorre simultaneamente a outro, em relação a um observador, pode não ocorrer simultaneamente em relação a outro observador.
- Quando existe movimento relativo entre dois observadores e eles efetuam medidas de intervalos de tempo e distância, os resultados obtidos podem não concordar.
- Para que a lei da conservação da energia e a lei da conservação do momento linear sejam válidas em qualquer sistema de referencial inercial, a segunda lei de Newton e as equações para a energia cinética e o momento linear devem ser reformuladas.

Consequências do Primeiro Postulado

As leis da física são as mesmas em qualquer sistema de referencial inercial.



Criança jogando bola dentro de um trem.



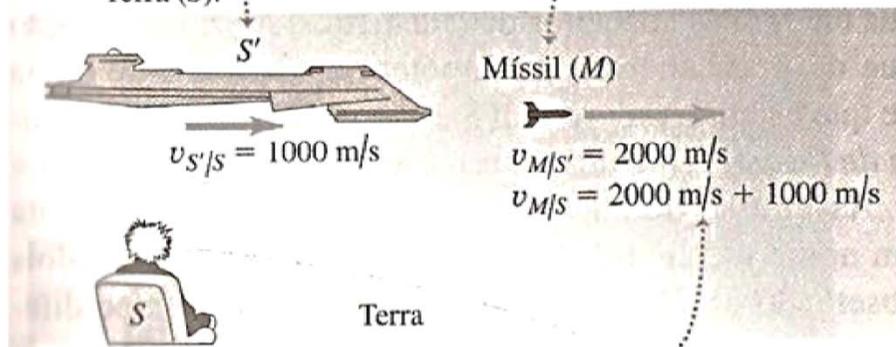
Fem induzida na bobina

Consequências do Segundo Postulado

A velocidade da luz é sempre a mesma em qualquer sistema de referencial inercial, e não depende da velocidade da fonte.

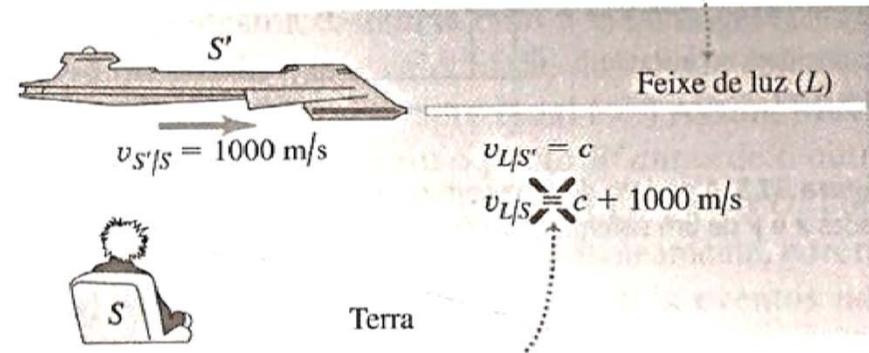
Figura 37.2 (a) A mecânica newtoniana faz previsões corretas sobre objetos relativamente lentos em movimento; (b) faz previsões incorretas sobre o comportamento da luz.

- (a) Uma espaçonave (S') desloca-se com velocidade $v_{S'/S} = 1000 \text{ m/s}$ em relação a um observador na Terra (S). Um míssil (M) é disparado com velocidade $v_{M/S'} = 2000 \text{ m/s}$ em relação à espaçonave.



A MECÂNICA NEWTONIANA ACERTA: a mecânica newtoniana nos diz, acertadamente, que o míssil se move com uma velocidade escalar $v_{M/S} = 3000 \text{ m/s}$ em relação ao observador na Terra.

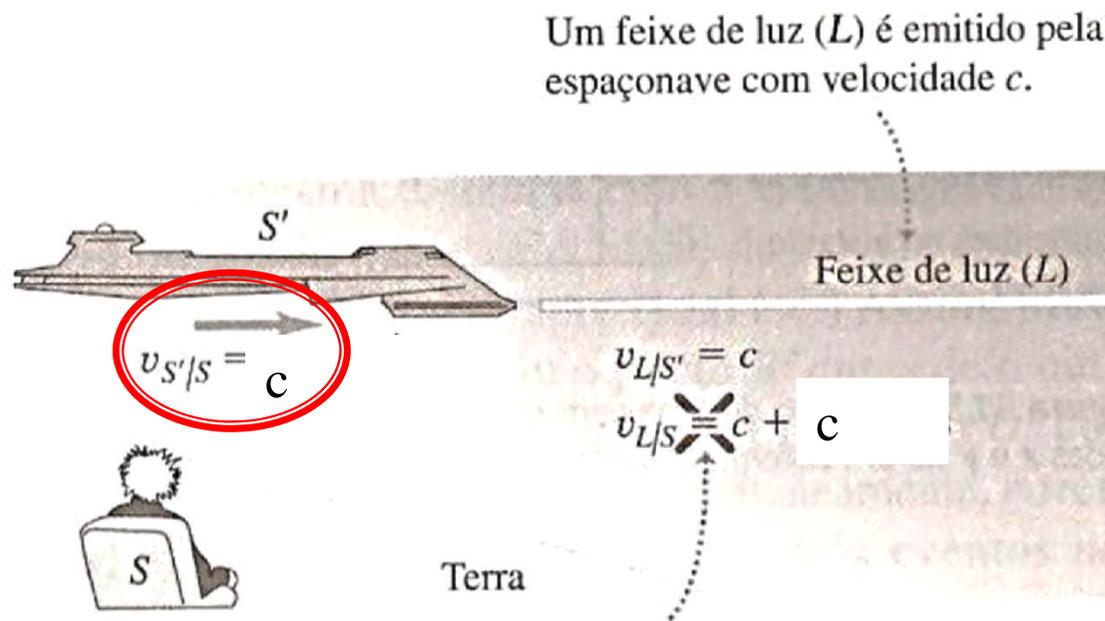
- (b) Um feixe de luz (L) é emitido pela espaçonave com velocidade c .



A MECÂNICA NEWTONIANA ERRA: a mecânica newtoniana nos diz, incorretamente, que a luz se move a uma velocidade maior do que c em relação ao observador na Terra... o que contradiz o segundo postulado de Einstein.

Velocidade Limite

Um observador inercial não pode se deslocar com a velocidade da luz no vácuo.

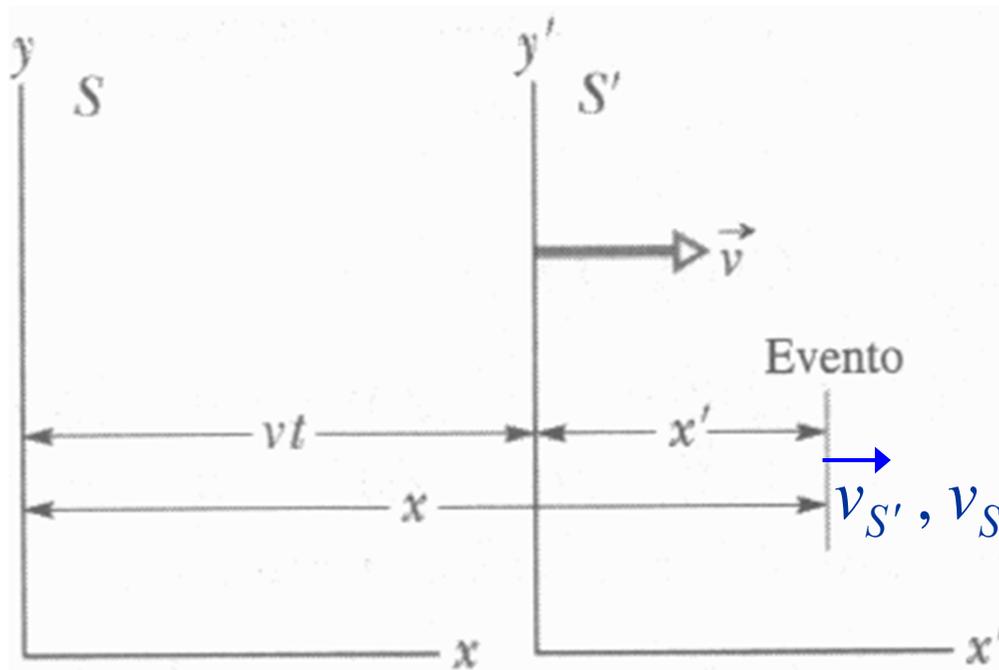


Contradição entre os dois postulados.

\therefore Nenhum observador pode se deslocar com a velocidade da luz c .

Transformações de Galileu para as coordenadas

- Antes de *Einstein* os físicos supunham que as coordenadas espaciais e temporais estivessem relacionadas segundo a *transformação de Galileu*:



Posições:

$$x = x' + vt$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

Velocidades:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v$$

$$v_x = v_x' + v$$

Posições:

$$x = x' + vt$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

Velocidades:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v$$

$$v_x = v_x' + v$$

$$c = c' + v$$

- Contradição

Solução:

Algumas modificações fundamentais em nossos conceitos.

A primeira noção que deve ser alterada é a hipótese aparentemente óbvia de que os observadores em S e S' usam a mesma escala de tempo.

$$v_S' = \frac{dx'}{dt'} \quad \text{e não} \quad v_S' = \frac{dx'}{dt}$$

$$t \neq t'$$

Relatividade da simultaneidade

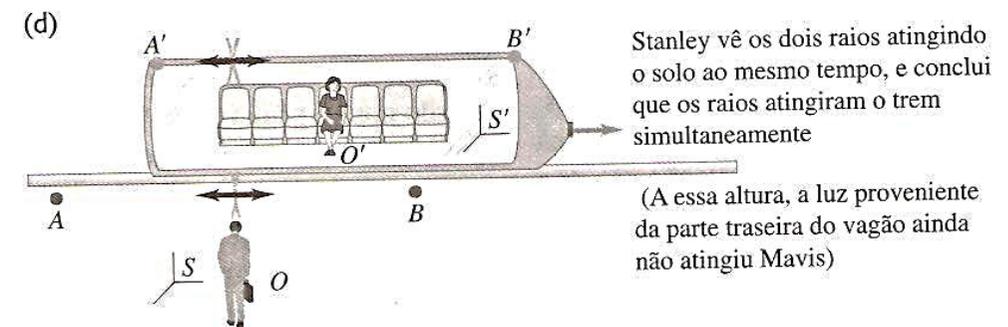
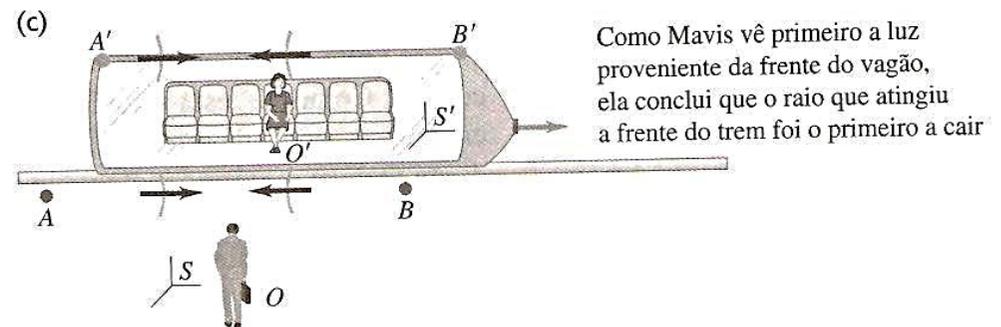
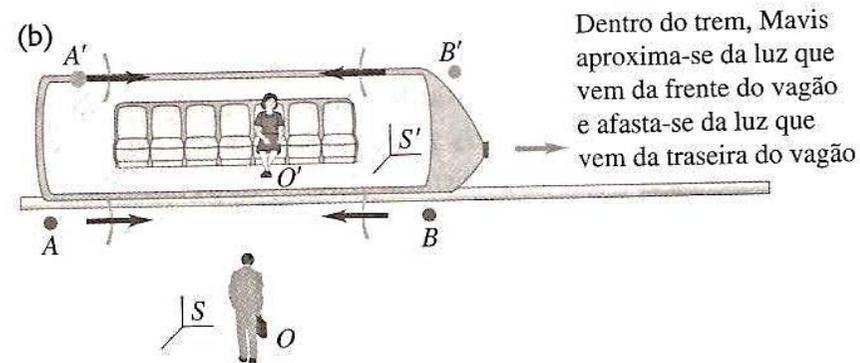
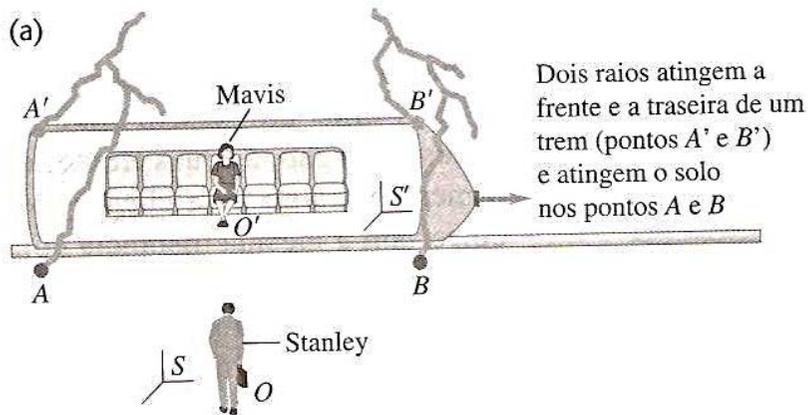
Evento: é uma ocorrência caracterizada por valores definidos por posição e tempo.

Exemplo: *Quando você diz que levantou as 7 horas, está afirmando que dois eventos ocorreram simultaneamente (você levantar e o relógio indicar 7 horas).*

O problema fundamental na medida de intervalos de tempo é que, quando dois eventos ocorrem simultaneamente em um sistema de referência, eles não ocorrem simultaneamente em um segundo sistema de referência que se move em relação ao primeiro, mesmo quando ambos são sistemas de referências inerciais.

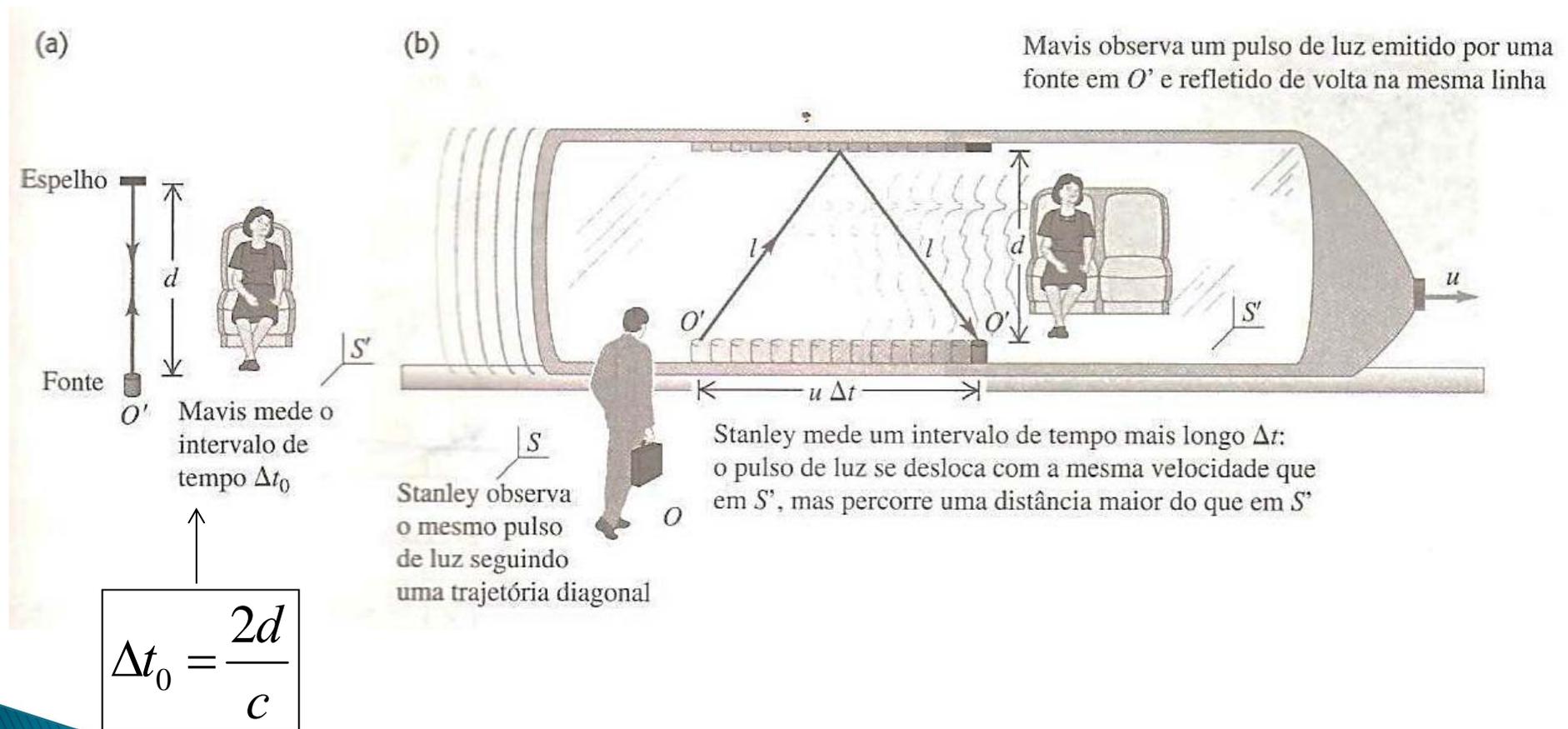
Relatividade da simultaneidade

Experiência imaginária:

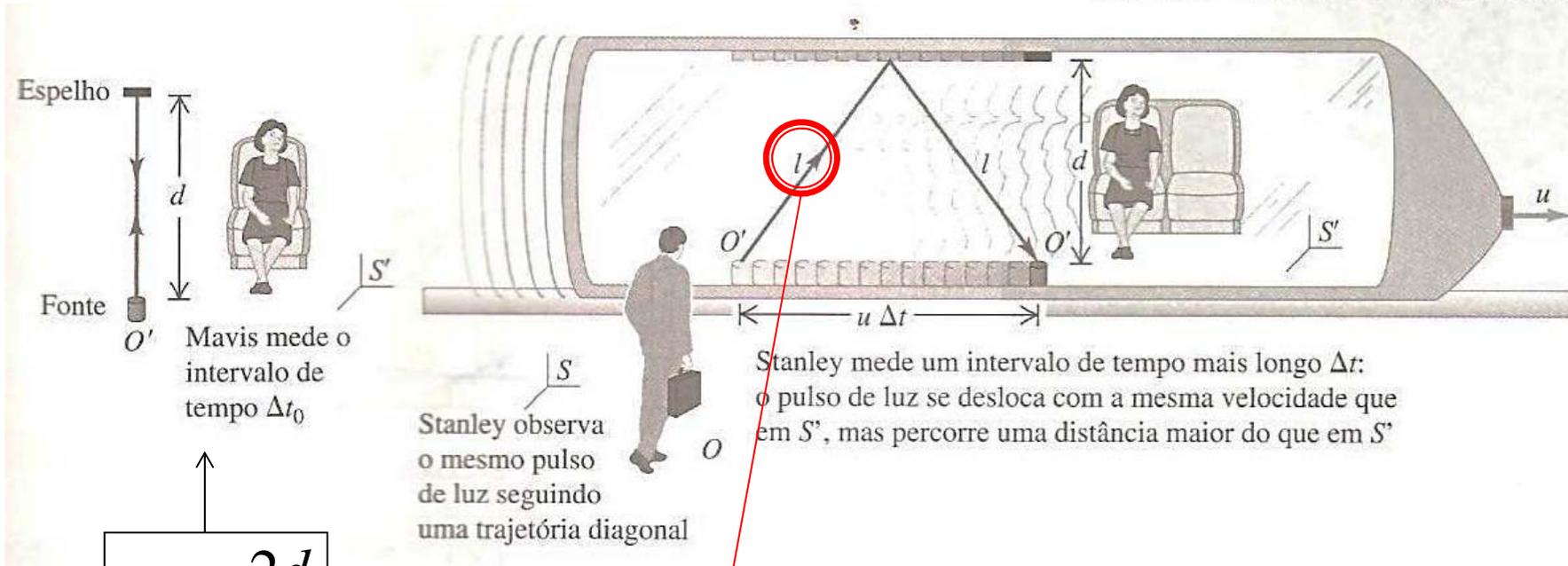


Relatividade dos intervalos de tempo

Uma outra experiência imaginária:



Mavis observa um pulso de luz emitido por uma fonte em O' e refletido de volta na mesma linha



$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c}$$

$$l = \sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2}$$

Dilatação do tempo

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c} \sqrt{d^2 + \left(\frac{u\Delta t}{2}\right)^2}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Dilatação do tempo

Generalizando este importante resultado.

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Lembrando, nenhum observador pode se deslocar com $u = c$.

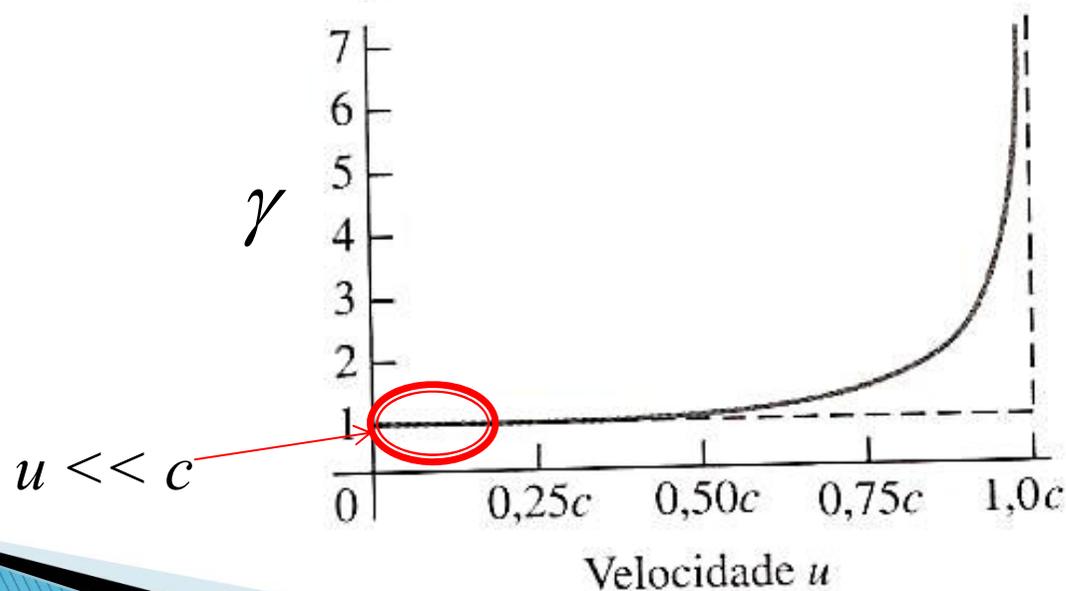
$$u > c \longrightarrow \sqrt{1 - u^2/c^2} \longrightarrow \text{Possui um valor imaginário}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma \Delta t_0$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \text{onde, } \beta = u/c$$

$$u < c \quad \longrightarrow \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \longrightarrow \quad \gamma \rightarrow \text{número real maior que a unidade}$$

$$u = c \quad \longrightarrow \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \longrightarrow \quad \gamma \rightarrow \infty$$



$$\gamma > 1$$

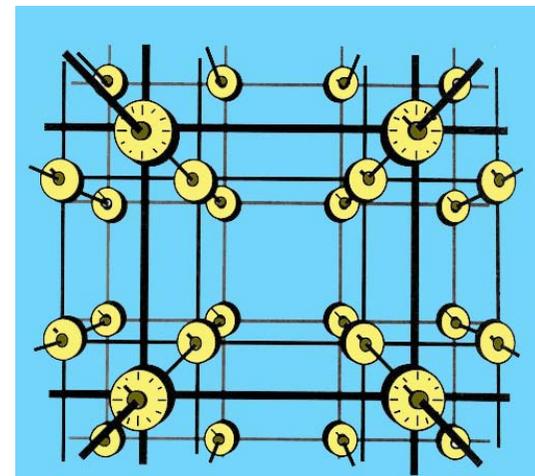
Velocidade relativística

Tempo próprio

Há somente um sistema de referência para o qual um relógio está em repouso, porém, existe uma infinidade de sistemas para os quais esse relógio possui uma velocidade relativa.

Portanto, o intervalo de tempo entre dois eventos que ocorrem em um mesmo ponto em um sistema de referência particular é uma grandeza mais fundamental do que o intervalo de tempo entre dois eventos que acontecem em pontos diferentes.

Contudo, usa-se tempo próprio para descrever um intervalo de tempo Δt_0 entre dois eventos que ocorrem no mesmo ponto.



Uma rede tridimensional de relógios

Exemplo:

Dilatação do tempo para 0,990c

Partículas subatômicas de alta energia vindas do espaço interagem com átomos nas camadas superiores da atmosfera terrestre, produzindo partículas instáveis chamadas múons. A vida média dos múons é $2,20 \times 10^{-6}$ s em relação a um sistema de referência no qual eles estão em repouso. Se um múon está se deslocando com uma velocidade de 0,990c (cerca de $2,97 \times 10^8$ m/s) em relação à Terra, que valor você (um observador na Terra) encontrará para a vida média desse múon?

Exemplo:

Dilatação do tempo para um avião a jato.

Um avião a jato voa de San Francisco até Nova York (cerca de 4800 km ou $4,80 \times 10^6$ m) com velocidade constante de 300 m/s (cerca de 670 mi/h). Qual é a duração da viagem para um observador no solo? E para um observador dentro do avião?

Exemplo:

Quando é que um tempo é próprio?

Mavis viaja em uma espaçonave e passa com velocidade relativa de $0,600c$ sobre Staley, que está na Terra. No instante em que ela passa sobre ele, ambos começam a cronometrar o tempo. a) No instante em que Staley verifica que Mavis se afastou dele $9,0 \times 10^7$ m, qual é o valor registrado pelo cronômetro de Mavis? b) No instante em que Mavis lê $0,400$ s em seu cronômetro, qual valor observado por Staley?

Paradoxo dos Gêmeos

O paradoxo dos gêmeos é um problema de relatividade que intriga aos cientistas e a pessoas comuns, pois ele nos obriga a ver o espaço e o tempo de uma forma diferente da qual fomos acostumados a vê-los. Vamos supor que existam dois gêmeos idênticos Paulo e Pedro, e ao completarem 20 anos, Paulo viaja para um planeta X, cuja distância é cerca de 10 anos-luz da Terra. Ano-luz, uma unidade de espaço, é equivalente à distância percorrida pela luz no intervalo de tempo de um ano. Desta forma, vemos que para alcançar este planeta, temos que viajar em uma nave espacial à velocidade da luz durante 10 anos. Vamos considerar agora um referencial inercial R em que ambos o planeta Terra e o planeta X estejam em repouso e separados pela distância L_0 . Temos também os referenciais R' e R'' , que representam respectivamente o referencial de Paulo durante sua viagem de ida para o planeta X e a viagem de volta para a Terra.

Vamos supor que a aceleração de Paulo seja muito grande e ele adquira uma velocidade u próxima à velocidade da luz muito rapidamente e viaje durante dez anos para o planeta X. Ao chegar no planeta X, ele decide rapidamente voltar para a Terra e novamente adquire uma velocidade u agora em direção à Terra. Considerando que $u = 0,8c$, temos:

$$\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = 0,6$$

- Considerando o referencial de Pedro (o homem que ficou inerte na Terra), Paulo viajou durante 10 anos-luz a velocidade de $0,8c$. Qual seria a idade de Pedro depois da viagem, considerando o referencial do próprio Pedro?

Resp: Pedro está 25 anos mais velho.

No referencial de Paulo (o homem que viajou a velocidade da luz), no entanto, o espaço está contraído:

$$\Delta l = \Delta l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

e o tempo dilatado.

- Portanto, de acordo com o referencial de Paulo, qual seria a sua idade?

Resp: Paulo está 15 anos mais velho.

Essa diferença de idade entre eles é uma das conseqüências da teoria da relatividade que foi claramente demonstrada. Assim como os mésons mu duram mais quando estão se movendo, Paulo também durará mais ao se mover. Isto é chamado de "paradoxo" apenas pelas pessoas que acreditam que o princípio da relatividade significa que todo movimento é relativo. Elas dizem: "He, he, he, do ponto de vista de Paulo, não podemos dizer que Pedro estava se movendo e deveria, portanto, parecer envelhecer mais devagar? Por simetria, o único resultado possível é que ambos devem ter a mesma idade quando se encontram". Mas, para que os irmãos voltem a se reunir e façam e essa comparação possa ser feita, Paulo precisa parar no final da viagem e comparar os relógios ou, mais simplesmente, ele tem de voltar, e aquele que volta deve ser o homem que estava se movendo, e ele sabe disto, porque ele teve de dar meia-volta.

REFERÊNCIAS:

<http://www.algosobre.com.br/fisica/paradoxo-dos-gemeos.html>

R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands. Feynman - Lições de Física, *Bookman*, vol 1, p 16-3, 2008.



Relatividade do comprimento

Como você faria para medir o comprimento de um carro em movimento?

Um modo seria pedir a dois alunos de IC para fazer marcas sobre o asfalto nos locais correspondentes ao para-choque dianteiro e traseiro do veículo. A seguir você mede a distância entre as marcas.

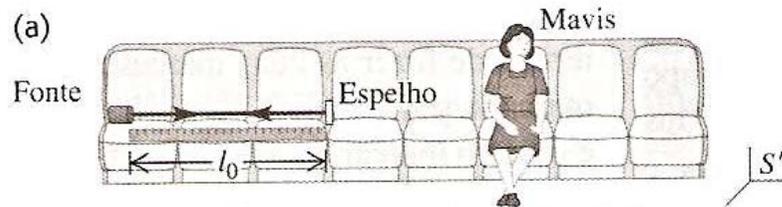
Contudo, os alunos devem fazer duas marcas no mesmo instante. Porém, como já foi visto o conceito de simultaneidade não é absoluto, é preciso proceder com cautela.



Relatividade do comprimento

Comprimentos paralelos a direção do movimento

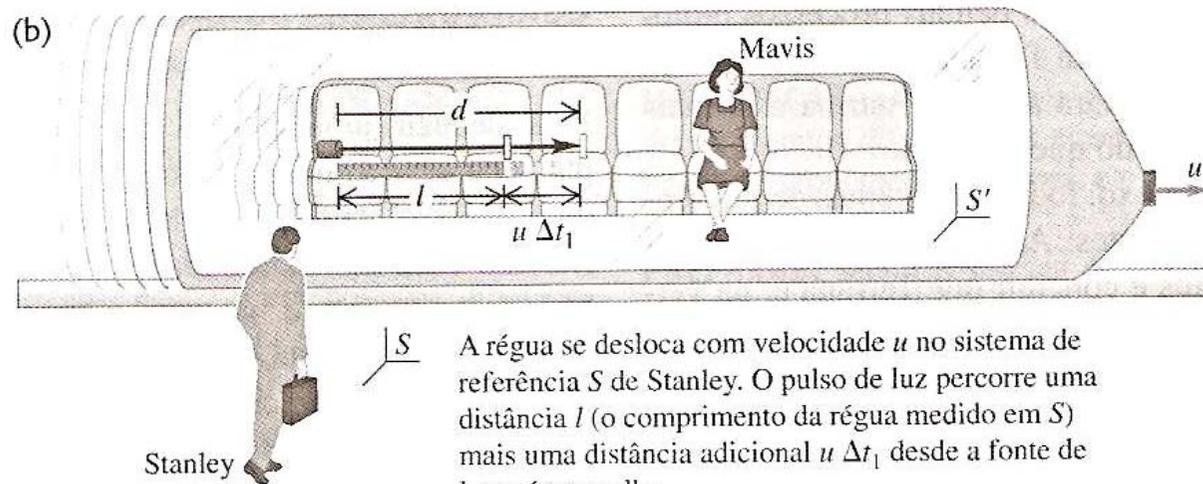
Uma outra experiência imaginária:



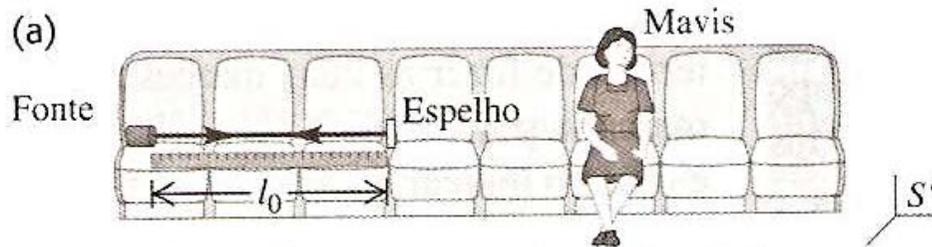
A régua está em repouso no sistema de referência de Mavis, S' . O pulso de luz percorre uma distância l_0 da fonte de luz ao espelho

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} = \frac{2l_0}{c}$$

Tempo próprio



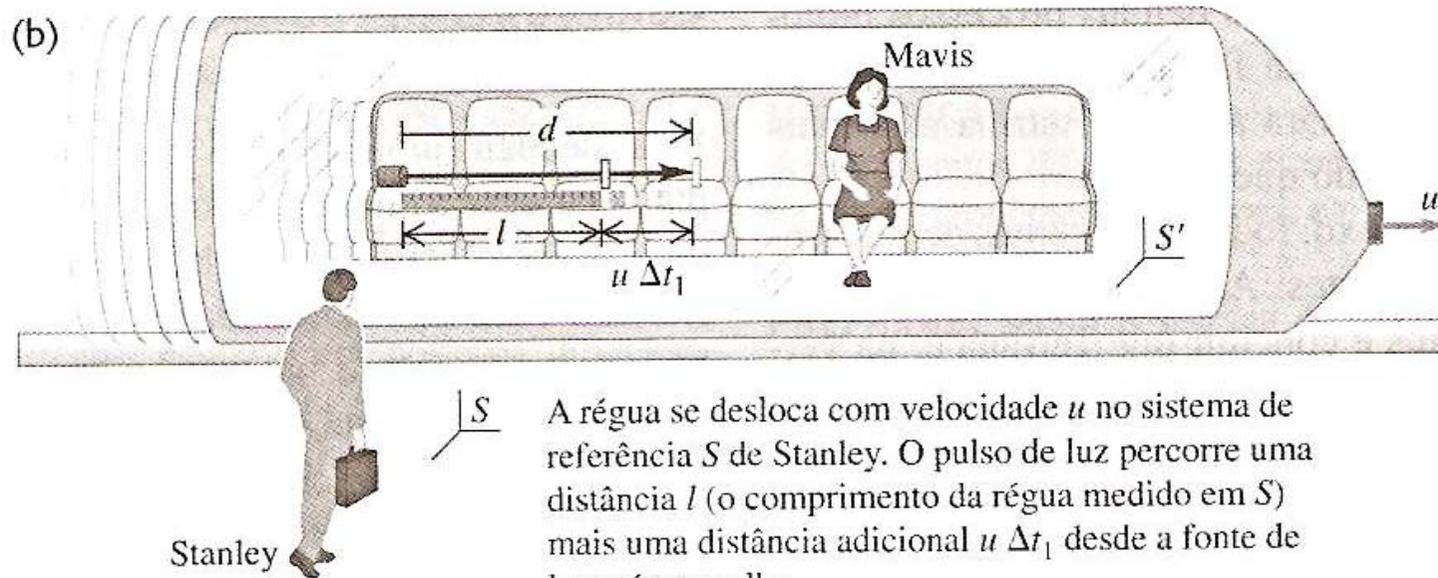
A régua se desloca com velocidade u no sistema de referência S de Stanley. O pulso de luz percorre uma distância l (o comprimento da régua medido em S) mais uma distância adicional $u \Delta t_1$ desde a fonte de luz até o espelho



A régua está em repouso no sistema de referência de Mavis, S' . O pulso de luz percorre uma distância l_0 da fonte de luz ao espelho

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} = \frac{2l_0}{c}$$

Tempo próprio

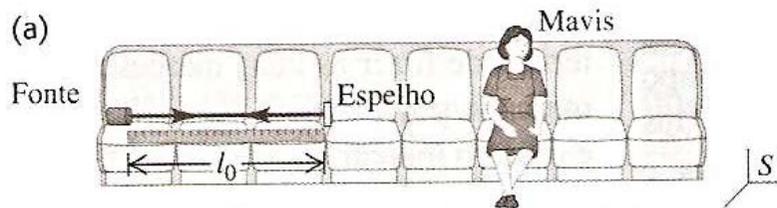


A régua se desloca com velocidade u no sistema de referência S de Stanley. O pulso de luz percorre uma distância l (o comprimento da régua medido em S) mais uma distância adicional $u \Delta t_1$ desde a fonte de luz até o espelho

$$\Delta t = \frac{l}{c-u} + \frac{l}{c+u}$$

Contração do comprimento

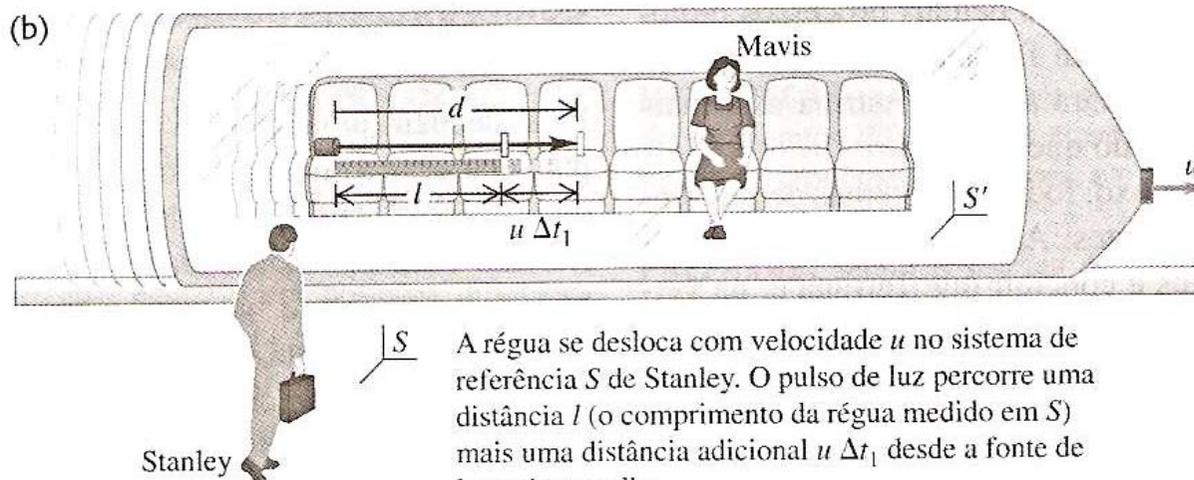
Comprimentos paralelos a direção do movimento



(a) A régua está em repouso no sistema de referência de Mavis, S' . O pulso de luz percorre uma distância l_0 da fonte de luz ao espelho

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} = \frac{2l_0}{c}$$

Tempo próprio



(b) A régua se desloca com velocidade u no sistema de referência S de Stanley. O pulso de luz percorre uma distância l (o comprimento da régua medido em S) mais uma distância adicional $u \Delta t_1$ desde a fonte de luz até o espelho

$$\Delta t = \frac{l}{c-u} + \frac{l}{c+u}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{l_0}{\gamma}$$

Contração do comprimento

Atenção:

A contração de comprimento é real. Isso não é uma ilusão de ótica! A régua observada no sistema S possui comprimento realmente menor do que o comprimento no sistema S'.

O comprimento medido no sistema de referência no qual o corpo está em repouso é chamado **comprimento próprio**.

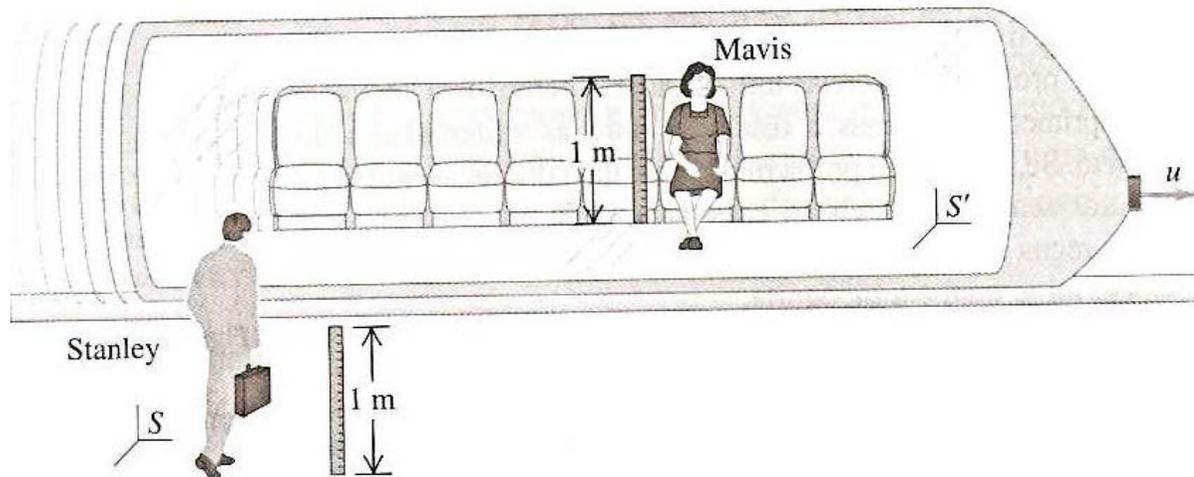
Então, l_0 é o comprimento próprio medido em S' e o comprimento medido em qualquer outro sistema de referência que se move em relação a S' é *menor do que* l_0 . Esse efeito é chamado de **contração do comprimento**.

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{l_0}{\gamma}$$

Relatividade do comprimento

Comprimentos perpendicular a direção do movimento

Uma outra experiência imaginária:



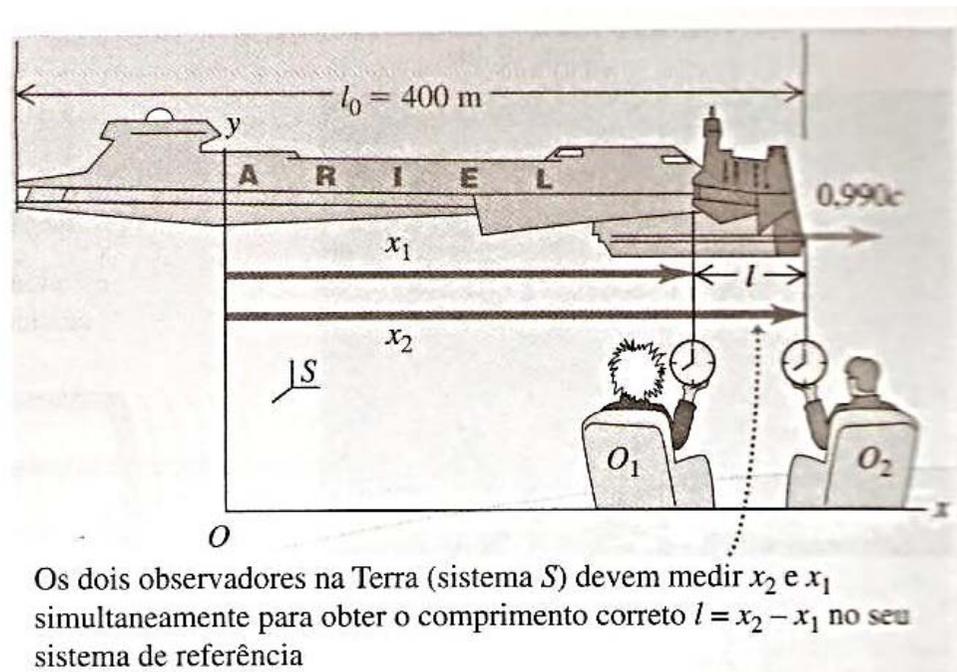
Os comprimentos medidos em direções perpendiculares à direção da velocidade relativa não sofrem contrações.

Figura 37.12 As duas réguas estão em direções perpendiculares à direção da velocidade relativa, de modo que, para qualquer valor de u , tanto Stanley quanto Mavis concluem que ambas as réguas possuem o mesmo comprimento de um metro.

Exemplo:

Qual é o comprimento da espaçonave?

Uma espaçonave passa pela Terra com uma velocidade de $0,990c$. Um membro da tripulação da espaçonave verifica que o comprimento da espaçonave é igual a 400 m. Qual é o comprimento da espaçonave medido por um observador na Terra?



Exemplo:

Qual é a distância entre dois observadores

A distância entre dois observadores é igual a 56,4 m na Terra.
Qual é a distância entre esses observadores medida pelos tripulantes da espaçonave do exercício anterior?