

---

## BASES EXPERIMENTAIS DA MECÂNICA QUÂNTICA

---

### DETERMINAÇÃO DE CARGA ESPECÍFICA DO ELÉTRON: MÉTODO DE BUSCH E HOAG

---

---

#### OBJETIVOS

---

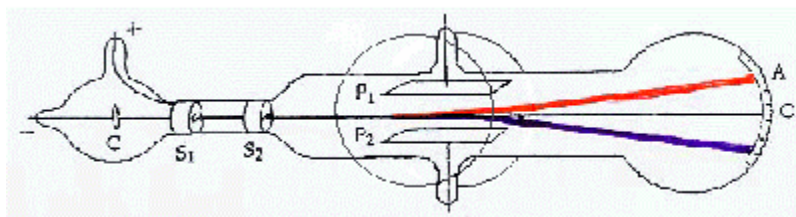
Nesta experiência procuramos determinar a carga específica do elétron ( $e/m$ ) utilizando o método de Busch e Hoag. Esse método usa o raio da órbita helicoidal do elétron, calculado pela interpretação de uma imagem obtida em um tubo de raios catódicos colocado dentro de um solenóide longo.

---

#### INTRODUÇÃO

---

Em 1897, J. J. Thomson demonstrou experimentalmente que a carga do elétron é negativa, a partir de experiências realizadas com raios catódicos. Notou que estes deveriam ser compostos por pequenas partículas de carga negativa, que eram desviadas por uma força eletrostática. Depois foram divulgados os resultados das experiências de R. A. Millikan (1909) que forneceram o valor da carga do elétron, igual a  $1,602177 \times 10^{-19} \text{ C}$ . Dado que a massa do elétron é igual a  $9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$ , a relação  $e/m$  do elétron é igual a  $1,758 \times 10^{11} \text{ C/kg}$ .



**Figura 1** – Tubo de raios catódicos utilizado por Thomson.

A *figura 1* mostra o aspecto básico do aparelho utilizado por Thomson. O tubo contém um gás à baixa pressão, e é muito utilizado em equipamentos corriqueiros, como os osciloscópios.

O cátodo  $C$  está sob um potencial negativo de centenas de volts e o ânodo  $S_1$  está aterrado. Devido à diferença de potencial, os raios catódicos (elétrons) movem-se em dire-

ção ao ânodo  $S_1$ , que contém uma fenda pela qual as partículas podem passar. Seguindo em frente, os raios catódicos encontram um anteparo  $S_2$ , que também possui uma fenda. A função desse anteparo é colimar o feixe de raios catódicos de forma que, na ausência de campos elétrico e magnético, o feixe desloca-se em linha reta (linha preta na *figura 1*). Quando o feixe atravessa  $S_2$ , ele atinge a parede do tubo no ponto  $O$ , formando uma mancha luminosa.

As placas  $P_1$  e  $P_2$  são duas placas metálicas paralelas, cuja função é promover o desvio da trajetória dos raios, quando da aplicação de uma diferença de potencial entre elas. Desse modo, se a placa  $P_1$  estiver carregada positivamente, os raios catódicos serão defletidos para cima e seguirão a trajetória vermelha da *figura 1*, atingindo o tubo no ponto  $A$  (onde surgirá um ponto luminoso). No lado externo do tubo existe um escala na qual lê-se a medida da deflexão sofrida pelos raios catódicos. Em virtude das partículas possuírem carga elétrica, ao cruzarem a região entre as placas onde há um campo elétrico, elas sofrerão a ação de uma força elétrica, que as desviará para cima. Como a tensão aplicada nas placas  $P_1$  e  $P_2$  é uma tensão alternada, ou seja, ora  $P_1$  está positivo e ora negativo, e  $P_2$  vice-versa, com essa variação dada pela frequência da rede (aproximadamente 60Hz) tem um comportamento senoidal, então a imagem formada na tela é uma reta que vai do ponto  $A$  (linha vermelha) de máxima deflexão para cima até o ponto  $B$  (linha azul) de máxima deflexão para baixo.

Métodos da mecânica clássica permitem determinar a massa de um corpo cuja trajetória tenha sido perturbada, desde que seja possível medir a influência de tal perturbação. Campos elétricos ou magnéticos exercem perturbações sobre cargas elétricas em movimento, alterando sua trajetória. A partir deste efeito pode-se determinar a razão entre a carga e a massa, ou carga específica, de tais partículas ( $e/m$ ).

O trabalho pioneiro de Thomson teve continuidade com o entusiasmo de outros pesquisadores. No final de 1920 várias técnicas estavam disponíveis para a determinação de cargas específicas de partículas elementares. Neste experimento utilizamos o método de hélice, desenvolvido em 1922, por **Busch** e **Hoag**.

Este método usa um tubo de raios catódicos com uma tela fluorescente numa extremidade, colocado na presença de um campo magnético.

Quando um elétron se move num campo elétrico  $\mathbf{E}$ , a força que atua sobre ele é:

$$F = -eE \quad (1)$$

Imagine que um tubo de raios catódicos é alinhado, com seu eixo longitudinal (que chamaremos de eixo  $Z$ ), coincidente com o eixo de um solenóide longo. As direções  $X$  e  $Y$

farão referência às deflexões horizontal e vertical. No interior do tubo os elétrons são gerados por um filamento aquecido e acelerados ao longo do eixo Z por uma diferença de potencial  $V$ , entre o cátodo e o ânodo. Os elétrons adquirem uma energia cinética dada por:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV, \quad (2)$$

em que  $v_z$  é a velocidade do elétron ao longo do eixo Z, dada por:

$$v_z = \sqrt{2.V.\left(\frac{e}{m}\right)}. \quad (3)$$

Caso o solenóide seja submetido a uma corrente  $i$ , aparecerá uma indução  $\mathbf{B}$ , paralela à velocidade  $\mathbf{v}_z$ .

Como:

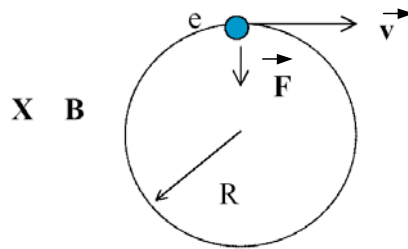
$$\mathbf{F} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (4)$$

e, que neste caso  $\mathbf{v}$  é paralelo a  $\mathbf{B}$ , nenhuma força atuará sobre o elétron e sua trajetória será ao longo de uma linha reta entre o ânodo e a tela fluorescente do tubo de raios catódicos.

Contudo, se usarmos uma das placas defletoras podemos provocar o aparecimento de uma componente de velocidade fora do eixo  $z$ , por exemplo,  $v_y$ . Essa componente da velocidade provocará o aparecimento de uma força magnética cuja direção coincide com o eixo X:

$$F_x = e.v_y.B_z \quad (5)$$

Trajétória do elétron:



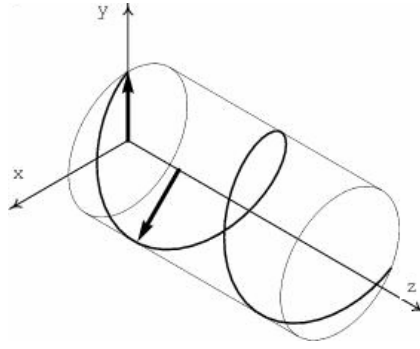
**Figura 2:** Esquema da trajetória do elétron no plano XY.

Essa nova força fará com que o elétron tome uma trajetória helicoidal, como mostra a figura 3, e o raio da órbita pode ser determinado através de:

$$\frac{m.v_y^2}{r} = e.v_y.B_z, \quad (6)$$

dando:

$$r = \frac{m.v_y}{e.B_z}. \quad (7)$$



**Figura 3:** Trajetória helicoidal do elétron.

Além disso, o período do elétron ao longo do eixo  $z$ , adquirido pela componente da velocidade  $v_y$  é

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v_y} = \frac{2\pi}{B} \frac{m}{e}, \quad (8)$$

sendo independente da velocidade e do raio do cilindro descrito, mas é dependente da razão  $(e/m)$ .

Chamando de  $S$  à distância percorrida pelo elétron desde o ânodo até o anteparo fluorescente, o tempo  $t$  necessário para o elétron percorrer essa distância é dado por:

$$t = \frac{S}{v_z} = \frac{S}{\sqrt{2V \cdot \left(\frac{e}{m}\right)}}. \quad (9)$$

Mais, o número  $n$  de voltas que o elétron dá sobre a hélice cilíndrica, até alcançar a tela fluorescente, será:

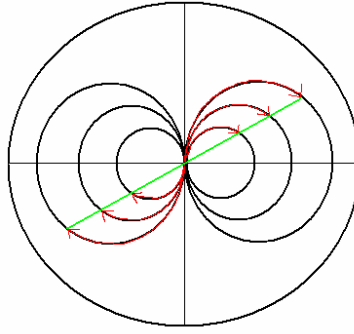
$$n = \frac{t}{T} = \frac{S/\sqrt{2V \cdot (e/m)}}{2\pi \cdot e/B \cdot m} = \frac{S/\sqrt{2V \cdot (e/m)}}{2\pi \cdot r/v_y} \quad (10)$$

ou:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot V \cdot n^2}{B^2 \cdot S^2} \quad (11)$$

Um ponto importante é que o número de voltas é dependente da velocidade transversal  $v_y$ . Assim, se uma tensão alternada for aplicada entre as placas de deflexão, os elétrons assumirão um conjunto de velocidades transversas entre  $+v_y$  e  $-v_y$ . Isso implica que eles descreverão, ao longo de suas trajetórias, um conjunto de diferentes cilindros, todos percorridos com a mesma velocidade  $v_z$ , mas com um valor diferente do número de voltas, uma vez que  $v_y$  varia.

Os pontos onde os elétrons alcançarão a tela fluorescente estarão ao longo de uma curva na forma de um S (Por quê?), conforme mostra a figura abaixo.



**Figura 4 - Desenho da imagem formada na tela fluorescente.**

Também podemos relacionar a energia cinética do elétron devido ao campo elétrico gerado pelas placas defletoras, que possuem potencial  $V_p$ , através da equação:

$$\frac{1}{2} m \cdot v_y^2 = e \cdot V_p \quad (12)$$

Substituindo a equação 7 na equação 12, encontramos uma expressão que relaciona  $e/m$  com a voltagem entre as placas defletoras, o quadrado do campo magnético e o quadrado do raio da hélice:

$$\frac{e}{m} = \frac{2 V_p}{B^2 r^2} \quad (13)$$

Para determinar o campo, usamos a lei de Ampère:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot R^2}{2 \cdot (R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot R^2}{2 \cdot r^3} \quad (14)$$

em que  $r = (R^2 + x^2)^{1/2}$ .

Se a corrente flui através de  $N$  voltas de um solenóide, a indução magnética  $dB$  resultante de um número de voltas  $(N/L)dx$  que cobre a distância  $dx$  é dada por:

$$dB = B \frac{N}{L} dx = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot i \cdot R^2}{2 \cdot L \cdot r^3} dx \quad (15)$$

No centro do solenóide a indução magnética é dada por:

$$B = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 \cdot N \cdot i}{\sqrt{\left(R^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)}}, \quad (16)$$

em que  $N$  é o número de espiras,  $R$  é o raio do solenóide e  $L$  é o comprimento do solenóide. Por fim substituindo a equação 16 na equação 11 chegamos em nossa expressão final:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot V_p \cdot \left(R^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)}{\mu_0^2 \cdot N^2 \cdot i^2 \cdot r^2} \quad (17)$$

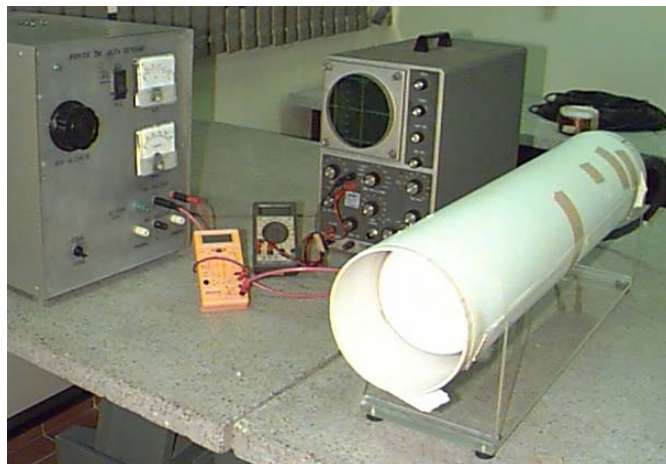
---

**MATERIAL UTILIZADO**

---

|                         |                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tubo de raios catódicos | Comprimento: $37,0 \pm 0,1$ cm<br>Voltagem aceleradora em Z $\approx 2500$ V                                                                                                                        |
| Fontes de Tensão        | Fonte de corrente contínua com corrente máxima de $\approx 0,45 \pm 0,01$ A para o solenóide<br>Fonte de corrente alternada com tensão de pico máxima de $\approx 120$ V para as placas defletoras. |
| Solenóide               | Comprimento do solenóide: 61,1 cm.<br>Diâmetro do solenóide: $15,0 \pm 0,1$ cm.<br>Densidade do enrolamento: 5500 voltas/m.<br>Número de voltas $\approx 3360$ voltas.                              |
| Placas Defletoras       | Distância: $2,0 \pm 0,5$ mm<br>Largura: $2,00 \pm 0,05$ cm<br>Comprimento: $2,00 \pm 0,05$ cm                                                                                                       |

O aparato utilizado está mostrado na *figura 5* onde temos um tubo de raios catódicos colocado no centro do solenóide, montado com um tubo de PVC, e duas fontes de tensão uma para o solenóide e outra para as placas defletoras. Outras características do equipamento estão na *tabela 1*. O eixo maior do solenóide (eixo **Z**) foi alinhado de modo a ficar paralelo ao campo magnético terrestre, orientado com o auxílio de uma bússola. Procuramos manter o centro do tubo de raios catódicos coincidindo com o centro do tubo de PVC a fim de ter uma melhor aproximação nos cálculos.



**Figura 5** – Montagem utilizada no experimento, com o tubo de raios catódicos dentro do solenóide.

