

Gabarito da Prova 3

Questão 1: Água escoava através de um tubo cuja superfície interna é mantida a uma temperatura uniforme. A água entra no tubo a 20 °C, sai a uma temperatura média de 60 °C e sabe-se que a temperatura média da água na posição intermediária do tubo é 44,8 °C. A velocidade média da água na seção de entrada do tubo é de 1 m/s e o tubo tem diâmetro interno de 20 mm. Pede-se:

- (a) A taxa de transferência de calor para a água, em kW; **(1,0 ponto)**
- (b) O coeficiente médio de transferência de calor por convecção para a água no interior do tubo; **(1,5 ponto)**
- (c) A temperatura da superfície interna do tubo, em °C, e o comprimento do tubo, em m; **(2,0 pontos)**
- (d) O fluxo de calor do tubo para a água na posição intermediária do tubo, em kW/m². **(0,5 pontos)**

Solução: A Figura 1 mostra um desenho esquemático do problema, onde as seções de entrada, intermediária e saída da tubulação são designadas pelas letras *e*, *i* e *s*, respectivamente. Na mesma figura *L* é o comprimento do tubo e *T_s* a temperatura da superfície (interna) do tubo. A temperatura média de mistura deste escoamento vale:

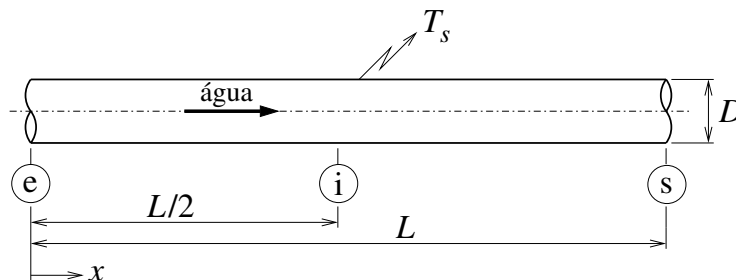


FIGURA 1 – Desenho esquemático da questão 1.

$$\bar{T}_m = \frac{T_{me} + T_{ms}}{2} = \frac{20 + 60}{2} = 40 \text{ °C} = 313 \text{ K}$$

Consultando as tabelas de propriedades físicas da água nesta temperatura: $k = 0,6316 \text{ W/(m.K)}$; $C_P = 4178,6 \text{ J/(kg.K)}$; $\mu = 656,6 \times 10^{-6} \text{ Pa.s}$; $\text{Pr} = 4,344$.

Adota-se como hipótese inicial que o escoamento é turbulento e o comprimento de entrada térmico é pequeno frente ao comprimento total, de modo que será considerado escoamento termicamente desenvolvido sobre todo o comprimento do tubo. Ao final verifica-se a veracidade desta hipótese.

(a) Nas tabelas de propriedades físicas, o volume específico da água líquida a $T_{me} = 20 \text{ °C}$ é $v = 0,0010016 \text{ m}^3/\text{kg} \Rightarrow \rho = 998,4 \text{ kg/m}^3$. Assim, a vazão mássica de água na tubulação vale:

$$\dot{m} = \rho \cdot \bar{V} \cdot A_c = \rho \cdot \bar{V} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = 998,4 \cdot 1 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,02^2 = 0,3137 \text{ kg/s}$$

A taxa de transferência de calor para a água, $\dot{Q}$ será:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot C_P \cdot (T_{ms} - T_{me}) = 0,3137.4178,6 \cdot (60 - 20) = 52433,1 \text{ W}$$

$$\dot{Q} = 52,4 \text{ kW} \quad \boxed{1,0 \text{ pt}}$$

(b) Calculando o número de Reynolds para o escoamento da água no tubo:

$$\text{Re}_D = \frac{\rho \cdot \bar{V} \cdot D}{\mu} = \frac{998.4.1.0,02}{656,6 \times 10^{-6}} = 30411,2$$

O escoamento é, portanto, turbulento (parte da hipótese inicial confirmada). Avaliando $\overline{\text{Nu}}_D$ e, na sequência, $\bar{h}$:

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0,023 \cdot \text{Re}_D^{4/5} \cdot \text{Pr}^{0,4} = 0,023 \cdot 30411,2^{4/5} \cdot 4,344^{0,4} = 159,7$$

$$\bar{h} = \frac{\overline{\text{Nu}}_D \cdot k}{D} = \frac{159,7 \cdot 0,6316}{0,02} = 5043,33 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$\bar{h} = 5043,3 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)} \quad \boxed{1,5 \text{ pt}}$$

(c) Para convecção forçada interna com temperatura da parede do tubo constante, pode-se generalizar, para uma posição x qualquer:

$$\frac{T_s - T_{mx}}{T_s - T_{me}} = e^{\left(-\frac{\pi \cdot D \cdot \bar{h}}{\dot{m} \cdot C_P} \cdot x\right)}$$

Observe que, para este escoamento, o termo $\pi \cdot D \cdot \bar{h} / (\dot{m} \cdot C_P)$ é constante. Chamando esta constante de $\mathbb{C}$, pode-se escrever, para as posições intermediária e de saída:

$$\frac{T_s - T_{mi}}{T_s - T_{me}} = e^{\mathbb{C} \cdot \frac{L}{2}} \quad ; \quad \frac{T_s - T_{ms}}{T_s - T_{me}} = e^{\mathbb{C} \cdot L}$$

$$\ln \left(\frac{T_s - T_{mi}}{T_s - T_{me}} \right) = \frac{\mathbb{C} \cdot L}{2} \quad ; \quad \ln \left(\frac{T_s - T_{ms}}{T_s - T_{me}} \right) = \mathbb{C} \cdot L$$

De onde se conclui que:

$$\left(\frac{T_s - T_{mi}}{T_s - T_{me}} \right)^2 = \frac{T_s - T_{ms}}{T_s - T_{me}}$$

Resolvendo:

$$(T_{me} + T_{ms} - 2 \cdot T_{mi}) \cdot T_s^2 + (T_{mi}^2 + 2 \cdot T_{me} \cdot T_{mi} - T_{me}^2 - 2 \cdot T_{me} \cdot T_{ms}) \cdot T_s + T_{me}^2 \cdot T_{ms} - T_{mi}^2 \cdot T_{me} = 0$$

Substituindo os valores de T_{me} , T_{mi} e T_{ms} , obtém-se:

$$-9,6 \cdot T_s^2 + 999,04 \cdot T_s - 16140,8 = 0$$

Resolvendo as raízes são $T_s = 20^\circ\text{C}$, que não tem sentido para este problema, e $T_s = 84,07^\circ\text{C}$, que é a resposta procurada. Para calcular L faz-se:

$$\frac{T_s - T_{ms}}{T_s - T_{me}} = e^{\left(-\frac{\pi \cdot D \cdot \bar{h}}{\dot{m} \cdot C_P} \cdot L\right)} \Rightarrow \frac{84,07 - 60}{84,07 - 20} = e^{\left(-\frac{\pi \cdot 0,02 \cdot 5043,3}{0,3137 \cdot 4178,6} \cdot L\right)} \Rightarrow L = 4,05 \text{ m}$$

Portanto, as respostas são:

$$T_s = 84,07^\circ\text{C} \text{ e } L = 4,05 \text{ m} \quad \boxed{2,0 \text{ pts}}$$

Verificando o comprimento de entrada térmico, $x_{fd,t}$, para escoamento turbulento:

$$x_{fd,t} = 10.D = 10.0,02 = 0,2 \text{ m}$$

Isto corresponde a 5% do comprimento total que é de aproximadamente 4 m. Logo a hipótese de que comprimento de entrada térmico é pequeno frente ao comprimento total também é válida nesta solução.

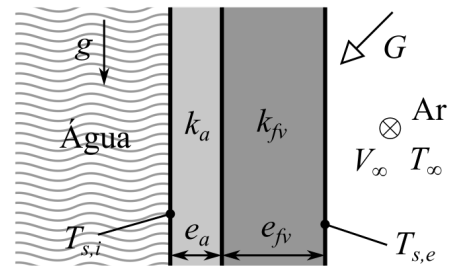
(d) O fluxo de calor na posição intermediária, $\dot{q}''_{x=L/2}$, é calculado por:

$$\dot{q}''_{x=L/2} = \bar{h} \cdot (T_s - T_{mi}) = 5043,3 \cdot (84,07 - 44,8) = 198050,4 \text{ W/m}^2$$

$$\dot{q}''_{x=L/2} = 198,1 \text{ kW/m}^2 \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

Questão 2: A figura mostra esquematicamente um corte de uma parede de um reservatório elevado de água. A parede é plana, com altura $H = 3\text{ m}$ e comprimento $L = 10\text{ m}$, e é composta por uma chapa de aço [$k_a = 60\text{ W/(m} \cdot \text{K)}$] de espessura $e_a = 5\text{ mm}$ e uma camada de resina com fibra de vidro [$k_{fv} = 0,04\text{ W/(m} \cdot \text{K)}$] de espessura $e_{fv} = 15\text{ mm}$. Num certo dia, a superfície externa da parede está exposta a uma radiação solar $G = 800\text{ W/m}^2$ e sua pintura externa faz com que 200 W/m^2 sejam refletidos. Ar escoava paralelamente à superfície externa, na direção horizontal, com velocidade $V_\infty = 5\text{ m/s}$ e temperatura $T_\infty = 30^\circ\text{C}$, e por conta da turbulência na atmosfera local a camada limite ao longo da parede pode ser considerada sempre turbulenta. Termômetros instalados nas superfícies interna e externa da parede indicam temperaturas $T_{s,i} = 18^\circ\text{C}$ e $T_{s,e} = 54^\circ\text{C}$, respectivamente. Sabendo que a aceleração da gravidade no local é $g = 9,8\text{ m/s}^2$, determine:

- (a) O fluxo de calor através da parede; **(1,0 ponto)**
 (b) A refletividade, a absortividade e a emissividade da pintura externa da parede; **(2,5 pontos)**
 (c) A temperatura da água no interior do reservatório. **(1,5 ponto)**



Solução: (a) $q'' = q''_{\text{cond}} = \frac{(T_{s,e} - T_{s,i})}{R''_t}$

$$R''_t = \frac{e_a}{k_a} + \frac{e_{fv}}{k_{fv}} = \frac{0,005}{60} + \frac{0,015}{0,04} = 0,3751\text{ K} \cdot \text{m}^2/\text{W} \quad \boxed{0,5\text{ pt}}$$

$$q''_{\text{cond}} = \frac{(54 - 18)}{0,3751} = 96,0\text{ W/m}^2 \quad \boxed{0,5\text{ pt}}$$

(b) $\rho = \frac{G_{\text{ref}}}{G} = \frac{200}{800} = 0,25 \quad \boxed{0,3\text{ pt}} \quad \alpha = 1 - \rho = 0,75 \quad \boxed{0,3\text{ pt}}$

Para encontrar a emissividade, precisamos primeiramente determinar o poder emissivo, e para isso fazemos um balanço de fluxo de energia na superfície externa:

$$q''_{\text{cond}} = q''_{\text{rad}} + q''_{\text{conv}} = G - J + \bar{h}_e(T_\infty - T_{s,e}) = G_{\text{abs}} + \cancel{G_{\text{ref}}} - \cancel{G_{\text{ref}}} - E + \bar{h}_e(T_\infty - T_{s,e})$$

$$E = -q''_{\text{cond}} + \bar{h}_e(T_\infty - T_{s,e}) + \alpha G$$

Precisamos determinar $\bar{h}_e$. Trata-se de convecção forçada em escoamento sobre placa plana, em regime turbulento. As propriedades do ar precisam ser avaliadas à temperatura de filme, $T_{f,e} = (54 + 30)/2 = 42^\circ\text{C} = 315\text{ K}$:

$$\nu = 1,740 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}; \quad Pr = 0,7049; \quad k_f = 0,02741\text{ W/(m} \cdot \text{K)} \quad \boxed{0,2\text{ pt}}$$

$$Re_L = \frac{V_\infty L}{\nu} = \frac{5 \times 10}{1,740 \times 10^{-5}} = 2,874 \times 10^6 \quad \boxed{0,2\text{ pt}}$$

$$\overline{Nu}_L = 0,037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3} = 4834; \quad \boxed{0,3\text{ pt}} \quad \bar{h}_e = \frac{\overline{Nu}_L k_f}{L} = 13,25\text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)} \quad \boxed{0,2\text{ pt}}$$

$$q''_{\text{conv}} = 13,25 \times (30 - 54) = -318,0\text{ W/m}^2 \quad \boxed{0,2\text{ pt}}$$

$$E = -96 - 318 + 0,75 \times 800 = 186,0 \text{ W/m}^2 \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

$$\epsilon = \frac{E}{\sigma T_{s,e}^4} = \frac{186,0}{5,67 \times 10^{-8} \times 327^4} = 0,287 \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}$$

(c) O fluxo térmico é conduzido para a água através de convecção natural em placa vertical, $q''_{\text{cond}} = q''_{\text{cn}} = \bar{h}_i(T_{s,i} - T_a)$, onde T_a é a temperatura da água. Precisamos determinar $\bar{h}_i$ e para isso é preciso estimar uma temperatura de filme $T_{f,i}$, que necessariamente deve ser menor que $T_{s,i} = 18^\circ\text{C} = 291 \text{ K}$. Para evitar interpolação num primeiro momento, adotaremos $T_{f,i} = 290 \text{ K}$, o que corresponde a $T_a = 289 \text{ K} = 16^\circ\text{C}$. As propriedades da água a $T_{f,i}$ são:

$$\nu = 1,001 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}; \quad \mu = 1,080 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}; \quad \nu = \mu = 1,081 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$$

$$Pr = 7,56; \quad \beta = 1,740 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}; \quad k_f = 5,98 \times 10^{-1} \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}) \quad \boxed{0,2 \text{ pt}}$$

$$Ra_H = \frac{g\beta(T_{s,i} - T_a)H^3}{\nu^2} Pr = 5,956 \times 10^{11} \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}$$

$$\bar{Nu}_H = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 Ra_H^{1/6}}{\left[1 + (0,492/Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 = 1179 \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}$$

$$\bar{h}_i = \frac{\bar{Nu}_H k_f}{H} = 235 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}); \quad \boxed{0,2 \text{ pt}} \quad T_a = T_{s,i} - \frac{q''_{\text{cond}}}{\bar{h}_i} = 18 - \frac{96}{235} = 17,6^\circ\text{C} \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}$$

A estimativa de $T_{f,i}$ foi razoável, não é preciso iterar novamente. $\boxed{0,2 \text{ pt}}$