1. Verificar a controlabilidade e colocar na forma normal de Kalman os pares (A, B) dados abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} -22.2 & -10.6 & -25.2 \\ 5.2 & 2.6 & 7.2 \\ 16.6 & 7.8 & 18.6 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} -0.8 \\ 0.8 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

2. Sejam A uma matriz $n \times n$ e B uma matriz $n \times m$. Defimos $V \subset \mathbb{R}^n$ como o menor subespaço de $\mathbb{R}^n$ que contém a imagem de B e é invariante por A. Mostre que o par (A, B) é controlável se, e somente se $V = \mathbb{R}^n$.
3. Verifique se o seguinte sistema linear é observável:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_1 - x_2 + x_3 + u_1 \\ \dot{x}_2 &= x_2 + 4x_3 \\ \dot{x}_3 &= -x_1 + 2x_3 + u_2 \\ y &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

4. Considere a matriz A abaixo. Calcule $\omega(A)$ e, se possível um número positivo M tal que $||e^{tA}x|| \leq Me^{5t}||x||$ para todo x e $t > 0$.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \tag{1}$$

5. Suponha que $\lambda_1 = -2\mathbf{i}$ esteja no espectro da matriz A, então existe um vetor x_o de $\mathbb{R}^n$ tal que $\|e^{tA}x_0\|$ não vai a zero quando t vai a infinito.
6. Verifique se o polinômio $p(x) = x^6 + 120x^5 + 650x^4 + 20x^3 + 16x^2 + 248x + 6$ é estável.
7. Use a matriz de Hurwitz para dar uma condição necessária e suficiente para a estabilidade de um polinômio de grau 4.
8. A e B são as matrizes dadas abaixo. Verifique que (A, B) é controlável. Ache o polinômio característico de A na forma $p(\lambda) = \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3$ e ache a matriz inversível P tal que

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{pmatrix} \text{ e } P^{-1}B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

onde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

9. Mostre que se o par (A, B) não é completamente estabilizável então o conjunto $\{\omega(A + BK) : K \in \mathbb{R}^{m \times n}\}$ é limitado inferiormente.
10. Usando o par (A, B) do exercício anterior, encontre uma matriz K de dimensão 1×3 talque $\|e^{(A+BK)}x\| \leq 0.1\|x\|$.