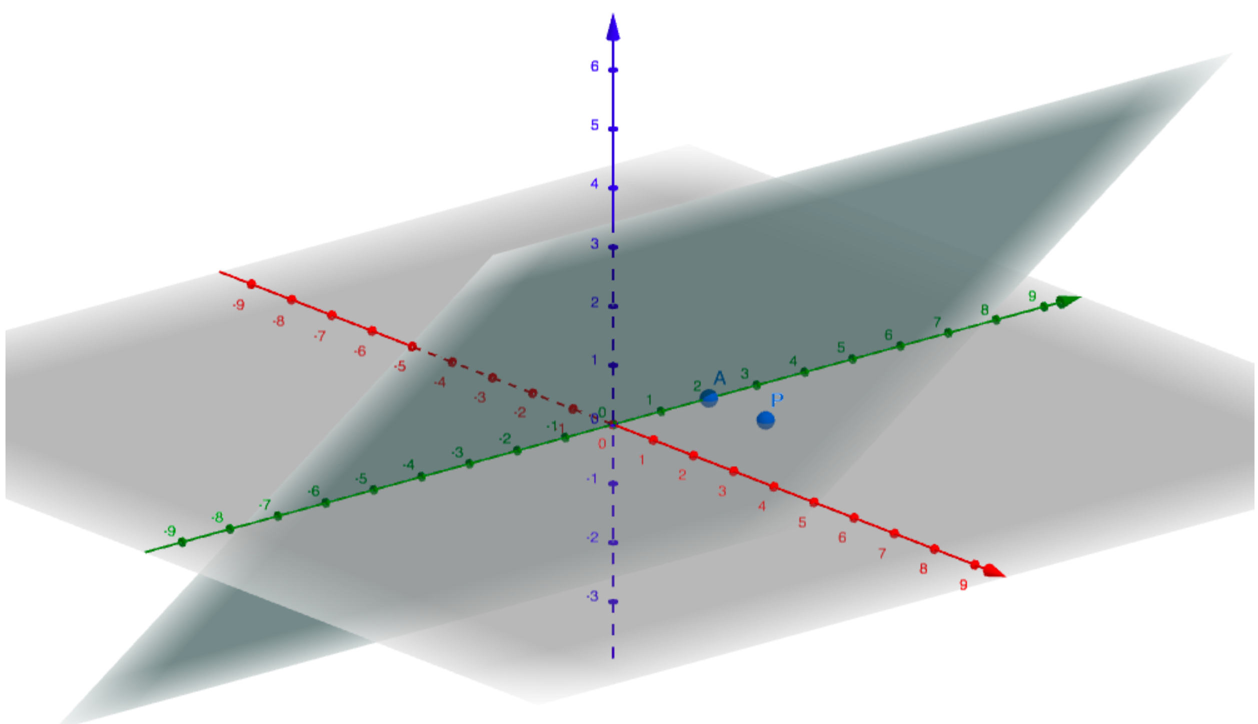
Lista Auxiliar - G.A.

Instituto de Física
Universidade de São Paulo

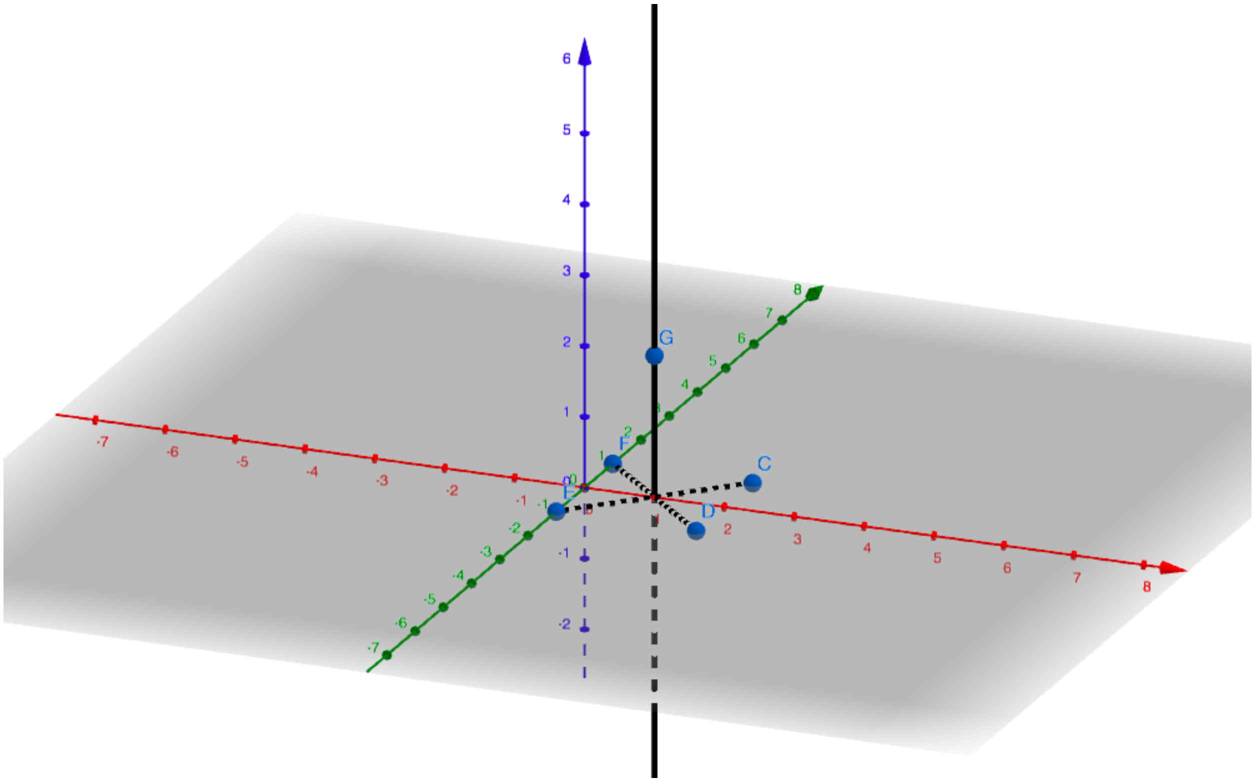
28 de Junho de 2019

1. O vértice de uma pirâmide regular é $P = (\sqrt{2}, 2, 0)$ e sua base é um quadrado $ABCD$ contido no plano $\pi : x - z = 0$. Sendo $A = (0, 2, 0)$, determine os outros três vértices.

   Só para conseguirmos visualizar melhor temos abaixo:



   Como a pirâmide é regular calcularei a projeção ortogonal de P no plano π pois isso me dará a intersecção das diagonais do quadrado que constitui a base conforme ilustrado abaixo:

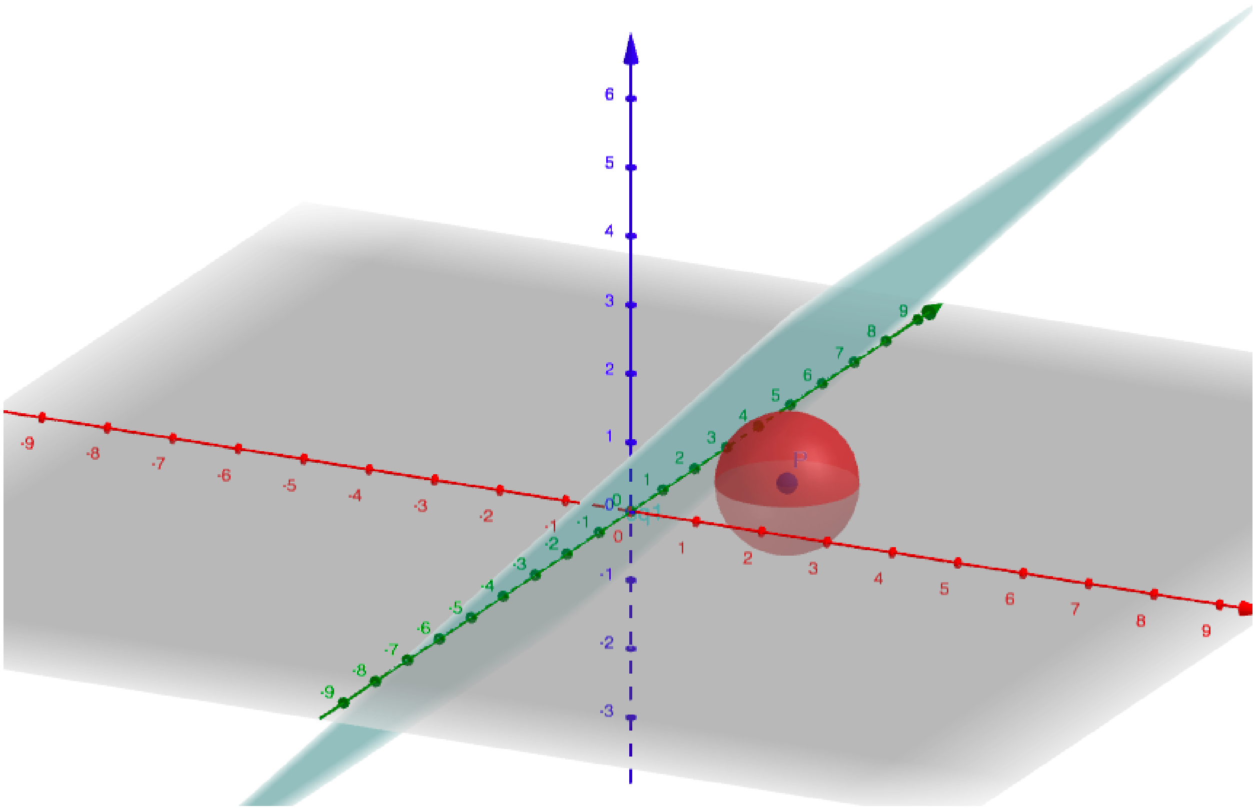


$$d(P,\pi) = \frac{|ax_P + by_P + cz_P + d|}{|\vec{n}|}$$

Onde $|\vec{n}|$ é a norma do vetor normal ao plano π.

$$\therefore d(P,\pi) = \frac{|a\sqrt{2}+2b|}{|\vec{n}|} = \frac{|\sqrt{2}-2|}{|\vec{n}|} = \frac{|\sqrt{2}-2|}{\left\| \dfrac{(1,0,-1)}{\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}} \right\|} = 1$$

Com a informação obtida de $d(P,\pi)$ vou plotar a esfera de centro P e raio $r = 1$: $(x-\sqrt{2})^2 + (y-2)^2 + z^2 = 1^2$ que vai ter o plano como tangente.



O plano $x - z = 0$ tangencia a esfera no ponto onde:

$$x - z = (x - \sqrt{2})^2 + (y - 2)^2 + z^2 - 1$$
$$(x^2 - 2x\sqrt{2} - x) + 2 + (y^2 - 4y) + 4 = 1$$

2. Prove que se $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{w} \cdot \vec{v}$ então $\vec{u} = \vec{w}$.

Se $\vec{v} = \vec{0}$ então a afirmação não vale.
Se $\vec{v} \neq \vec{0}$ e:

- $\vec{u} = [1\ 0\ 0]^T$
- $\vec{v} = [2\ 9\ -89]^T$
- $\vec{w} = [2\ 34\ 31]^T$

Então temos: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{w} \cdot \vec{v} = 2$ mas $\vec{u} \neq \vec{w}$.
Portanto a afirmação não é válida.