

# Lista de Exercícios 6

## Fundamentos de Astronomia - AGA0215

Data de entrega: 25/06/2019

### Cosmologia

1) Pela teoria da relatividade restrita:

$$\frac{v}{c} = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} = \frac{(5,5)^2 - 1}{(5,5)^2 + 1} = 0,963$$

$$\Rightarrow v = 288700137ms^{-1}$$

É necessário alertar, porém, que essa fórmula não se aplica à expansão do Universo. Segundo a teoria da Relatividade Geral, o *redshift* deve ser interpretado como devido à expansão do próprio espaço, e não devido à presença do objeto via efeito Doppler relativístico.

2)

a.  $H_0 = \frac{v}{d} = \frac{\Delta v}{\Delta d} = \frac{3 \cdot 10^4 \text{ km/s}}{400 \text{ Mpc}} \cong 75 \text{ km/s/Mpc}$

b.  $t_0 = \frac{1}{H_0} = \frac{\text{Mpc}}{75 \text{ km/s}} = \frac{3 \cdot 10^{24} \text{ cm s}}{75 \cdot 10^5 \text{ cm}} = 4 \cdot 10^{17} \text{ s} \approx 12,7 \text{ Ganos}$

3) Como

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

pela lei de Wien

$$T = \frac{b}{\lambda_{max}} = \frac{b\nu}{c} = \frac{2,9 \cdot 10^6 \text{ nm K} \cdot 200 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}}{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}} = 1,93 \text{ K}$$

O valor experimental determinado para o CMB é de  $2,72548 \pm 0,00057 \text{ K}$ .

4)

$$R = ct = 14 \text{ bilhões de anos-luz}$$

$$V = \frac{4\pi R^3}{3} = 11500 \text{ bilhões de anos-luz cúbicos}$$

Esse raciocínio faz sentido somente se o universo fosse o espaço-tempo plano da relatividade especial; no universo real, o espaço-tempo é curvo em escalas cosmológicas, o que significa que o espaço tridimensional está se expandindo, como posto em evidência pela Lei de Hubble (exercício (1)). Distâncias obtidas como resultado da multiplicação da velocidade da luz pelo intervalo de tempo cosmológico não têm significado físico direto.

5)

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}m(Hr)^2 - \frac{Gm}{r} \frac{4\pi r^3 \rho}{3}$$

$$E = mr^2 \left( \frac{H^2}{2} - \frac{4G\pi\rho}{3} \right)$$

A densidade crítica  $\rho_c$  é tal que  $E = 0$ . Logo

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

Daí

$$E = \frac{4\pi Gmr^2}{3}(\rho_c - \rho)$$

Então, se  $\rho > \rho_c$ , a energia é negativa e vice-versa.