

Prova Substitutiva

AGA0215 - Diurno

25.06.2019

A prova deverá ser feita sem consulta. As respostas das questões envolvendo qualquer tipo de cálculo deverão demonstrar explicitamente como o resultado foi obtido. A nota máxima da prova é 10. Fórmulas e constantes estão dadas na última página.

1. (0.4 pt) Os comprimentos de onda de linhas de absorção produzidas por um elemento:

- (A) Dependem da temperatura do gás.
- (B) São idênticos aos das linhas de emissão produzidas pelo mesmo elemento.
- (C) Dependem da densidade do gás.
- (D) São diferentes aos das linhas de emissão produzidas pelo mesmo elemento.
- (E) Todas as alternativas anteriores estão incorretas.

2. (0.4 pt) Uma anã branca, resultante da evolução de uma estrela de $1 M_{\odot}$, é composta primariamente de:

- (A) Elétrons
- (B) Carbono
- (C) Hidrogênio
- (D) Hélio
- (E) Ferro

3. (0.4 pt) Um exemplo de coordenadas equatoriais é:

- (A) ascensão reta e distância zenital.
- (B) azimute e altura.
- (C) ascensão reta e latitude.
- (D) declinação e altura.
- (E) ângulo horário e declinação.

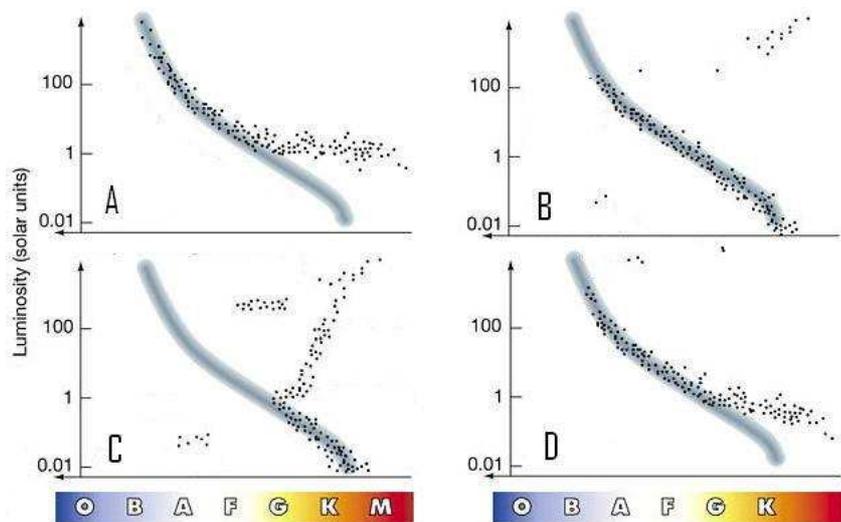
4. (0.4 pt) O melhor lugar para se procurar buracos negros estelares é numa região do espaço:

- (A) escura e vazia.
- (B) que tenha perdido recentemente estrelas.
- (C) que tenha forte emissão em raios-X.
- (D) que seja mais fria do que a sua vizinhança.

(E) que tenha formação recente de estrelas.

5. (0.4 pt) Considere os diagramas HR dos aglomerados de estrelas na figura abaixo. Qual é a ordem correta do mais jovem ao mais velho:

- (A) A-B-C-D
- (B) A-D-B-C
- (C) D-A-B-C
- (D) D-A-C-B
- (E) C-D-A-B



6. (0.4 pt) No disco de uma galáxia espiral:

- (A) o período de rotação do gás e estrelas nas partes internas é menor do que nas externas.
- (B) todo o conjunto de estrelas foi formado no início da formação da galáxia.
- (C) o gás frio interestelar é inexistente.
- (D) não existem subestruturas.
- (E) as órbitas das estrelas são randômicas.

7. (0.4 pt) A maior variação em tamanho, massa e luminosidade ocorre entre:

- (A) aglomerados globulares.
- (B) galáxias irregulares dos tipos I e II.
- (C) rádio-galáxias.

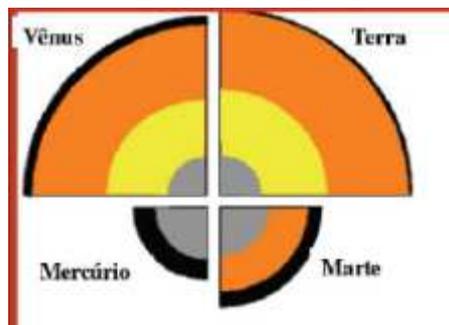
- (D) galáxias elípticas.
- (E) galáxias espirais e espirais barradas.

8. (0.4 pt) Um indicativo da existência de matéria escura no universo é:

- (A) a expansão do universo.
- (B) a emissão de raios cósmicos do centro da galáxia.
- (C) a curva de rotação de galáxias espirais.
- (D) a existência de manchas solares.
- (E) as anãs brancas.

9. (0.4 pt) O desenho abaixo mostra um esquema do interior dos planetas terrestres. Assinale a alternativa correta, identificando os diferentes componentes da parte mais interna até a mais externa. Observe que nem todos os planetas tem todas as camadas.

- (A) Núcleo interno de ferro, núcleo externo de hidrogênio molecular líquido, manto de silicato, crosta de ferro.
- (B) Núcleo interno de ferro, núcleo externo de ferro líquido, manto de silicato, crosta de silicato.
- (C) Núcleo interno de silicato, núcleo externo de hidrogênio molecular líquido, manto de gelo, crosta de gelo.
- (D) Núcleo interno de silicato, núcleo externo de silicato, manto de ferro, crosta de silicato.



10. (0.4 pt) Onde no sistema solar está situado o cinturão principal de asteroides?

- (A) Desde a órbita de Netuno.
- (B) Entre as órbitas de Vênus e Terra.
- (C) Entre as órbitas de Marte e Júpiter.
- (D) Entre as órbitas da Terra e Marte.
- (E) Entre as órbitas de Júpiter e Saturno.

- 11. (1.6 pt)** A presença de um planeta orbitando ao redor de uma estrela de $1 M_{\odot}$ faz a mesma variar sua velocidade radial observada de ± 80 m/s num período de 4.2 dias. Qual o limite inferior de massa do planeta (em M_{\odot})? *Dicas: assumir órbita aproximadamente circular do planeta em torno do centro de massa do sistema planeta e estrela; usar a conservação do momento linear do sistema no referencial do centro de massa.*
- 12. (1.6 pt)** O diâmetro angular da Lua é 0.5° . A lua cheia tem uma magnitude aparente de -12.5 , e o Sol -26.7 . Encontre o albedo de Bond (albedo esférico) da Lua, supondo que a luz é refletida isotropicamente (dentro de um ângulo sólido de 2π sterad). *Dica: usar que distância Terra-Sol \gg distância Terra-Lua.*
- 13. (1.6 pt)** Uma nuvem interestelar de hidrogênio atômico contém 10 átomos por cm^3 . Qual deve ser o raio da nuvem para ela colapsar devido a sua própria gravidade? A temperatura da nuvem é 100 K.
- 14. (1.6 pt)** Dois rádio telescópios são usados como um interferômetro, sua linha de base sendo de 2900 km.
- (A) Qual é a resolução em 22 GHz na direção da linha de base?
- (B) Qual deveria ser o tamanho de um telescópio óptico (≈ 550 nm) com esta mesma resolução?
- 15. (1.6 pt)** Uma estrela cruza o lado sul do meridiano a uma altura de 85° , e o lado norte do meridiano a uma altura de 45° . Encontre a declinação da estrela e a latitude do observador.

Fórmulas e constantes

Constante de Boltzmann: $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

Constante de Gravitação: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$

Massa do proton: $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Massa do eletron: $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Massa do Sol: $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$

Massa da Terra: $M_T = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$

Raio da Terra: $R_T = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$

Parsec: $pc = 3.08 \times 10^{16} \text{ m}$

Unidade astronomica: $UA = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$

Velocidade da luz: $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Lei de Stefan-Boltzmann: $F = \sigma T^4$

Lei de Wien: $\lambda_{\max} T = b = 0.0028978 \text{ K m}$

Magnitude aparente: $m = -2.5 \log_{10} [F(r)] + C$

Magnitude absoluta: $m - M = -2.5 \log_{10} [F(r)/F(10 \text{ pc})]$

Albedo esférico: $A = L_{\text{refletido}}/L_{\text{incidente}}$, onde $L = \int F dS$ é a densidade de fluxo integrada na superfície do objeto, ou a energia/tempo incidente ou refletida pela área total do objeto

Critério de Rayleigh: $\theta_{\min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

Tamanho da imagem no plano focal do telescópio: $y = f \tan \theta$

Tempo de exposição é inversamente proporcional ao fluxo de fótons J na área da imagem do objeto formada no plano focal do telescópio: $J \propto (D/f)^2$

Magnificação: $m = f_{\text{objetiva}}/f_{\text{ocular}}$

Relação entre coordenadas horizontais (azimute A e distância zenital z) e equatoriais (ângulo horário H e declinação δ) na latitude Φ :

$$\cos z = \sin \Phi \sin \delta + \cos \Phi \cos \delta \cos H, \quad (1)$$

$$\sin \delta = \sin \Phi \cos z + \cos \Phi \sin z \cos A. \quad (2)$$

Separação angular θ entre dois objetos com coordenadas equatoriais (α_1, δ_1) e (α_2, δ_2) :

$$\cos \theta = \sin \delta_1 \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2). \quad (3)$$

Relações para órbitas elípticas:

$$\mu = G(m_1 + m_2), \quad (4)$$

$$\mathbf{k} = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}, \quad (5)$$

$$h = \frac{1}{2}v^2 - \frac{\mu}{r}, \quad (6)$$

$$\mu^2(e^2 - 1) = 2hk^2, \quad (7)$$

$$a = -\frac{\mu}{2h}, \quad (8)$$

$$r = \frac{k^2/\mu}{1 + e \cos f} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos f}. \quad (9)$$

Terceira lei de Kepler:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} a^3. \quad (10)$$

Massa de Jeans:

$$M_J \sim \left(\frac{kT}{\mu m_H G} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{\rho} \right)^{1/2}. \quad (11)$$



Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas

NOME PROVA SUB - GABARITO N.º USP _____

CURSO _____

DISCIPLINA _____

DATA ____/____/____

NOTA	EXAMINADORES

Q1 B

Q6 A

Q2 B

Q7 D

Q3 E

Q8 C

Q4 C

Q9 B

Q5 B

Q10 C

$$Q11 \quad P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M_{\star} + M_p)} a^3 \approx \frac{4\pi^2}{GM_{\star}} a^3$$

$$\Rightarrow a^3 = \frac{1}{4\pi^2} GM_{\star} P^2$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \times 1.99 \times 10^{30} \text{ kg} \times$$

$$\times (4.2 \times 24 \times 3600 \text{ s})^2$$

$$= 3.362 \times 10^{18} \times (3.628 \times 10^5)^2 \text{ m}^3$$

$$= 442.5 \times 10^{27} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow a = 7.62 \times 10^9 \text{ m}$$

Q11 (CONT.)

$$\frac{M_p v_p^2}{a} = \frac{G M_\star M_p}{a^2} \quad (\text{ÓRBITA CIRCULAR})$$

$$\Rightarrow v_p^2 = \frac{G M_\star}{a} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \times 1.99 \times 10^{30} \text{ Kg}}{7.62 \times 10^9 \text{ m}}$$

$$= 1.74 \times 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$\Rightarrow v_p = 1.3 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

$$M_\star v_\star = M_p v_p \quad (\text{CONSERVAÇÃO DO MOMENTO LINEAR})$$

$$v_{\text{RAD, OBS}} = v_\star \text{sen } i, \quad i = \hat{\text{ÂNGULO ENTRE A LINHA DE VISADA}} \\ \text{E A NORMAL AO PLANO DE ÓRBITA}$$

$$\Rightarrow M_p = \frac{1}{\text{sen } i} \frac{v_{\text{RAD, OBS}} M_\star}{v_p}$$

$$= \frac{1}{\text{sen } i} \times \frac{80 \text{ m s}^{-1}}{1.3 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}} M_\odot$$

$$= \frac{1}{\text{sen } i} \times 6.1 \times 10^{-4} M_\odot$$

$$\Rightarrow M_p \geq 6.1 \times 10^{-4} M_\odot$$

Q12

$d_L \rightarrow$ DISTÂNCIA TERRA-LUA

$R_L \rightarrow$ RAIO DA LUA

$d_S \rightarrow$ DISTÂNCIA TERRA-SOL

$R_S \rightarrow$ RAIO DO SOL

$$m_L = -2.5 \log_{10} \{ F_L(d_L) \} + C$$

$$m_S = -2.5 \log_{10} \{ F_S(d_S) \} + C$$

$$F_L(d_L) = \frac{2\pi R_L^2 F_{REF}}{2\pi d_L^2}$$

$$F_S(d_S) = \frac{4\pi R_S^2 F_0}{4\pi d_S^2}$$

FLUXO DENSIDADE DE FLUXO NA SUPERFÍCIE DO SOL

$$A = \frac{L_{REF}}{L_{INC}} = \frac{2\pi R_L^2 F_{REF}}{\pi R_L^2 \times \left\{ \frac{4\pi R_S^2 F_0}{4\pi (d_S + d_L)^2} \right\}} \approx \frac{2\pi R_L^2 F_{REF}}{\pi R_L^2 \times \left\{ \frac{R_S^2 F_0}{d_S^2} \right\}} \quad (d_S \gg d_L)$$

$$\Rightarrow F_L(d_L) = \frac{A \times \pi R_L^2 \left\{ \frac{R_S^2 F_0}{d_S^2} \right\}}{2\pi d_L^2} = \frac{A \alpha_L^2 F_S(d_S)}{8}$$

$$\alpha_L = \frac{2R_L}{d_L}$$

$$\Rightarrow m_L - m_S = -2.5 \log_{10} \left\{ \frac{F_L(d_L)}{F_S(d_S)} \right\}$$

$$= -2.5 \log_{10} \left\{ \frac{A \alpha_L^2}{8} \right\}$$

$$\Rightarrow \log_{10} A = \left(\frac{m_S - m_L}{2.5} - \log_{10} \left\{ \frac{\alpha_L^2}{8} \right\} \right)$$

$$= \left(\frac{-26.7 + 12.5}{2.5} - \log_{10} \left\{ \frac{1}{8} \left(\frac{0.5 \times \pi}{180} \right)^2 \right\} \right)$$

$$= -5.68 - \log_{10} \{ 9.5 \times 10^{-6} \} = -5.68 + 5.02 = -0.66$$

$$\Rightarrow A = 10^{-0.66} \approx 0.22$$

$$\boxed{\text{Q13}} \quad M_J \sim \left(\frac{kT}{\mu m_H G} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{\rho} \right)^{1/2}$$

$$M_J = \frac{4\pi R^3}{3} \rho$$

$$\Rightarrow R \sim \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} \left(\frac{kT}{\mu m_H \rho G} \right)^{1/2} = \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} \left(\frac{kT}{n G} \right)^{1/2} \frac{1}{\mu m_H}$$

$$= \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} \left(\frac{1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \times 100 \text{ K}}{10 \times 10^6 \text{ m}^{-3} \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}} \right)^{1/2} \times \frac{1}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}$$

$$= \frac{0.62 \times (2.06 \times 10^{-18} \text{ kg}^2 \text{ m}^2)^{1/2}}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}$$

$$= \frac{0.62 \times 1.43 \times 10^{18} \text{ m}}{1.67} = 5.30 \times 10^{17} \text{ m}$$

$$\Rightarrow R \sim 5.30 \times 10^{17} \text{ m} \approx 17 \text{ pc}$$

$$\boxed{\text{Q14}} \quad \text{(A)} \quad \theta_{\text{MIN}} \approx \frac{1.22 \lambda}{D} = 1.22 \frac{c/\nu}{D}$$

$$= 1.22 \times \frac{(3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}) \times (22 \times 10^9 \text{ Hz})^{-1}}{2900 \times 10^3 \text{ m}}$$

$$= \frac{1.22 \times 3}{2.2 \times 2.9} \times 10^{-8} = 5.7 \times 10^{-9}$$

$$\Rightarrow \theta_{\text{MIN}} = 5.7 \times 10^{-9} \text{ rad} \approx 0.001''$$



NOME PROVA SUB - GABARITO N.º USP _____

CURSO _____

DISCIPLINA _____

DATA ____/____/____

NOTA	EXAMINADORES

$$\boxed{Q14} \quad \textcircled{B} \quad D = \frac{1.22 \lambda}{\theta_{\text{MIN}}} = 1.22 \times \frac{550 \times 10^{-9} \text{ m}}{5.7 \times 10^{-9}}$$

$$\Rightarrow D \approx 117 \text{ m}$$

$$\boxed{Q15} \quad Z_{\text{SUP}} \rightarrow H = 0h \text{ ou } 0$$

$$Z_{\text{INF}} \rightarrow H = 12h \text{ ou } \pi$$

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos Z_{\text{SUP}} = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta = \cos(\varphi - \delta) \\ \cos Z_{\text{INF}} = \sin \varphi \sin \delta - \cos \varphi \cos \delta = -\cos(\varphi + \delta) = \cos(\varphi + \delta - \pi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_{\text{SUP}} = |\varphi - \delta| \\ Z_{\text{INF}} = |\varphi + \delta - \pi| = \pi - \varphi - \delta \end{cases}$$

$$\boxed{\varphi = \text{DECLINAÇÃO DO ZÊNITE}}$$

(i) $\varphi > \delta$ (ESTRELA CULMINA AO SUL DO ZÊNITE)

$$\begin{cases} Z_{\text{SUP}} = \varphi - \delta \\ Z_{\text{INF}} = \pi - \varphi - \delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 90^\circ - h_{\text{SUP}} = \varphi - \delta \\ 90^\circ - h_{\text{INF}} = 180^\circ - \varphi - \delta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -h_{\text{SUP}} - h_{\text{INF}} = -2\delta \\ -h_{\text{SUP}} + h_{\text{INF}} = 2\varphi - 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \delta = \frac{1}{2}(h_{\text{SUP}} + h_{\text{INF}}) \\ \varphi = \frac{1}{2}(h_{\text{INF}} - h_{\text{SUP}}) + 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta = \frac{1}{2}(85^\circ + 45^\circ) = 65^\circ \\ \varphi = \frac{1}{2}(45^\circ - 85^\circ) + 90^\circ = 70^\circ \end{cases}$$

(ii) $\varphi < \delta$. (ESTRELA CULMINA AO NORTE DO ZÊNITE)

$$\begin{cases} z_{\text{SUP}} = \delta - \varphi \\ z_{\text{INF}} = \pi - \varphi - \delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 90^\circ - h_{\text{SUP}} = \delta - \varphi \\ 90^\circ - h_{\text{INF}} = 180^\circ - \varphi - \delta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -h_{\text{SUP}} - h_{\text{INF}} = -2\varphi \\ -h_{\text{SUP}} + h_{\text{INF}} = 2\delta - 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{1}{2}(h_{\text{SUP}} + h_{\text{INF}}) \\ \delta = \frac{1}{2}(h_{\text{INF}} - h_{\text{SUP}}) + 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \delta = 70^\circ \\ \varphi = 65^\circ \end{cases}$$