

Gabarito da Prova 3

1ª Questão (3,5 pontos)

(a) $q = \bar{h}A(T_s - T_\infty)$.

Cálculo de $\bar{h}$ – Convecção natural, placa horizontal com superfície quente para cima.

Propriedades do ar a $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = (24 + 10)/2 = 17^\circ\text{C} = 290\text{ K}$:

$$\nu = 1,500 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}; \quad k_f = 0,02550 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}); \quad \alpha = 2,12 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

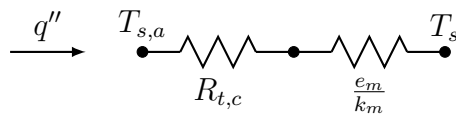
$$Pr = 0,7096; \quad \beta = 1/T_f = 3,448 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1} \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}$$

$$L = \frac{A_s}{P} = \frac{7 \times 8}{2 \times (7 + 8)} = 1,867 \text{ m}; \quad \boxed{0,2 \text{ pt}} \quad Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = 9,686 \times 10^9 \quad \boxed{0,2 \text{ pt}}$$

$$\overline{Nu}_L = 0,15 Ra_L^{1/3} = 319,75; \quad \boxed{0,3 \text{ pt}} \quad \bar{h} = \frac{\overline{Nu}_L k_f}{L} = 4,37 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad \boxed{0,2 \text{ pt}}$$

$$q = 4,37 \times 7 \times 8 \times (24 - 10) = 3424 \text{ W} \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}$$

(b) Com a temperatura T_s , podemos calcular a temperatura na superfície do bloco, $T_{s,a}$:



$$q'' = \frac{q}{A} = \frac{3424}{7 \times 8} = 61,15 \text{ W}/\text{m}^2 \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}$$

$$q'' = \frac{T_{s,a} - T_s}{R_{t,c} + \frac{e_m}{k_m}} \Rightarrow T_{s,a} = T_s + q'' \left(R_{t,c} + \frac{e_m}{k_m} \right) = 28,7^\circ\text{C} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

Podemos obter a distribuição de temperaturas no bloco resolvendo a equação diferencial:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{q'''}{k_a} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{q'''}{k_a}x + \mathbb{C}_1 \Rightarrow T(x) = -\frac{q'''}{2k_a}x^2 + \mathbb{C}_1x + \mathbb{C}_2 \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}$$

Aplicamos agora as condições de contorno:

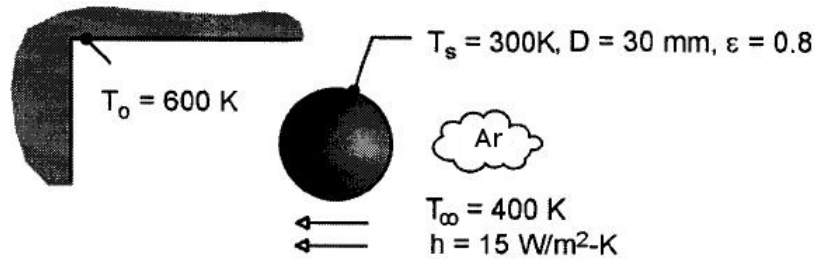
$$\text{Em } x = 0, \quad \frac{dT}{dy} = 0 \Rightarrow \mathbb{C}_1 = 0; \quad \text{Em } x = e_a, \quad T = T_{s,a} \Rightarrow \mathbb{C}_2 = T_{s,a} + \frac{q'''e_a^2}{2k_a}$$

$$\therefore T(x) = \frac{q'''}{2k_a}(e_a^2 - x^2) + T_{s,a} \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}$$

$$\text{A geração volumétrica uniforme é } q''' = \frac{q''}{e_a} = 1529 \text{ W}/\text{m}^3 \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}.$$

$$\text{A temperatura junto à manta de isolamento é } T(0) = \frac{q'''e_a^2}{2k_a} + T_{s,a} = 31,7^\circ\text{C} \quad \boxed{0,3 \text{ pt}}$$

2ª Questão (3,0 pontos)



(a) $q_{\text{liq}} = q_{\text{rad}} + q_{\text{conv}} = A_s(q''_{\text{rad}} + q''_{\text{conv}})$ $A_s = \pi D^2 = \pi \times 0,03^2 = 2,827 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ 0,2 pt

$$q''_{\text{rad}} = \epsilon \sigma (T_o^4 - T_s^4) = 0.8 \times 5,67 \times 10^{-8} \times (600^4 - 300^4) = 5511 \text{ W/m}^2$$
 0,4 pt

$$q''_{\text{conv}} = h(T_\infty - T_s) = 15 \times (400 - 300) = 1500 \text{ W/m}^2$$
 0,4 pt

$$q_{\text{liq}} = 2,827 \times 10^{-3} \times (5511 + 1500) = 19,8 \text{ W}$$
 0,5 pt

(b) Regime permanente $\Rightarrow q_{\text{liq}} = 0 \Rightarrow q''_{\text{rad}} + q''_{\text{conv}} = 0$ 0,5 pt

$$\epsilon \sigma (T_o^4 - T_s^4) + h(T_\infty - T_s) = 0 \Rightarrow \epsilon \sigma T_s^4 + h T_s - \epsilon \sigma T_o^4 - h T_\infty = 0$$

$$4,536 \times 10^{-8} T_s^4 + 15 T_s - 11879 = 0$$
 0,5 pt

Resolvendo o polinômio, obtemos $T_s = 538,2 \text{ K}$. 0,5 pt

3ª Questão (3,5 pontos)

A lei de resfriamento de Newton é $q'' = h(T_s - T_\infty)$. Como o fluxo térmico e T_∞ são constantes, o ponto de T_s máximo é aquele de h mínimo. **0,2 pt**

Para escoamento paralelo sobre placa plana, as correlações empíricas que fornecem o valor de h num ponto x são do tipo:

$$Nu_x = C Re^a Pr^b \Rightarrow h = \frac{k_f}{x} C \left(\frac{Vx}{\nu} \right)^a Pr^b = k_f C \left(\frac{V}{\nu} \right)^a Pr^b x^{a-1}, \quad (a-1) < 0$$

Ou seja, h decresce com x . **0,2 pt** Sendo assim, os pontos candidatos para ter máxima T_s são o bordo de fuga ($x = L$) ou ponto de transição da camada limite, x_{cr} , que é o ponto para o qual $Re = 5 \times 10^5$. **0,2 pt**

Vamos considerar o caso extremo onde $T_s = 70^\circ\text{C}$. Nessa situação, o coeficiente local de troca de calor por convecção deve valer:

$$h = \frac{q''}{(T_s - T_\infty)} = \frac{40000}{(70 - 24)} = 869,6 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad \textbf{0,2 pt}$$

As propriedades da água devem ser avaliadas à temperatura de filme, $T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} = 47^\circ\text{C} = 320 \text{ K}$. Essas propriedades são:

$$\nu = 0,001011 \text{ m}^3/\text{kg}; \quad \mu = 5,77 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}; \quad \nu = \mu/\rho = 5,83 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$k_f = 0,640 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}); \quad Pr = 3,77 \quad \textbf{0,2 pt}$$

Consideraremos primeiro a situação onde $x = L = 0,5 \text{ m}$. Nesse caso,

$$Nu_L = \frac{hL}{k_f} = 679,3 \quad \textbf{0,2 pt}$$

Admitindo que o escoamento seja laminar ($Re_L < 5 \times 10^5$):

$$Nu_L = 0,453 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} = 0,453 \left(\frac{V_\infty L}{\nu} \right)^{1/2} Pr^{1/3} \Rightarrow V = \frac{\nu}{L} \left(\frac{Nu_L}{0,453 Pr^{1/3}} \right)^2 = 1,08 \text{ m/s} \quad \textbf{0,2 pt}$$

Para esta velocidade, $Re_L = \frac{1,08 \times 0,5}{5,83 \times 10^{-7}} = 9,28 \times 10^5 > 5 \times 10^5$. Portanto, a hipótese de escoamento laminar não se confirma. **0,2 pt**

Admitindo então que o escoamento seja turbulento ($Re_L > 5 \times 10^5$):

$$Nu_L = 0,0308 Re_L^{4/5} Pr^{1/3} = 0,0308 \left(\frac{V_\infty L}{\nu} \right)^{4/5} Pr^{1/3} \Rightarrow V = \frac{\nu}{L} \left(\frac{Nu_L}{0,0308 Pr^{1/3}} \right)^{5/4} = 0,180 \text{ m/s} \quad \textbf{0,2 pt}$$

Para esta velocidade, $Re_L = \frac{0,180 \times 0,5}{5,83 \times 10^{-7}} = 1,55 \times 10^5 > 5 \times 10^5$. Portanto, a hipótese de escoamento turbulento não se confirma. **0,2 pt**

Resta, assim, analisar o caso onde $T_s = 70^\circ\text{C}$ ocorre para o ponto de transição, ou seja, $Re_x = 5 \times 10^5$. A correlação de escoamento laminar fornece:

$$Nu_x = 0,453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} = 0,453 \times (5 \times 10^5)^{1/2} \times 3,77^{1/3} = 498,5 \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

$$Nu_x = \frac{hx}{k_f} \Rightarrow x = \frac{Nu_x k_f}{h} = \frac{498,5 \times 0,640}{869,6} = 0,367 \text{ m} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

$$Re_x = \frac{V_\infty x}{\nu} \Rightarrow V_\infty = \frac{Re_x \nu}{x} = \frac{5 \times 10^5 \times 5,83 \times 10^{-7}}{0,367} = 0,795 \text{ m/s} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

Portanto, a velocidade mínima para atender o requisito de integridade é $V_\infty = 0,795 \text{ m/s}$ e, nessa condição, a temperatura máxima na superfície (70°C) é atingida a $x = 0,367 \text{ m}$ da borda frontal do recipiente.