

Distribuição Contínua

1. A resistência à compressão de amostras de cimento pode ser modelada por uma distribuição normal, com média de 6000 kg por cm² e desvio padrão de 100 kg por cm².

a) qual a probabilidade de a resistência da amostra ser menor que 6250 kg/cm² . R. 0,99379

b) qual a probabilidade da resistência da amostra estar entre 5800 e 6250 kg/cm² R. 0,971

c) que resistência é excedida por 95% das amostras? R. 5835,5

2. O tempo de reação de um motorista para o estímulo visual é normalmente distribuído com média 0,4 segundos e um desvio padrão de 0,05 segundo.

a) qual a probabilidade de uma reação requerer mais de 0,5 s? R. 0,02275

b) qual a probabilidade de uma reação requerer entre 0,4 s e 0,5 s? R. 0,47725

c) qual o tempo de reação que é excedido em 90% do tempo? R. 0,336

3. A vida de um semicondutor a laser, a uma potência constante, é normalmente distribuída, com uma média de 7.000 horas e desvio-padrão de 600 horas.

a) qual a probabilidade de o laser falhar antes de 5000 horas? R. 0,00043

b) qual o tempo de vida em horas que 95% dos lasers excedem? R. 6013

c) se três lasers forem usados em um produto e se eles falharem independentemente, qual a probabilidade de todos os três estarem ainda operando depois de 7.000 horas? R. 1/8

4. O peso de um sofisticado sapato de corrida é normalmente distribuído com média de 12 onças e desvio-padrão de 0,5 onça.

a) qual a probabilidade de o sapato pesar mais de 13 onças? R. 0,02275

b) qual o desvio padrão do peso para que a companhia estabeleça que 99,9% dos sapatos sejam menores que 13 onças? R. 0,324

c) se o desvio-padrão permanecer em 0,5 onça, qual o peso médio para que a companhia estabeleça que 99,9% dos seus sapatos sejam menores que 13 onças? R. 11.455

5. Erro de medida, que é distribuído normalmente com média igual a zero e desvio padrão igual a 0,5 g., é condicionado ao peso verdadeiro da amostra. Então a medida é arredondada para o grama mais próximo. Suponha que o peso verdadeiro de uma amostra seja de 165,5 g.

a) qual a probabilidade de o resultado arredondado ser de 167 g? R. 0,023

b) qual a probabilidade de o resultado arredondado ser 167 g ou maior? R. 0,159

6. A fabricação de chips semicondutores produz 2% de chips defeituosos. Considere que os chips sejam independentes e que um lote contenha 1.000 chips.

a) qual a probabilidade de mais de 25 chips serem defeituosos? R. 0,1292

b) qual a probabilidade de 20 a 30 chips serem defeituosos? R. 0,4881

7. Havia 49,7 milhões de pessoas com algum tipo de incapacidade duradoura vivendo nos EUA em 2000. Isso representava 19,3% da maioria dos civis com cinco e mais de cinco anos de idade. Uma amostra de 1.000 pessoas é selecionada ao acaso.

a) qual a probabilidade de mais de 200 pessoas na amostra terem uma incapacidade? R.0,2877

b) qual a probabilidade de 180 a 300 pessoas na amostra terem uma incapacidade? R. 0,8508

8. Um produto eletrônico para escritório contém 5.000 componentes eletrônicos. Suponha que a probabilidade de cada componente operar sem falha durante a vida útil do produto seja 0,999 e suponha que os componentes falhem independentemente. Aproxime a probabilidade de 10 ou mais dos 5.000 componentes originais falharem durante a vida útil do produto. R:0,0125

9. Golpes em sites da internet, com alta consulta, seguem supostamente uma distribuição de Poisson, com média de 10.000 por dia. Calcule:

a) probabilidade de mais de 20.000 golpes em um dia? R. 0

b) probabilidade de menos de 9.900 golpes em um dia? R. 0,1587

c) valor tal que a probabilidade de o número de golpes em um dia exceder esse valor seja igual a 0,01. R. 9767

d) o número esperado de dias em um ano (365 dias) que excede 10.200 golpes? R. 8,3

e) probabilidade de que, ao longo de um ano, mais de 15 dias tenham mais de 10.200 golpes por dia? R. 0,0052

10. Os níveis de glicose no sangue são continuamente ajustados com as ações da insulina. Se os níveis de glicose estiverem muito altos ou muito baixos, eles serão ajustados para que retornem ao normal. O conteúdo de glicose no sangue em pessoas adultas pode ser considerado como uma distribuição normal. Sua média é de 80 mg/ml e sua variância é 16 (mg/ml)² considerando os resultados de um exame de glicose em determinado paciente indique a probabilidade de o exame apresentar:

a) Níveis entre 80 e 86 mg/ml. R: 0,4332

b) Níveis entre 76,2 e 80 mg/ml. R: 0,3289

c) Níveis menores que 77 mg/ml. R: 0,2266

d) Níveis entre 75 e 79 mg/ml. R: 0,2957

11. O grande prêmio Poli-NSK de carrinhos de rolimã (Gp), competição realizada pelo centro acadêmico da mecânica (CAM) da Escola Politécnica (Poli) da USP, é um evento tradicional de nossa universidade. Nele os competidores se arriscam na descida da rua do matão localizada na cidade universitária a bordo seus próprios veículos. O evento costuma ser muito divertido, com carrinhos alegóricos, churrasco, cerveja e muitos tropeços das equipes. Quando você monta uma equipe e decide participar, recebe um conjunto de rolamentos para montar um veículo para a competição. O diâmetro ideal do rolamento é de 0,5 polegadas. São aceitos rolamentos com diâmetros em uma faixa de 0,004 polegadas maior ou menor que o valor alvo. Se um lote de 100 rolamentos obedecer a uma distribuição normal com média 0,499 e desvio padrão 0,002, quantos dos rolamentos em média, não estarão na medida aceitável? R: 20 rolamentos

12. Uma empresa produz equipamentos de ar condicionado. Existem equipamentos de dois tipos gama e delta. Esses equipamentos têm garantia de 6 meses contra defeitos de fabricação. O tempo até a ocorrência de defeitos nos aparelhos segue uma distribuição normal, sendo que para os aparelhos do tipo gama, a média para a ocorrência de defeitos é de 10 meses e o desvio padrão é de 2 meses. Para os aparelhos do tipo delta essa média é de 11 meses e o desvio padrão é de 3 meses. O lucro na venda dos aparelhos gama é de R\$1200, e na venda dos aparelhos delta é de R\$2100. Se por algum motivo um aparelho antes do prazo final da garantia, os custos de reparo serão de R\$2.500 para os aparelhos gama e de R\$7000 para o aparelhos delta. Qual equipamento é economicamente mais vantajoso para a empresa incentivar a venda? Aparelhos gama.

13. O atendimento telefônico é uma área de muita preocupação para as empresas atualmente, pois a maneira como ele é feito tem impacto direto na imagem da empresa para o cliente. Existem muitos métodos para padronizar e fiscalizar esse tipo de atendimento com o objetivo de minimizar possíveis problemas. Os tempos de espera e de ligação são controlados por gerentes, assim como o conteúdo da conversa. O tempo necessário para atendimento de clientes em uma central de atendimento telefônico de uma empresa de telefonia móvel segue uma distribuição normal com média de 8 minutos e desvio padrão de 2 minutos. Calcule o tempo de ligação para que pelo menos 85 por cento das conversas tenham duração menor que esse tempo calculado. R: 5,93

14. Seja X = potencia media horária (em decibéis) de sinais de radio recebidos transmitidos entre duas cidades. Os autores do artigo "Families of distributions for Hourly Median Power and Instantaneous Power of Received Radio Signals" argumentam que a distribuição lognormal fornece um modelo probabilístico razoável para X . Se os valores dos parâmetros forem $\mu = 3,5$ e $\sigma = 1,2$, calcule os itens a seguir:

a) O valor médio e o desvio padrão da potencia recebida.

R: Média 14907,168; Desvio 122,0949

b) A probabilidade de a potencia recebida estar entre 50 e 250 decibéis. R: 0,3204

c) A probabilidade de X ser menor que o valor da media. Por que a probabilidade não é meio? R: 0,7257

15. Uma justificativa teórica baseada no mecanismo de falha de certo material admite a hipótese de que a resistência dúctil X de um material possui distribuição lognormal. Suponha que os parâmetros sejam $\mu = 5$ e $\sigma = 0,1$.

a) Calcule $E(X)$ e $V(X)$. R: Média 149,157; Variância 223,594

b) Calcule $P(X > 125)$ R: 0,9573

c) Calcule $P(110 \leq X \leq 125)$ R: 0,414

d) Qual o valor da mediana da resistência dúctil? R: 148,41

e) Se 10 diferentes amostras de uma liga de aço desse tipo forem submetidas a um teste de resistência, quantas você espera que tenham ao menos 125? R: 9,573

f) Se 5% dos menores valores não forem aceitáveis, qual seria a resistência mínima aceitável? R: 125,90

16. O artigo "The Statistic of Phytotoxic Air Pollutants" Sugere a distribuição lognormal com um modelo de concentração de SO_2 sobre uma floresta específica. Suponha que os valores dos parâmetros sejam $\mu = 1,9$ e $\sigma = 0,9$.

a) Qual é o valor médio e o desvio padrão da concentração?

R: Média 10,024; Desvio 11,20

b) Qual é a probabilidade de a concentração ser no máximo 10? Entre 5 e 10?

R: 0,6736; 0,2991

Combinação da distribuição normal e aproximações

17. O papelão é utilizado para fabricação de embalagens, caixas que acondicionam diversos produtos. Uma das maneiras de fabricar o papelão é conhecida como três camadas. A camada mais externa serve para proteção e revestimento, a intermediária também conhecida como o enchimento é composta de um papel grosso disposto de forma ondulada, e a mais interna é feita com a mesma função de revestimento que a primeira camada, porém com um material menos grosseiro. Essa disposição aumenta significativamente a resistência da caixa ao peso dos produtos nela acondicionados. Uma caixa média tem peso dado pela distribuição normal $Y = N(50 \text{ g}; (4\text{g})^2)$. Considere que ela será preenchida com 10 produtos de peso também com distribuição normal $P = N(100 \text{ g}; (2 \text{ g})^2)$. Determine a probabilidade para que o peso de uma caixa completa seja:

a) Igual a 1050g. R: 0

b) Superior a 1030g. R: 0,9962

18. A bola de gude é fabricada com sucata de vidro lavada e triturada. Esse material é derretido a uma temperatura de cerca de 1200 graus celsius e despejado em pequenas quantidades (gotas) em canos cortados no meio no sentido do comprimento. Os canos sofrem vibrações para que o vidro derretido faça um movimento para cima e para baixo para formar as esferas á medida que a massa esfria. Uma bolinha de gude tem peso médio

de 50 gramas e desvio padrão de 2 gramas. São comercializadas em pacotes com 25 unidades. Desconsidere o peso do pacote reconsidere ter como variável aleatória que representa o peso total do pacote e considere T como variável aleatória que representa o peso total do pacote.

a) Qual o tipo de distribuição de T ?

b) Qual a probabilidade de uma embalagem pesar entre 1,26 kg e 1,43 kg? R: 0,1587

19. Descobertas recentes indicam que um remédio utilizado no tratamento contra o câncer poderia servir para estimular a produção das proteínas necessárias para a memória a longo prazo sendo útil na luta contra o mal de Alzheimer. Vamos supor que um medicamento esteja em testes justamente para avaliar sua atuação de maneira completa. Aplica se esse remédio para um grupo de 400 pacientes portadores de uma doença. A probabilidade individual de cura aferida é de 80%. Seja Y o número de pacientes que se curaram após o tratamento. Calcule a probabilidade de haver pelo menos 310 casos de cura nesse teste específico. R: 0,8944

20. O asbesto, também conhecido como amianto, é uma designação comercial genérica para a variedade fibrosa de sais minerais metamórficos de ocorrência natural e utilizados em vários produtos comerciais. Podem ser encontrados na poeira domestica. Considere que o numero de partículas de asbesto em 1 cm^2 de poeira siga a distribuição de Poisson com uma média de 1000. Se 1 cm^2 for analisado, qual será a probabilidade de que menos de 950 partículas sejam encontradas? R: 0,0571

21. A gravação de áudio em fitas (popularizada pela antiga fita K7) só foi possível graças à compreensão e à utilização dos fenômenos eletromagnéticos. Esses fenômenos e a utilização de materiais magnéticos tem baixo custo e boa qualidade na gravação e reprodução de dados. Um problema, no entanto, ocorre na fabricação. Isso porque o manuseio do produto é extremamente delicado. Os defeitos aparecem na fita, obedecendo as hipóteses de Poisson com frequência media de 1 defeito a cada 10m de fita. Existem fitas K7 chamadas fitas de demonstração, com 6 m de fita enrolada. Imagine que estas fitas sejam classificadas como ótimas se não apresentarem nenhum defeito e como medias se apresentarem algum defeito. Num lote com 300 rolos, qual a probabilidade de haver entre 170 e 180 do tipo ótimo? R: 0,0987.

22. Bert é um método utilizado para determinar taxas de erros de bits durante uma transmissão. Seu funcionamento é bastante simples e intuitivo, consistindo na transmissão de uma sequencia de dados conhecida e na verificação, pelo receptor, se a sequência chegou correta ou na. Com as informações lidas é obtida a taxa de erro. Modelando os bits com erro por uma variável aleatória binomial, suponha que a probabilidade de um bit ser recebido com erro seja de 1×10^{-5} . Se 16 milhões deles foram transmitidos qual será a probabilidade de se ter mais de 150 erros? R: 0,7852

23. As placas de vidro são fabricadas tendo como matéria prima uma mistura de areia com outros componentes. Essa mistura é levada a um forno com temperatura de até 1200°C onde sofre processo de fusão, ficando pronta para ser conformada. Essa massa é despejada em uma piscina de estanho líquido. Em virtude da diferença entre densidade o vidro flutua, e nesse momento, é definida a sua espessura. Em seguida essa folha de vidro

volta para recozimento com resfriamento controlado em até 120 graus Celsius. Nessa temperatura faz-se o corte das placas de vidro. Após o corte é feito um tipo de escaneamento da folha de vidro em busca de falhas. O padrão que determina se há ou não falhas depende da finalidade do uso de vidro variando o nível de exigência para cada aplicação. Imagine que para determinada aplicação a probabilidade de uma placa de vidro ser rejeitada é de 10 por cento.

a) Se examinarmos 60 placas qual a probabilidade de encontrarmos 10 defeituosas? R: 0,0472

b) E de encontrar mais de 5 defeituosas? R: 0,6664