MA22 - Unidade 9 - Exercícios

Luiz Manoel Figueiredo
Mário Olivero

PROFMAT - SBM

21 de Abril de 2013

Exercícios

1) Em um tempo de t segundos, um objeto se move s metros de sua posição inicial, sendo s dado por $s = 2t^2$. Estime a velocidade do objeto em $t = 2$ seg, calculando sua velocidade média entre $t = 2$ e $t = 2 + h$, onde $h = 0{,}1$.

2) No exercício anterior, estime a velocidade do objeto para $t = 1$, $t = 3$ e $t = 4$, esboce um gráfico e mostre que o gráfico da velocidade com o tempo é aproximadamente uma reta.

3) Considere um balão aproximadamente esférico. Você já deve ter notado que o balão parece encher mais rápido no início, ou seja, o raio parece aumentar mais rápido quando começamos a encher o balão. Como o aumento do volume é devido ao fluxo de ar para dentro do balão, que é constante, esta impressão decorre do fato de que a taxa de aumento do raio diminui a medida que o volume aumenta. Para verificar isto, escreva o raio r em função do volume V do balão e calcule o aumento médio do raio nos intervalos $0{,}5 \leq V \leq 1$ e $1{,}5 \leq V \leq 2,0$.

Exercícios

4) Sabendo-se que a altura de uma bola de vôlei é dada aproximadamente por $s = 2 + 22t - 5t^2$, onde s é a altura em metros e t o tempo em segundos, desde que é lançada, faça o que se pede:

1. calcule a velocidade média para um intervalo de $0,1$ seg. em $t = 1$, $t = 2$ e $t = 3$.
2. Esboce um gráfico e verifique que a velocidade varia linearmente com o tempo.
3. Derivando a função $s = s(t)$, encontre a expressão da derivada $v = \frac{ds}{dt}$ e verifique que corresponde aproximadamente ao gráfico obtido no item 2.
4. Calcule o instante em que a bola atinge o ponto de altura máxima.

5) Usando um calculadora científica, estime o valor da derivada da função $f(x) = e^x$, para $x = 1, 2$ e 3 e verifique que o resultado é próximo de e, e^2 e e^3, respectivamente.

Exercícios

6) Determine a reta tangente ao gráfico de $f(x) = 2x + 3$ passando pelo ponto $(2, 7)$.
7) Determine a reta tangente ao gráfico de $y = 2 - x^2$ passando pelo ponto $(1, 1)$. Esboce um gráfico.
8) Determine a reta tangente ao gráfico da parábola $y = x^2 + 2x$ passando pelo ponto $(-3, 3)$. Esboce um gráfico.
9) Determine a reta tangente ao gráfico da hipérbole $y = 1 + \frac{1}{x}$ passando pelos pontos $(1, 2)$ e $(-1, 0)$. Esboce um gráfico.
10) Encontre a equação da reta normal à hipérbole $y = \frac{1}{x}$ passando pelos pontos $(1, 1)$ e $(-1, -1)$. Verifique que se trata da mesma reta. Faça um gráfico.
11) Encontre a reta normal ao gráfico de $y = 2\sqrt{x}$ passando por $(1, 2)$. Faça um gráfico.
12) Sendo a uma constante, mostre que a derivada de $f(x) = ax^2$ é $f'(x) = 2ax$.

Exercícios

13) Sendo a,b e c constantes, mostre que a derivada de $f(x) = ax^2 + bx + c$ é $f'x) = 2ax + b$.

14) Sendo a e b constantes, mostre que a derivada de $f(x) = a\sqrt{x+b}$ é $f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{x+b}}$.

15) Mostre que a derivada de $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ é $f'(x) = -\frac{1}{2x\sqrt{x}}$.

16) Mostre que a função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x\,|x|$ é derivável.

17) Seja $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & \text{se} \quad x \leq -2, \\ a\,x^2 + b\,x + c & \text{se} \quad -2 < x < 0, \\ 2x + 1 & \text{se} \quad x \geq 0. \end{cases}$$

Determine os valores de a, b e c para os quais a função f é contínua. Determine os valores de a, b e c para os quais a função f é derivável.